



ΑΝΩΤΑΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΠΕΙΡΑΙΑ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ (Master of Science)
«ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ ΜΕ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ»

ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΗ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Τίτλος: **Ανάλυση των Βασικών Υποδειγμάτων της
Θεωρίας Παιγνίων**

Ευστράτιος Ι. Χουρδάκης

Επιβλέπων Καθηγητής: **Αθανάσιος Σπυριδάκος**

Ακαδημαϊκό Έτος 2014-2015

...το άτομο που θέλει να φτάσει στην κορυφή οφείλει να διατρέξει τις βαθμίδες της γραφειοκρατικής πυραμίδας· αυτή η ίδια η αναρρίχηση θα γίνει εκ των πραγμάτων η μοναδική του φροντίδα και θα έχει όλο και μικρότερη σχέση με την ικανότητά του να φέρει εις πέρας το έργο που είναι επιφορτισμένο να διεκπεραιώσει και όλο και μεγαλύτερη σχέση με την απλή ικανότητα αναρρίχησης...

...αυτή η προοδευτικά αυξανόμενη διάσταση ανάμεσα στην επιδεξιότητα για αναρρίχηση στην κορυφή και στην ικανότητα διακυβέρνησης είναι ένα πρόβλημα που τίθεται μονίμως σχεδόν σε όλα τα καθεστώτα...

Κορνήλιος Καστοριάδης¹

¹ Η ελληνική ιδιαιτερότητα (Τόμος Β΄) –Η Πόλις και οι νόμοι, εκδόσεις Κριτική, Αθήνα 2008, σελ. 146 και 148. Στον εν λόγω τόμο συγκεντρώνονται οι ακαδημαϊκές παραδόσεις του Κορνήλιου Καστοριάδη στην Ανώτατη Σχολή Κοινωνικών Επιστημών (EHESS) κατά το ακαδημαϊκό έτος 1983-1984

Πρόλογος

Με τη βοήθεια των αρχών, των αξιωμάτων και της μεθοδολογίας της Θεωρίας Παιγνίων θα εξετάσουμε καταστάσεις στρατηγικής αλληλεπίδρασης σε διάφορα πεδία της οικονομικής, κοινωνικής και πολιτικής δραστηριότητας και θα προσπαθήσουμε να αναλύσουμε τον τρόπο με τον οποίο οι έλλογες οντότητες (ατομικές ή συλλογικές) λαμβάνουν τις αποφάσεις τους. Ο στόχος της ανάλυσής μας αποστερείται ηθικών και αξιακών προσταγών. Δεν ενδιαφερόμαστε για την αξιολόγηση των εκβάσεων και την κατάταξή τους σε δίκαιες ή άδικες, μεροληπτικές ή ουδέτερες. Δεν ενδιαφερόμαστε για την αξιολόγηση του χαρακτήρα ή της προσωπικότητας του κάθε αποφασίζοντος. Αντίθετα, αξιολογούμε και λαμβάνουμε σοβαρά υπόψη μας την πολιτική και οικονομική του ισχύ, γιατί αυτές προσδιορίζουν τις διαθέσιμες εναλλακτικές επιλογές, τόσο του ίδιου όσο και των λοιπών εμπλεκομένων. Εκείνο, λοιπόν, που στην παρούσα ανάλυση προσελκύει το ενδιαφέρον μας είναι οι στρατηγικές σκέψεις που καθοδηγούν τους ενεργούς λήπτες αποφάσεων σε συγκεκριμένες ενέργειες.

Αν και η γενική προβλεπτική ικανότητα ενός μοντέλου ή μιας κοινωνικής θεωρίας αποτελεί το κριτήριο της καταξίωσής της, εμείς δεν εμμένουμε στην ανάδειξη της προβλεπτικής ικανότητας της Θεωρίας Παιγνίων στο πεδίο των κοινωνικών επιστημών. Στρέφουμε την προσοχή μας περισσότερο στην ανάδειξη των ιδεών, των νοητικών συλλογισμών και των στρατηγικών συμφραζομένων που αναπτύσσονται σε καταστάσεις σύγκρουσης ή συνεργασίας.

Στην ανάλυσή μας αναπτύσσουμε την εργαλειακή φαρέτρα της Θεωρίας Παιγνίων με τη βοήθεια κλασικών διδακτικών υποδειγμάτων στα οποία διατηρούμε την αναγκαία ισορροπία μεταξύ της ρεαλιστικής απόδοσης των καθημερινών καταστάσεων στρατηγικής αλληλεπίδρασης και της πλήρους μαθηματικής μοντελοποίησής τους, ώστε να αποφύγουμε πολύπλοκες μαθηματικές συναρτήσεις που δεν είναι αναγκαίες για την επίτευξη του στόχου μας.

Ιούνιος 2015

Ευστράτιος Χουρδάκης

...για να αλλάξουμε την κοινωνία, πρέπει να αλλάξουμε τους ανθρώπους και για να αλλάξουμε τους ανθρώπους, πρέπει η κοινωνία να είναι διαφορετική. Πρέπει, λοιπόν, τα δρώντα υποκείμενα να έχουν διαφορετικές συνήθειες. Ποιος άλλος όμως θα τους εμφυσήσει αυτές τις διαφορετικές συνήθειες, αν όχι ο τρόπος με τον οποίο έχουν εκπαιδευτεί και επομένως η κοινωνία μέσα στην οποία ζουν; Το ίδιο ισχύει όταν μιλάμε για την αυτονομία ως δυνατότητα της κοινωνίας να αλλάξει ενσυνείδητα την ίδια της τη θέσμιση...

Κορνήλιος Καστοριάδης²

² Η ελληνική ιδιαιτερότητα (Τόμος Γ') –Θουκυδίδης, η ισχύς και το δίκαιο, εκδόσεις Κριτική, Αθήνα 2011, σελ. 29-30. Στον εν λόγω τόμο συγκεντρώνονται οι ακαδημαϊκές παραδόσεις του Κορνήλιου Καστοριάδη στην Ανωτάτη Σχολή Κοινωνικών Επιστημών (EHESS) κατά το ακαδημαϊκό έτος 1984-1985

Επιτελική Σύνοψη

Μεμονωμένα άτομα, χαλαρές ή συνεκτικές συσσωματώσεις ατόμων (αυθόρμητες, οργανωμένες ή θεσμικά συγκροτημένες), μεμονωμένες επιχειρήσεις ή κλαδικά καθοριζόμενες ενώσεις επιχειρήσεων, κρατικές ή υπερεθνικές οντότητες, αλληλεπιδρούν καθημερινά λαμβάνοντας αποφάσεις με τις οποίες επιδιώκουν την εξυπηρέτηση των αυτοπροσδιοριζόμενων ιδίων συμφερόντων. Το ευρύτερο πλαίσιο στο οποίο διαδραματίζεται αυτή η αλληλεπίδραση, ανεξαρτήτως αν είναι οικονομικό, κοινωνικό, πολιτικό ή συνδυασμός αυτών, δεν διαφοροποιεί ουσιωδώς τις επιδιώξεις των εμπλεκόμενων. Η επίτευξη του στόχου της μεγιστοποίησης της αποκομιζόμενης ωφέλειας αποτελεί το πρώτιστο μέλημα και την ορθολογική επιδίωξη της κάθε εμπλεκόμενης οντότητας σε κάθε κατάσταση κοινωνικής αλληλεπίδρασης.

Σε κάποια ακαδημαϊκά πεδία, όπως αυτό της Διοίκησης Επιχειρήσεων και της Βιομηχανικής Οργάνωσης, αλλά και γενικότερα στις Οικονομικές επιστήμες, είναι κοινός τόπος κάθε αναλυτικής διεργασίας ότι η μεγιστοποίηση του κέρδους αποτελεί τον αυτοσκοπό ύπαρξης και λειτουργίας της εξεταζόμενης κάθε φορά μονάδας ανάλυσης. Η μικροοικονομική και η μακροοικονομική ανάλυση εξετάζουν τους παράγοντες εκείνους που επηρεάζουν τις καμπύλες κόστους, ζήτησης και τιμών προκειμένου να βελτιστοποιήσουν τις συναρτήσεις που σχετίζονται με το όφελος της αναλυτικής τους μονάδας. Αντίστοιχα, στις Πολιτικές Επιστήμες εξετάζονται οι θεσμοί και ο ρόλος τους στη μεγιστοποίηση της αποκομιζόμενης κοινωνικής ωφέλειας.

Όμως, τι περισσότερο διεκδικεί ένα άτομο από την επαγγελματική του ενασχόληση, την κοινωνική του δραστηριότητα, τη λειτουργία του ως καταναλωτής ή ως ενεργός λήπτης προσωπικών αποφάσεων, πέραν της διαρκούς αύξησης του οφέλους ή της ικανοποίησης που προσλαμβάνει από τη συμμετοχή του σε κάθε οικονομικό, κοινωνικό ή πολιτικό δρώμενο;

Με το να δεχθούμε ότι ο γνώμονας της όποιας απόφασης είναι η βελτιστοποίηση του προσποριζόμενου οφέλους του αποφασίζοντος, δεν προσδίδουμε ακαριαίως κάποιο πρόσημο στις αξιακές αρχές ή στις ηθικές πεποιθήσεις και στις επιδιώξεις του. Ο αυτοπροσδιορισμός των ιδίων συμφερόντων δεν συνδέεται αναπόδραστα με μια αυστηρώς εγωιστική ή κερδοσκοπική επιδίωξη. Τα ίδια συμφέροντα και η βελτιστοποίησή τους, δεν αποκλείουν το ενδεχόμενο τα εμπλεκόμενα άτομα, σε μια κοινωνική αλληλεπίδραση, να επιδιώκουν ως αυτοσκοπό την αμοιβαία ωφέλεια όλων των συμμετεχόντων στην αλληλεπίδραση αυτή. Έτσι, μια εμπορική συναλλαγή μεταξύ ατόμων ή μεταξύ επιχειρήσεων γίνεται ακριβώς επειδή οι εμπλεκόμενες οντότητες προσδοκούν κάποιο όφελος από την εν λόγω δραστηριότητα. Ομοίως, η θέσπιση κανόνων λειτουργίας μιας κοινωνίας αποσκοπεί στη βελτιστοποίηση των ιδίων συμφερόντων της κοινωνίας αυτής, νοούμενης ως ένα συνεκτικό σύνολο. Επίσης, η συμμετοχή ενός κράτους σε έναν διακρατικό αμυντικό ή οικονομικοπολιτικό συνασπισμό κρατών αποβλέπει στη βελτιστοποίηση των συμφερόντων όλων των συμμετεχόντων σε αυτόν.

Θέτοντας ένα μέτρο για τον καθορισμό των επιδιώξεων του αποφασίζοντος, ουσιαστικά θέσαμε τον στόχο. Προκειμένου να προσδιορίσουμε τις αποφάσεις εκείνες που τον οδηγούν πλησιέστερα στην επίτευξή του, αναζητούμε τα μέσα που έχει στη διάθεσή του για να τον επιτύχει. Αυτά, δεν μπορούν να προσδιοριστούν με τον ίδιο αφαιρετικό τρόπο με τον οποίο προσδιορίσαμε το στόχο. Η ποικιλία τους είναι τέτοια που θα καθιστούσε μια αντίστοιχη προσπάθεια ατελέσφορη. Μπορούμε, όμως, να ενσωματώσουμε τα διαθέσιμα

μέσα στις εφικτές εναλλακτικές αποφάσεις που έχει στη διάθεσή του ο αποφασίζον προκειμένου να επιδιώξει το στόχο του.

Προσδιορίσαμε, λοιπόν, το μέτρο του στόχου και μέσω των εναλλακτικών αποφάσεων τα μέσα επίτευξής του. Αυτά θα ήταν αρκετά εφόσον η κάθε ενεργή οντότητα λήψης αποφάσεων λειτουργούσε σε ένα μη-διαδραστικό περιβάλλον. Όμως, σε ένα περιβάλλον αλληλεπίδρασης άλλων οντών, η απόφαση του ενός επηρεάζει τις αποφάσεις των άλλων και το τελικό αποτέλεσμα είναι η συνισταμένη αυτών των αποφάσεων. Σε τέτοιες καταστάσεις οι επιδιώξεις της μιας οντότητας λήψης αποφάσεων μπορεί να συμβαδίζουν ή να αντιτίθενται στις επιδιώξεις των άλλων. Έτσι, πριν τη λήψη μιας απόφασης η κάθε εμπλεκόμενη οντότητα σε κάθε κοινωνική, οικονομική ή πολιτική κατάσταση αλληλεπίδρασης, οφείλει να διερευνήσει τις επιδιώξεις, τις προτιμήσεις και τα συμφέροντα των άλλων μερών, καθώς και τα μέσα που έχουν στην διάθεσή τους για την επίτευξή τους, ώστε να διαπιστώσει τις δυνατές εκβάσεις (το δυνητικό αποτέλεσμα) αυτής της αλληλεπίδρασης.

Οι αποφάσεις που δεν λαμβάνονται εν κενώ, αλλά με γνώμονα το αποτέλεσμα το οποίο συγκαθορίζεται από τις αποφάσεις των άλλων εμπλεκόμενων μερών χαρακτηρίζονται ως στρατηγικές, και ο κλάδος των κοινωνικών επιστημών που μελετά τη λήψη στρατηγικών αποφάσεων ονομάζεται Θεωρία Παιγνίων.

Η παρούσα ανάλυση χωρίζεται σε πέντε ενότητες. Στην πρώτη ενότητα γίνεται μια περιληπτική παρουσίαση των βασικών υποθέσεων επί των οποίων εδράζεται η μοντελοποίηση των καταστάσεων στρατηγικής αλληλεπίδρασης. Προσεγγίζουμε τις έννοιες του ορθολογισμού των παικτών (οντότητες λήψης αποφάσεων), της κοινής γνώσης, της στρατηγικής και της συνάρτησης χρησιμότητας. Παρουσιάζονται οι δύο βασικοί τύποι απεικόνισης των μοντέλων μας (στατικά και δυναμικά), που αποτελούν τις «κονίστρες» αλληλεπίδρασης, και αναπτύσσεται η προβληματική αναφορικά με τον τρόπο εύρεσης της βέλτιστης απόκρισης των παικτών στις στρατηγικές των υπολοίπων. Δίνονται τα χαρακτηριστικά και οι ενδιαφέρουσες δυνητικές εκβάσεις καθενός από τα πλέον γνωστά παίγνια στρατηγικής αλληλεπίδρασης, ενώ τρία χαρακτηριστικά υποδείγματα -που δεν αποτελούν προνομιακό πεδίο της θεωρίας παιγνίων αναπτύσσονται- με βάση την ορολογία της.

Στη δεύτερη ενότητα παρουσιάζεται η έννοια της «Ισορροπίας Nash» και εφαρμόζεται στα κλασικά παίγνια που αναπτύχθηκαν στην προηγούμενη ενότητα. Η μη ύπαρξη ισορροπιών σε αμιγείς στρατηγικές σε κάποια παίγνια και η ύπαρξη πολλαπλών ισορροπιών σε κάποια άλλα μας εισάγει στην έννοια των μικτών στρατηγικών. Μοντέλα της μικροοικονομικής θεωρίας αναπτύσσονται με την ορολογία της θεωρίας παιγνίων, ενώ αναζητούμε τη διασύνδεση και τη συσχέτιση των ισορροπιών Nash με τις αποτελεσματικές κατά Pareto εκβάσεις στα κλασικά 2x2 παίγνια.

Στην τρίτη ενότητα εξετάζουμε τις λύσεις που προτάθηκαν για την επίλυση του προβλήματος της απροσδιοριστίας που αναδύεται λόγω των πολλαπλών ισορροπιών Nash σε κάποια παίγνια. Σ' αυτή την ενότητα η παρουσίαση των παιγνίων είναι δυναμική και στο πλαίσιο αυτό αναπτύσσονται τρία-τέσσερα παίγνια που αποτυπώνουν τον ανταγωνισμό των επιχειρήσεων.

Στην επόμενη ενότητα (τέταρτη) αναπτύσσεται το αποτέλεσμα της εργασίας του Nash που αφορά στην προσέγγιση της επίλυσης του διαπραγματευτικού προβλήματος. Παρουσιάζονται και επιλύονται παίγνια διμερών και πολυμερών διαπραγματεύσεων και παίγνια εναλλασσόμενων προσφορών σε πεπερασμένες και μη, περιόδους.

Στην τελευταία ενότητα παρουσιάζονται επαναλαμβανόμενα παίγνια πεπερασμένων και άπειρων γύρων αλληλεπίδρασης, στρατηγικές απειλής και εκφοβισμού καθώς και παίγνια που παρέχουν κίνητρα στους εμπλεκόμενους να απεμπολήσουν ένα βραχυπρόθεσμο άμεσο όφελος προς χάριν ενός υπέρτερου αλλά μακροπρόθεσμου. Τέλος αναδεικνύεται ο μηχανισμός της λήψης αποφάσεων σε καταστάσεις ατελούς πληροφόρησης μέσω δύο γνωστών υποδειγμάτων, ενώ μέσω ενός παραδείγματος εισάγουμε την ανάλυση της εξελικτικής θεωρίας παιγνίων.

Στο Παράρτημα παρουσιάζεται ένα μοντέλο στρατηγικής αλληλεπίδρασης μεταξύ της ελληνοκυπριακής και της τουρκοκυπριακής πολιτικής ηγεσίας που σχετίζεται με το σχέδιο επίλυσης του Κυπριακού Προβλήματος (2002) που έθεσε ενώπιον των εμπλεκόμενων μερών ο τότε γ.γ. του Ο.Η.Ε. Kofi Annan.

Περιεχόμενα

Ενότητα 1 – Βασικοί Ορισμοί και ενδεικτικές δυνατότητες	11
1.1. Εννοιολογικός προσδιορισμός της Θεωρίας Παιγνίων.....	11
1.2. Τι είναι το Παίγνιο.....	12
1.3. Ορθολογισμός και στρατηγική σκέψη	12
1.4. Ταξινόμηση των παιγνίων	13
1.5. Μορφές παρουσίας μιας στρατηγικής αλληλεπίδρασης	15
1.6. Παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή παρουσίασης.....	16
1.7. Διάκριση μεταξύ Στρατηγικής, Στρατηγικού Χώρου και Στρατηγικού Προφίλ.....	18
1.8. Συνάρτηση Χρησιμότητας.....	20
1.9. Το «εγχείρημα της φιλανθρωπίας»	21
1.10. Στρατηγική Μορφή Παρουσίασης ενός παιγνίου.....	22
1.11. Βασικοί Τύποι παιγνίων σε στρατηγική μορφή παρουσίασης	24
1. Matching Pennies	24
2. Παίγνια συνεργασίας (Coordination Games).....	25
3. Το «Δίλημμα των Φυλακισμένων» («Prisoner’s Dilemma»).....	25
4. Το «Παίγνιο Αδιεξόδου»	27
5. Το παίγνιο «Η μάχη των φύλων» (The Battle of Sexes).....	27
6. Το παίγνιο του δειλού («Chicken Game»)	28
7. Το παίγνιο της ασφάλειας («Assurance Game»)	28
8. Το παίγνιο των χοίρων («The pigs game»).....	29
1.12. Κοινή γνώση (Common Knowledge)	29
1.13. Μαθηματικές Πεποιθήσεις και Μικτές Στρατηγικές.....	30
1.14. Αναμενόμενη Απόδοση.....	31
1.15. Διερεύνηση της διαδικασίας επιλογής στρατηγικών.	32
1.15.1. Κυρίαρχη και Κυριαρχούμενη Στρατηγική.....	32
1.15.2. Αποδοτικότητα Στρατηγικών προφίλ.....	35
1.15.3. Βέλτιστη Απόκριση.....	35
1.15.4. Σχέση μεταξύ Κυρίαρχης Στρατηγικής και Βέλτιστης Απόκρισης.....	37
1.15.5. Ασθενώς Κυρίαρχη Στρατηγική.....	39
1.16. Εκλογικευμένες στρατηγικές.....	41
1.17. Το Μοντέλο του H. Hotelling - Το Παίγνιο της Τοποθέτησης.....	45
1.18. Το συνεργατικό παίγνιο	49
1.19. Το παίγνιο της Κοινωνικής Διαμαρτυρίας.....	53
Ενότητα 2 – Μεθοδολογία Εύρεσης των Προφίλ Ισορροπίας.....	58

2.1. Η έννοια της Ισορροπίας Nash (Nash Equilibrium)	58
2.2. Εύρεση της Ισορροπίας Nash σε γνωστούς τύπους παιγνίων.	60
2.3. Αυστηρή Ισορροπία Nash.....	63
2.4. Ισορροπία σε συνεργατικά παίγνια (Partnership Games)	63
2.5. Συνεργασία και Κοινωνική ευημερία.....	64
2.6. Αναποτελεσματικές ισορροπίες.....	65
2.7. Αρμονική Ρύθμιση (Congruous Set).....	65
2.8. Ισορροπία Nash σε μικτές στρατηγικές.	67
2.9. «Lobbing Game», μεταξύ δύο εταιρειών.....	68
2.10. Παράδειγμα εύρεσης μικτών στρατηγικών ισορροπίας στο Ποδόσφαιρο.	70
2.11. Εύρεση μικτής ισορροπίας όταν οι αποδόσεις είναι σε συναρτησιακή μορφή.....	74
2.11.1. Ολιγοπώλιο	74
2.11.2. Bertrand Duopoly Model.....	76
2.11.3. Μοντέλο Bertrand με μικτές στρατηγικές ισορροπίας.....	78
2.12. Ισορροπία Nash σε παίγνιο με μη πεπερασμένο αριθμό παικτών	80
2.13. Γραφική απεικόνιση των αποδόσεων στους κλασικούς τύπους παιγνίων.	81
1. Σύνολο λύσεων στα παίγνια τύπου «Δίλημμα των Φυλακισμένων» (Δ.Φ.)	81
2. Σύνολο λύσεων στα παίγνια τύπου «Αδιεξόδου» (ΑΔ)	83
3. Σύνολο λύσεων στα παίγνια τύπου Battle of Sexes.....	83
4. Σύνολο λύσεων στα παίγνια τύπου Chicken Game	84
5. Σύνολο λύσεων στα παίγνια τύπου Assurance game	85
6. Βελτιστοποίηση κατά Pareto.....	86
7. Ισορροπίες Nash και Nash-Pareto στα 2x2 κλασικά παίγνια.....	87
2.14. Ανταγωνιστικά παίγνια δύο παικτών.....	88
2.15. Στρατηγικές Ασφαλείας (Security Strategy)	89
2.16. Στρατηγική ασφαλείας σε μικτές στρατηγικές.	90
2.17. Εκλογικευμένες στρατηγικές και στρατηγικές ασφαλείας.	92
2.18. Ειδικότερα Θέματα Δυναμικών Παιγνίων.....	93
2.19. Παίγνια σε εκτεταμένη μορφή με άπειρες εναλλακτικές.....	96
2.20. Μοντέλο διαπραγμάτευσης: Ανελαστική προσφορά.....	97
2.21. Ένα τροchioδεικτικό παράδειγμα και μια επισήμανση	100
Ενότητα 3 – Εκλεπτύνσεις στην έννοια της Ισορροπίας Nash	101
3.1. Διαδοχικός Ορθολογισμός και Υποπαίγνια.	101
3.2. Stackelberg Duopoly Game - «Αξιόπιστες απειλές»	102
3.3. Δυναμικά παίγνια ή Παίγνια ακολουθίας (Sequential Games)	103
3.4. Οπισθοβατική Επαγωγή (Backward Induction)	104

3.5. Υποπαίγνια	107
3.6. Η υποπαιγνιακά τέλεια ισορροπία (SPE) στο Stackelberg Duopoly Game.....	111
3.7. Διαρκής Αξία (continuation value)	112
3.8. Η ιδιότητα της μιας απόκλισης (One deviation property)	113
3.9. Αξιολόγηση της ορθολογικότητας των άλλων παικτών.....	113
3.10. Καθορισμός Προσφερόμενης Τιμής.....	114
3.11. Ανταγωνιστικά παίγνια επιχειρήσεων	115
3.11.1 Διαφήμιση και ανταγωνισμός.....	116
3.11.2. Ένα μοντέλο Περιορισμένης Παραγωγικής Δυναμικότητας.....	118
3.11.3. Μονοπωλιακή Ζήτηση (Καθορισμός μονοπωλιακής τιμής).	122
3.11.4. Η πολιτικής της «εγγυημένης τιμής» ως τεχνική προσήλωσης σε υψηλές τιμές.	126
3.11.5. Το πρόβλημα της διττής μεγιστοποίησης	127
Ενότητα 4 – Διαπραγματεύσεις	130
4.1. Απλά παίγνια διαπραγμάτευσης	130
4.2. Διμερείς Διαπραγματεύσεις.....	132
4.2.1 Διαγραμματική απεικόνιση του Συνόλου Διαπραγμάτευσης.....	133
4.2.2. Μεταβιαστικές πληρωμές.....	134
4.2.3. Διαπραγμάτευση Πρόσληψης Εκπαιδευτικού προσωπικού.	137
4.3. Προσδιορισμός της Αξιωματικής Προσέγγισης του Nash.....	140
4.4. Η διαπραγμάτευση τύπου Ronald Coase.....	141
4.5. Διαπραγμάτευση σε παίγνιο με ανελαστική προσφορά.....	144
4.6. Παίγνιο δύο περιόδων με εναλλασσόμενες προσφορές-Συντελεστής προεξόφλησης.	147
4.7. Άπειροι Περίοδοι σε παίγνιο εναλλασσόμενων προσφορών.	152
4.8. Πολυμερής Διαπραγματευτική Συμφωνία.....	153
4.9. Ισορροπίες Διαπραγμάτευσης σε παίγνια με Κοινές Αποφάσεις.....	155
4.10. Κόμβοι Κοινής Απόφασης	156
4.11. Διαπραγματευτική Ισορροπία (Negotiation Equilibrium).....	158
4.12. Διαπραγματευτική Ισορροπία σε παίγνιο τριών παικτών.	161
4.13. Δυναμικές Συμβάσεις.....	164
4.14. Επενδύσεις και ιδιοκτησιακά δικαιώματα.....	170
Ενότητα 5 – Επαναλαμβανόμενα Παίγνια και ο μηχανισμός της Φήμης.....	172
5.1. Διαρκείς σχέσεις και Φήμη.	172
5.2. Επαναλαμβανόμενα Παίγνια Πεπερασμένων Γύρων.....	173
5.3. Απείρω επαναλαμβανόμενα παίγνια.....	179

5.4. Το Κοινό Θεώρημα (Folk Theorem) - Εύρεση του συνόλου αποδόσεων ισορροπίας σε επαναλαμβανόμενα παίγνια.....	184
5.5. Επιεικής Στρατηγική Ενεργοποίησης	189
5.6. Δυναμικό Ολιγοπώλιο και Συμπαιγνία	189
5.7. Το εμπόριο της φήμης.....	192
5.8. Ατελής πληροφόρηση και τυχαία γεγονότα -η συμβολή της φύσης-	195
5.9. Αποστροφή στον κίνδυνο (Risk Aversion).....	203
5.10. Διευθέτηση Κινδύνου.....	206
5.11. Το Μοντέλο Εντολέα – Εντολοδόχου (The Principal-Agent Problem).	207
5.12. Λήψη αποφάσεων με ατελή πληροφόρηση	212
Εισαγωγικά προαπαιτούμενα	212
5.12.2. Η αγορά των μεταχειρισμένων οχημάτων.....	213
5.12.3. Στρατηγική Ψήφος	215
5.13. Εξελικτική θεωρία παιγνίων – Η συμπεριφορά σε έναν Δημόσιο Οργανισμό.....	220
Παράρτημα.....	227
Το Κυπριακό Παίγνιο (2002)	227
Βιβλιογραφία.....	235
Αρθρογραφία	235
Βοηθήματα για Μαθηματικές Συναρτήσεις και θεωρία Πιθανοτήτων	237

Ενότητα 1 – Βασικοί Ορισμοί και ενδεικτικές δυνατότητες

1.1. Εννοιολογικός προσδιορισμός της Θεωρίας Παιγνίων.

Η Θεωρία Παιγνίων είναι η μελέτη της λήψης στρατηγικών αποφάσεων από ορθολογικές οντότητες σε διαδραστικές συνθήκες. Οι αποφάσεις είναι στρατηγικές γιατί είναι αλληλεξαρτώμενες και λαμβάνονται σε ένα πλαίσιο όπου ενυπάρχουν αντικρουόμενα ή/και συνεργατικά συμφέροντα.

Η Θεωρία Παιγνίων είναι, λοιπόν, ένα ολοκληρωμένο σύστημα ιδεών και μαθηματικών προτάσεων που προσεγγίζει ένα ευρύ φάσμα θεματικών περιοχών στις οποίες αναλύονται οι διαδραστικές στρατηγικές αποφάσεις που ελήφθησαν ή πρόκειται να ληφθούν για οικονομικά, πολιτικά και κοινωνικού ενδιαφέροντος θέματα από συγκεκριμένη οπτική γωνία.

Αυστηρότερα, είναι μια μεθοδολογία τυπικής μελέτης καταστάσεων αλληλεπίδρασης. Ως τυπική (formal) νοείται η μαθηματική δόμηση και η λογική συνέπεια των αποφάσεων που λαμβάνονται ή εικάζεται ότι θα ληφθούν από τους εμπλεκόμενους δρώντες στις κατά περίπτωση εξεταζόμενες καταστάσεις. Ως θεωρία είναι συνεκτική, παρέχοντας εκείνα τα εργαλεία που είναι κατάλληλα για τη μελέτη και την ανάλυση της συμπεριφοράς των υποκειμένων, τα οποία αλληλενεργώντας αποσκοπούν στη βελτιστοποίηση της προσδοκώμενης απολαβής που υπόσχεται η αλληλεπίδραση.

Η βελτιστοποίηση αφορά είτε στη μεγιστοποίηση του οφέλους είτε στην ελαχιστοποίηση μιας ανακύπτουσας ζημίας. Η όποια έκβαση, όμως, της όποιας αλληλεπίδρασης, αποτελεί συνδυασμένο αποτέλεσμα των μεμονωμένων αποφάσεων που λαμβάνονται από τις εμπλεκόμενες οντότητες. Έχοντας γνώση του γεγονότος ότι το αποτέλεσμα «συγκαθορίζεται», η κάθε εμπλεκόμενη οντότητα λαμβάνει τις αποφάσεις της υπό το πρίσμα των ενδεχόμενων αποφάσεων που είναι λογικό να λάβουν οι λοιποί εμπλεκόμενοι.

Βέβαια, η πραγματικότητα είναι σύνθετη και οι άνθρωποι, ως άτομα ή ως ομάδες, συχνά παρακινούνται με τρόπους που ακόμα και τα πιο σύνθετα θεωρητικά μοντέλα αδυνατούν να συλλάβουν. Ο φθόνος, η μοιρολατρία, το αίσθημα δικαίου, η αντεκδίκηση, η παρόρμηση κ.α. είναι συναισθηματικοί ή ψυχολογικοί παράγοντες που παρακινούν ή καθοδηγούν την ατομική ή συλλογική δράση. Κάποια απ' αυτά, καθώς και άλλα, ακόμα κι αν είναι δυνατόν να αποτυπωθούν σε ένα στρατηγικό μοντέλο δεν είναι βέβαιο ότι η ύπαρξη ή η έντασή τους μπορεί να εκτιμηθεί στο πλαίσιο της πεποίθησης του αποφασίζοντος για τη συμπεριφορά των άλλων.

Σκοπός της Θεωρίας Παιγνίων, είναι να ερμηνεύσει το γιατί οι ορθολογικοί και ευφυείς δρώντες συμπεριφέρονται με ένα συγκεκριμένο τρόπο, να προβλέψει και να περιγράψει μελλοντικές συμπεριφορές οι οποίες συνάγονται μέσω λογικών και συνεκτικών επαγωγικών συμπερασμάτων, αλλά και να αναδείξει ιδέες, σκέψεις, νοοτροπίες και στρατηγικές που αναπτύσσονται σε καταστάσεις σύγκρουσης ή συνεργασίας.

Πιο λιτά, η θεωρία παιγνίων είναι ένα «ευφύεστατο αφηρημένο μαθηματικό μόρφωμα... που μελετά το πώς λαμβάνονται οι αποφάσεις από αλληλεξαρτώμενες μονάδες λήψης αποφάσεων όταν υφίσταται σύγκρουση συμφερόντων»³.

³ Σολδάτος Γ. (2005), σελ. xiii-xv (πρόλογος Α' έκδοσης)

1.2. Τι είναι το Παίγνιο.

Ένα παίγνιο περιγράφει μια κατάσταση **στρατηγικής αλληλεπίδρασης** στην οποία εμπλέκονται δύο ή περισσότερες (πεπερασμένες ή μη) οντότητες, οι οποίες επιθυμούν, η κάθε μία για τον εαυτό της, τη βελτιστοποίηση του αποτελέσματος που υπόσχεται η συγκεκριμένη αλληλεπίδραση.

Σε μια τέτοια κατάσταση, η επιλογή του ενός εμπλεκόμενου επηρεάζει τις επιλογές των υπολοίπων και η έκβαση, δηλ. το αποτέλεσμα που αποφέρει αυτή η αλληλεπίδραση, συν καθορίζεται από τις επιλογές του κάθε εμπλεκόμενου.

Μια κατάσταση στρατηγικής αλληλεπίδρασης, προϋποθέτει την ύπαρξη έλλογων όντων (ατομικών ή συλλογικών) που λαμβάνουν **ορθολογικές** αποφάσεις, δηλαδή αποφάσεις συνεπείς ως προς ένα σύστημα προτιμήσεων που κάθε μια εμπλεκόμενη οντότητα διαθέτει.

Η επιδίωξη της βελτιστοποίησης του αποτελέσματος που μπορεί να επέλθει από την αλληλεπίδραση αυτή, αφορά κατ' αρχήν στην απολαβή της κάθε μεμονωμένης εμπλεκόμενης οντότητας, χωρίς να αποκλείεται η επιδίωξη της βελτιστοποίησης του κοινού οφέλους όλων των συνεργατικά ή ανταγωνιστικά διακείμενων παικτών.

Τα βασικά συστατικά στοιχεία ενός παιγνίου είναι:

- (α). Οι εμπλεκόμενοι παίκτες (άτομα ή συλλογικότητες)⁴.
- (β). Οι κινήσεις ή ομοίως, οι εναλλακτικές επιλογές που διαθέτει κάθε παίκτης όταν καλείται να λάβει μια απόφαση.
- (γ). Ο χρονισμός των κινήσεων των παικτών.
- (δ). Η διαθέσιμη πληροφόρηση που έχει ο κάθε παίκτης, κάθε φορά που καλείται να λάβει μια απόφαση.
- (ε). Τα αποτελέσματα ή ομοίως, οι αποδόσεις (απολαβές) που λαμβάνει ο κάθε παίκτης σε κάθε ενδεχόμενη έκβαση του παιγνίου.

1.3. Ορθολογισμός και στρατηγική σκέψη

Η έννοια του ορθολογισμού των εμπλεκόμενων σε μια κατάσταση στρατηγικής αλληλεπίδρασης **δεν** ταυτίζεται με την **εγωιστική** συμπεριφορά, όπου ο κάθε παίκτης επιδιώκει τη βελτιστοποίηση της ατομικής του απολαβής και μόνο. Ορθολογικοί μπορεί να είναι και οι **αλτρουιστές** παίκτες, αυτοί που θεωρούν ότι η μεγιστοποίηση της ευημερίας των άλλων δρώντων μπορεί να οδηγήσει στη μεγιστοποίηση και της δικής τους ευημερίας.

Ο ορθολογισμός των παικτών **δεν** σημαίνει κοντόφθαλμη στάθμιση μελλοντικών ωφελειών. Υπάρχουν καταστάσεις στρατηγικής αλληλεπίδρασης, όπου η ορθολογικότητα των παικτών σχετίζεται με την ικανότητά τους να αποστερηθούν ενσυνείδητα ένα άμεσο βραχυπρόθεσμο όφελος προς χάριν ενός μεγαλύτερου μακροπρόθεσμου που προκύπτει ως ανταμοιβή, η οποία παρέχεται από τους άλλους εμπλεκόμενους σ' αυτούς που επέδειξαν αυτοσυγκράτηση και καρτερικότητα.

Επιπλέον, ορθολογισμός **δεν** σημαίνει την αναγκαία προσχώρηση σ' ένα κοινό σύστημα αξιών και πεποιθήσεων όλων των εμπλεκόμενων παικτών σ' ένα παίγνιο. Αντίθετα, ο

⁴ Εννοείται ο αριθμός των παικτών και τα ειδικότερα χαρακτηριστικά τους (άτομα, σωματεία, ομάδες συμφερόντων, επιχειρήσεις, πολιτικά κόμματα, Κυβερνήσεις, υπερεθνικοί θεσμοί κ.λπ.). Στην πορεία της ανάλυσής μας θα ανακαλύψουμε και μια υβριδική και ιδιόμορφη περίπτωση παίκτη, τη «φύση» ή τον «χαρακτήρα» των παικτών.

ορθολογισμός των παικτών κρίνεται από την ικανότητα του καθενός να λειτουργεί (να σκέφτεται και να αποφασίζει) χωρίς αντιφάσεις στο πλαίσιο του δικού του αξιακού συστήματος.

Έτσι, ανεξάρτητα από τις ειδικότερες προτιμήσεις και τις πεποιθήσεις ενός παίκτη, εκείνο που απαιτεί η θεωρία Παιγνίων, προκειμένου να μπορεί να συνεισφέρει στην ανάλυση μιας κατάστασης στρατηγικής αλληλεπίδρασης, είναι αυτές οι προτιμήσεις να είναι **πλήρεις, μεταβατικές** και να συμμορφώνονται με τα αξιώματα του **λογισμού των πιθανοτήτων**.

Ως **πλήρεις** νοούνται οι πεποιθήσεις ενός παίκτη όταν αυτός είναι σε θέση να προτιμά μια εναλλακτική επιλογή έναντι μιας άλλης ή να είναι συνειδητά αδιάφορος μεταξύ κάποιων διαθέσιμων εναλλακτικών που δύναται να επιλέξει. Οι αντιφατικές⁵ προτιμήσεις διαρρηγνύουν την απαίτηση της πληρότητας.

Η **μεταβατικότητα** των προτιμήσεων απαιτεί από έναν παίκτη που προτιμά μια εναλλακτική A έναντι μια άλλης B, και την B έναντι της Γ, τότε **απαραιτήτως** ο παίκτης αυτός να προτιμά αυστηρά την A έναντι της Γ.

Η πληρότητα και η μεταβατικότητα αφορούν στη συμπεριφορά ενός ορθολογικού παίκτη σε *καθεστώς βεβαιότητας*, ενώ η συμμόρφωση με τα αξιώματα του λογισμού πιθανοτήτων αφορούν στη συμπεριφορά ενός ορθολογικού παίκτη σε *καθεστώς αβεβαιότητας*⁶.

Ορθολογικός, λοιπόν, είναι ο *ευφυής*⁷ παίκτης που λαμβάνει εκείνες τις αποφάσεις που εξυπηρετούν με τον καλύτερο τρόπο τους στόχους που έχει θέσει σε μια κατάσταση στρατηγικής αλληλεπίδρασης. Έτσι, κάθε παίκτης σ' ένα παίγνιο είναι σε θέση να διατάξει πλήρως με αύξουσα σειρά ωφέλειας όλες τις πιθανές αποδόσεις για τον ίδιο και να επιλέξει τη στρατηγική που θα τον οδηγήσει στην έκβαση που του αποφέρει τη μεγαλύτερη δυνατή ωφέλεια, με δεδομένη την πεποίθησή του ότι και οι άλλοι εμπλεκόμενοι λειτουργούν, σκέφτονται και αποφασίζουν *ορθολογικά*.

Συνεπώς, ο ορθολογικός παίκτης που εμπλέκεται σε μια κατάσταση στρατηγικής αλληλεπίδρασης σκέφτεται *στρατηγικά*. Αυτό σημαίνει ότι πριν λάβει μια απόφαση λαμβάνει υπόψη του ό,τι γνωρίζει και ό,τι αναμένει σε σχέση με τις επιλογές και τις προτιμήσεις των άλλων παικτών.

1.4. Ταξινόμηση των παιγνίων

Μια βασική κατηγορία διάκρισης των παιγνίων είναι σε **συνεργατικά** (cooperative games) και **μη-συνεργατικά** (non-cooperative) παίγνια.

Στα συνεργατικά, οι εμπλεκόμενοι παίκτες έχουν τη δυνατότητα να συνεργαστούν κάνοντας δεσμευτικές συμφωνίες μεταξύ τους για τις στρατηγικές που θα ακολουθήσουν.

Στα μη-συνεργατικά, οι δεσμευτικές συμφωνίες μεταξύ των παικτών δεν είναι εφικτές και ο κάθε παίκτης λαμβάνει τις αποφάσεις του χωρίς να έχει την ευχέρεια συνεννόησης με τους υπολοίπους.

⁵ Η σύζευξη μιας πρότασης και της άρνησής της αποτελεί μια καθαρή αντίφαση.

⁶ Για μια αυστηρή εννοιολόγηση της *ορθολογικότητας* και του *ορθολογικού παίκτη*, **Τσεμπελής Γ.** (2004), σελ. 27-77

⁷ Στις αυστηρές υποθέσεις της θεωρίας υπάγεται η υπόρρητη απαίτηση του *ευφυούς παίκτη*. Ως τέτοιος νοείται ο παίκτης που έχει την ικανότητα να εκτελεί κάθε μαθηματικό υπολογισμό που είναι απαραίτητος για τον προσδιορισμό των αναμενόμενων αποδόσεων του παίγνιου.

Κάποια άλλα χαρακτηριστικά των παιγνίων επιτρέπουν την ειδικότερη ταξινόμησή τους βάσει:

(α) Του αριθμού των παικτών.

Υπάρχουν παίγνια δύο ($n = 2$) ή περισσότερων ($n > 2$) εμπλεκόμενων οντοτήτων. Σε κάποια παίγνια περισσότερων των δύο οντοτήτων είναι εφικτός ο σχηματισμός συνασπισμών.

(β) Της σειράς λήψης των αποφάσεων.

Ως **δυναμικά παίγνια** (ή **παίγνια ακολουθίας**) χαρακτηρίζονται εκείνα στα οποία οι παίκτες αλληλεπιδρούν με μια προκαθορισμένη σειρά, και αυτή η σειρά -ή μια δεδομένη σειριακή αλληλουχία των κινήσεων των παικτών- είναι σημαντική για την έκβαση του παιγνίου.

Αντίθετα, στα **στατικά παίγνια** η σειρά λήψης των στρατηγικών αποφάσεων δεν έχει σημασία στην έκβαση του παιγνίου.

(γ) Του αριθμού των διαθέσιμων στρατηγικών.

Πεπερασμένα χαρακτηρίζονται τα παίγνια στα οποία οι εμπλεκόμενοι παίκτες έχουν έναν πεπερασμένο αριθμό διαθέσιμων εναλλακτικών στρατηγικών, ενώ **μη-πεπερασμένα ή απειροπαίγνια** χαρακτηρίζονται εκείνα που ο αριθμός των διαθέσιμων εναλλακτικών στρατηγικών είναι άπειρος.

Σε κάποια παίγνια υποτίθεται ότι ο αριθμός των εμπλεκόμενων παικτών είναι μη-πεπερασμένος, και ως εκ τούτου και αυτά χαρακτηρίζονται ως απειροπαίγνια.

(δ) Της διαθέσιμης πληροφόρησης των παικτών.

Έχουμε τα **πλήρους** (complete) και **μη-πλήρους** (incomplete) πληροφόρησης, όπου ο διαχωρισμός αυτός αφορά κυρίως τα στατικά παίγνια, καθώς και τα **τέλειες** (perfect) και **ατελούς** (imperfect) πληροφόρησης, που αφορά στα δυναμικά παίγνια.

Η πληροφόρηση δεν είναι πλήρης όταν ένας τουλάχιστον εμπλεκόμενος δεν γνωρίζει ποια είναι η απόδοση ενός, τουλάχιστον, άλλου εμπλεκόμενου.

Τέλεια είναι η πληροφόρηση όταν σε κάθε σημείο κίνησης του παιγνίου, ο παίκτης που έχει σειρά να κινηθεί γνωρίζει όλη την *ιστορία του παιγνίου*, δηλ. όλες τις προηγούμενες και όλες τις τρέχουσες επιλογές καθώς και τις αποδόσεις τους.

(ε) Των χαρακτηριστικών των τιμών (ή συναρτήσεων) απολαβής

Στα **παίγνια σταθερού αθροίσματος** το αλγεβρικό άθροισμα των απολαβών των παικτών σε κάθε ενδεχόμενη έκβαση είναι σταθερό. Ειδικότερη περίπτωση αυτής της κατηγορίας παιγνίων είναι τα παίγνια **μηδενικού αθροίσματος** στα οποία το κέρδος του ενός εμπλεκόμενου είναι ίσο με την απώλεια (ζημία) του άλλου, και συνεπώς τα παίγνια αυτά είναι πλήρως ανταγωνιστικά.

Στα παίγνια **μη-μηδενικού αθροίσματος** υπάρχουν τόσο στοιχεία ανταγωνισμού όσο και συνεργασίας.

(στ) Του αριθμού των επαναλήψεων.

Έχουμε παίγνια που παίζονται μόνο μια φορά (άπαξ, σε μια περίοδο) και παίγνια που παίζονται **επαναλαμβανόμενα** (σε πολλές περιόδους). Τα επαναλαμβανόμενα διακρίνονται περεταίρω σε **πεπερασμένου αριθμού περιόδων** και σε **απείρως επαναλαμβανόμενα παίγνια**.

Επιπλέον ταξινομήσεις ή κατηγοριοποιήσεις παιγνίων προκύπτουν από τους εφικτούς συνδυασμούς των ανωτέρω διακρίσεων. Μια συνήθης διάκριση γίνεται μεταξύ τεσσάρων βασικών κατηγοριών⁸:

- (α) Στατικά παίγνια πλήρους πληροφόρησης
- (β) Δυναμικά παίγνια πλήρους πληροφόρησης
- (γ) Στατικά παίγνια μη πλήρους πληροφόρησης, και
- (δ) Δυναμικά παίγνια μη πλήρους πληροφόρησης.

Μια παράμετρος των ταξινομήσεων και των κατηγοριοποιήσεων των παιγνίων είναι και σε εκείνα στα οποία έχει ειδικότερο ενδιαφέρον το είδος της ακολουθούμενης στρατηγικής, αν δηλαδή είναι **αμιγής ή μικτή**.

Ως ειδικότερη κατηγορία θα εξεταστούν στην παρούσα ανάλυση τα παίγνια **των διμερών διαπραγματεύσεων**.

Εντελώς ενδεικτικά αναφέρεται και η ταξινόμηση των παιγνίων σε σταθερών και μεταβλητών κανόνων, ενώ μια πολύ ενδιαφέρουσα «κατηγορία» παιγνίων είναι και τα **εμφωνευμένα παίγνια**⁹ που αποτελούν ένα νέο χρήσιμο εργαλείο ανάλυσης των πολιτικών αποφάσεων και των θεσμικών επιλογών.

1.5. Μορφές παρουσίας μιας στρατηγικής αλληλεπίδρασης

Ένα παίγνιο μπορεί να παρουσιαστεί είτε σε **εκτεταμένη μορφή** (extensive form) είτε σε **κανονική** (normal) ή ομοίως **στρατηγική μορφή**. Τα διάφορα χαρακτηριστικά ενός παιγνίου, όπως ο αριθμός των παικτών, η πληροφόρηση που έχουν οι παίκτες, ο χρονισμός των κινήσεων ή η σειρά λήψης των αποφάσεων κ.ά. καθορίζουν κάθε φορά την καταλληλότερη μορφή παρουσίασης για την εξυπηρέτηση των σκοπών παρουσίασης και ανάλυσης της κατάσταση στρατηγικής αλληλεπίδρασης.

Στην **εκτεταμένη μορφή** παρουσίασης ενός παιγνίου, ένα «δένδρο» λήψης στρατηγικών αποφάσεων, όπως αποκαλείται, αναπαριστά τα χαρακτηριστικά της αλληλεπίδρασης. Το δένδρο είναι ένα σύνολο από **κόμβους** και **κλάδους**. Οι κόμβοι αναπαριστούν σημεία όπου λαμβάνονται αποφάσεις και για το λόγο αυτό καλούνται και κόμβοι λήψης αποφάσεων (decision nodes), ενώ οι κλάδοι («κλαδιά») αναπαριστούν τις εναλλακτικές δράσεις που έχουν στη διάθεσή τους οι παίκτες.

Σ' ένα παίγνιο, κάποιοι κόμβοι απόφασης έχουν ειδικότερους «ρόλους». Έτσι, ο κόμβος από τον οποίο εκκινεί ένα παίγνιο λέγεται **αρχικός κόμβος** (initial node) ή ομοίως **ρίζα** (root), και κάθε παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή έχει **μόνο** έναν αρχικό κόμβο. Κάθε κόμβος που δεν είναι κόμβος απόφασης και, προφανώς, δεν είναι ο αρχικός κόμβος, καλείται **τερματικός κόμβος**. Σ' ένα παίγνιο υπάρχουν πολλοί τερματικοί κόμβοι, οι οποίοι αναπαριστούν τα σημεία λήξης του παιγνίου και στους οποίους φαίνονται οι απολαβές (αποδόσεις) των παικτών.

⁸ Τη διάκριση αυτή ακολουθεί στην ανάλυσή του ο Σολδάτος Γ. (2005)

⁹ **Τσεμπελής Γιώργος**, Εμφωλευμένα Παιγνια -Η Ορθολογική Επιλογή στη Συγκριτική Πολιτική, εκδόσεις Παπαζήση, Αθήνα, 2004

Μια μοναδική ακολουθία από κόμβους και κλάδους αποτελεί ένα «μονοπάτι» που οδηγεί αποκλειστικά σε έναν τελικό κόμβο. Έτσι, υπάρχει μια σχέση ένα-προς-ένα μεταξύ ενός μονοπατιού και του κάθε τελικού κόμβου.

Κάθε κόμβος απόφασης, εμπεριέχει και ένα σύνολο από πληροφορίες για τον παίκτη (ή τους παίκτες) που βρίσκεται σ' αυτόν. Μια συγκεκριμένη πληροφόρηση ενδέχεται να βρίσκεται αποκλειστικά σ' έναν κόμβο, και τότε αυτός ο κόμβος αποτελεί ένα **μονομελές σύνολο πληροφόρησης**. Ενδέχεται, όμως, ένα σύνολο πληροφόρησης να περιλαμβάνει περισσότερους κόμβους. Όταν στον ίδιο κόμβο ή στο ίδιο σύνολο πληροφόρησης βρίσκονται περισσότεροι παίκτες, τότε λέμε ότι ο συγκεκριμένος κόμβος είναι **κοινός κόμβος** ή κοινό σύνολο πληροφόρησης, αντίστοιχα.

Στην εκτεταμένη ή ομοίως **εκτατική** μορφή παρουσίασης¹⁰, αναπαρίστανται: (α) οι εμπλεκόμενοι παίκτες (ο αριθμός τους και η ταυτότητά τους), (β) οι διαθέσιμες εναλλακτικές επιλογές που έχουν καθ' όλη την εξέλιξη της αλληλεπίδρασης, (γ) ο χρονισμός των κινήσεων των παικτών, (δ) η πληροφόρηση που έχει κάθε παίκτης σχετικά με την ιστορία του παιγνίου μέχρι εκείνη την «στιγμή» αλλά και τα μελλοντικά ενδεχόμενα, και (ε) η απόδοση του κάθε παίκτη για κάθε συνδυασμό κινήσεων απ' όλους τους παίκτες.

Η εκτεταμένη μορφή αναπαράστασης ενός παιγνίου παρουσιάστηκε αρχικά από τους J. von Neumann and O. Morgenstern¹¹ και μια περισσότερο οικεία μορφή στα σύγχρονα χαρακτηριστικά παρουσίασης δόθηκε από τους H. Kuhn και A. Tucker¹².

Πριν δούμε τα χαρακτηριστικά ενός παιγνίου σε στρατηγική μορφή παρουσίασης, θα δώσουμε ένα παράδειγμα εκτεταμένης μορφής παρουσίασης.

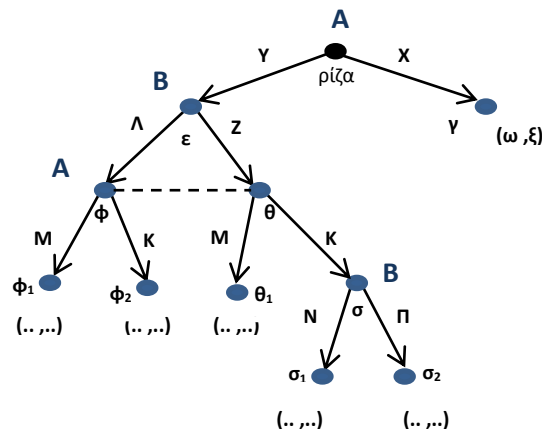
1.6. Πάινιο σε εκτεταμένη μορφή παρουσίασης.

Έστω, το κατωτέρω πάινιο δύο παικτών (παίκτης A και παίκτης B) όπου αρχικά ο παίκτης A επιλέγει μια εκ των εναλλακτικών επιλογών που διαθέτει (X ή Y). Ο παίκτης B παρατηρεί την επιλογή του A, και έτσι γνωρίζει σε ποιο κόμβο απόφασης τον έχει οδηγήσει αυτή επιλογή. Ο παίκτης B, δηλαδή, γνωρίζει αν ο A έχει επιλέξει Y και συνεπώς ο ίδιος βρίσκεται στον κόμβο ε ή αν έχει επιλέξει X όποτε βρίσκεται στον κόμβο γ. Αν η απόφαση του A είναι X, τότε το πάινιο ολοκληρώνεται και οι δύο παίκτες λαμβάνουν τις αποδόσεις του διανύσματος (ω,ξ). Στο διάνυσμα απόδοσης, οι αποδόσεις των παικτών απεικονίζονται κατά τη σειρά της κίνησής τους. Έτσι ο παίκτης A λαμβάνει ω και ο παίκτης B λαμβάνει ξ.

¹⁰ Σολδάτος Γ. (2005), σελ. 82, ο οποίος προτιμά τον όρο *εκτατική* μορφή παρουσίασης.

¹¹ J. von Neumann and O. Morgenstern (1944)

¹² **H. W. Kuhn**, Extensive Games and the Problem of Information, in Contributions to the Theory of Games, Vol. II (Annals of Mathematics Studies, 28), ed. **H. W. Kuhn** και **A. W. Tucker** (Princeton, NJ: Princeton University Press, 1953), pp. 193–216. Αναφέρεται στο J. Watson (2013) σελ. 10.



Διάγραμμα 1 –Παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή παρουσίασης

Αν στη **ρίζα** του «δένδρου» ο παίκτης A είχε λάβει την απόφαση Y, τότε ο παίκτης B θα βρίσκεται στον κόμβο ϵ και θα πρέπει να επιλέξει μεταξύ των εναλλακτικών Λ και Z . Ο παίκτης A μετά την απόφαση του B, επειδή δεν μπορεί να γνωρίζει ποια είναι αυτή, θα βρεθεί είτε στον κόμβο ϕ είτε στον κόμβο θ και θα κληθεί να λάβει μια απόφαση μεταξύ των εναλλακτικών K και M χωρίς να γνωρίζει (χωρίς να έχει πληροφόρηση) για την «κίνηση» του B. Αυτή η *ελλιπής πληροφόρηση* του παίκτη A στο συγκεκριμένο στάδιο εξέλιξης του παιχνιδιού υποδεικνύεται από τη διακεκομμένη γραμμή που συνδέει τους κόμβους ϕ και θ . Έτσι, οι δύο αυτοί κόμβοι αποτελούν ένα ενιαίο σύνολο πληροφόρησης για τον παίκτη A. Όταν λοιπόν βρεθεί σ' αυτό το σύνολο πληροφόρησης (διμελές σύνολο πληροφόρησης) και εφόσον επιλέξει M τότε το παίγνιο ολοκληρώνεται με τις αποδόσεις που αποφέρει καθένας εκ των τερματικών κόμβων ϕ_1 ή θ_1 . Τότε, «αποκαλύπτεται» (γίνεται γνωστή) και η επιλογή του B στον κόμβο ϵ . Έτσι, αν ο B επέλεξε Λ τότε ο τερματικός κόμβος είναι ο ϕ_1 , ενώ αν επέλεξε Z τότε ο τερματικός κόμβος είναι ο θ_1 .

Αν ο παίκτης A στο διμελές σύνολο πληροφόρησης επιλέξει K τότε υπάρχουν δύο ενδεχόμενα: (i) στην περίπτωση που ο B στον κόμβο ϵ επέλεξε Λ , τότε το παίγνιο ολοκληρώνεται με τις αποδόσεις που δίνει ο κόμβος ϕ_2 , (ii) στην περίπτωση που ο B στον κόμβο ϵ επέλεξε Z , τότε το παίγνιο οδηγείται στον κόμβο σ , όπου ο B καλείται να αποφασίσει μεταξύ των εναλλακτικών Π και N και αναλόγως της επιλογής του το παίγνιο ολοκληρώνεται είτε στον τερματικό κόμβο σ_1 είτε στον τερματικό κόμβο σ_2 με τις αντίστοιχες αποδόσεις.

Σημειώνεται ότι όταν ο παίκτης B βρεθεί στον κόμβο σ (μονομελές σύνολο πληροφόρησης) γνωρίζει όλη την «ιστορία» του παιχνιδιού, δηλ. ότι ακολουθήθηκε το «μονοπάτι» Y, Z, K και επιπλέον γνωρίζει τις αποδόσεις που αποφέρουν οι εναλλακτικές του επιλογές (δηλ. Π ή N) και στους δύο εμπλεκόμενους.

Κάθε παίγνιο που παρουσιάζεται σε εκτεταμένη μορφή δεν είναι απαραίτητο να αντικατοπτρίζει μια στρατηγική κατάσταση σε απόλυτη χρονολογική σειρά. Με άλλα λόγια η χρονολογική αλληλουχία δεν αποτελεί προϋπόθεση για τη χρήση της εκτεταμένης μορφής παρουσίασης ενός παιχνιδιού. Έτσι, στο υπόδειγμά μας, όταν ο παίκτης A βρεθεί στο διμελές σύνολο πληροφόρησης (κόμβοι ϕ και θ) δεν σημαίνει κατά λογική αναγκαιότητα ότι θα πρέπει πρώτα να λάβει την απόφασή του ο B στον κόμβο ϵ και κατόπιν αυτός (δηλ. ο A) να αποφασίσει μεταξύ K και M . Τίποτα δεν αποκλείει οι αποφάσεις, σε αυτά τα σύνολα πληροφόρησης που έχει ο κάθε παίκτης, να είναι ταυτόχρονες. Αυτός άλλωστε μπορεί να είναι και ένας από τους λόγους της ατελούς πληροφόρησης που έχει το εν λόγω υπόδειγμα. Όμως, στον κόμβο σ υπάρχει αυστηρή χρονική αλληλουχία κάτι που σημαίνει ότι το παίγνιο

δεν μπορεί να οδηγηθεί στον εν λόγω κόμβο αν πρώτα δεν έχουν λάβει τις κατάλληλες αποφάσεις¹³ και οι δύο παίκτες στις προγενέστερες φάσεις εξέλιξης του παιγνίου.

Η παρουσίαση μιας κατάστασης στρατηγικής αλληλεπίδρασης σε εκτεταμένη μορφή βοηθάει στο να αντιληφθούμε το εύρος και την έννοια των **στρατηγικών επιλογών**. Αυτές, γίνονται από τους παίκτες γιατί **προτιμούν** κάποια συγκεκριμένη έκβαση του παιγνίου σε σχέση με άλλες ενδεχόμενες εκβάσεις. Η προτίμηση σχετίζεται με την απόδοση που λαμβάνει ο παίκτης από μια δεδομένη έκβαση του παιγνίου. Έτσι, έχοντας κατατάξει τις προτιμήσεις του ένας παίκτης προτιμά να ολοκληρωθεί το παίγνιο σε έναν συγκεκριμένο τερματικό κόμβο που του παρέχει υψηλότερη απολαβή (απόδοση, χρησιμότητα) απ' ό,τι σε άλλους με μικρότερες απολαβές. Όμως, στο παίγνιο δεν παίζει μόνος του. Στις διάφορες φάσεις εξέλιξης του λαμβάνουν αποφάσεις και οι άλλοι εμπλεκόμενοι που έχουν τις δικές τους προτιμήσεις ως προς την τελική έκβαση του παιγνίου.

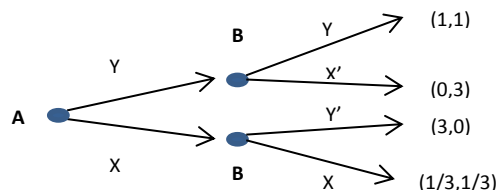
Έτσι, ο κάθε εμπλεκόμενος όταν καλείται να λάβει μια απόφαση γνωρίζει ότι επηρεάζει την έκβαση του παιγνίου αλλά δεν την καθορίζει αναπόδραστα. Επειδή, λοιπόν, η τελική έκβαση του παιγνίου καθορίζεται από την αλληλεξάρτηση των αποφάσεων των παικτών, οι τελευταίες δεν αποτελούν απλές επιλογές, αλλά **στρατηγικές** επιλογές. Είναι επιλογές (αποφάσεις) που σχετίζονται τόσο με τις δικές τους προτιμήσεις όσο και με τις προτιμήσεις των άλλων εμπλεκόμενων.

1.7. Διάκριση μεταξύ Στρατηγικής, Στρατηγικού Χώρου και Στρατηγικού Προφίλ.

Η **Στρατηγική** είναι ένα ολοκληρωμένο σχέδιο δράσεων για έναν παίκτη στο παίγνιο.

Μια **στρατηγική** ενός παίκτη περιγράφει τις ενέργειες που θα κάνει **σε κάθε** κόμβο απόφασης (δηλ. σε κάθε σημείο λήψης μιας απόφασης), που τον αφορά. Πολλοί θεωρητικοί των παιγνίων αρέσκονται στο να αναφέρουν τη στρατηγική ως ένα πλήρες σχέδιο δράσης, μια «συνταγή» ή μια «λίστα ενεργειών» που θα δύναται να ακολουθήσει ο παίκτης σε κάθε φάση εξέλιξης του παιγνίου.

Έστω, λοιπόν, το κατωτέρω παίγνιο τιμολογιακού ανταγωνισμού:



Διάγραμμα 2 – Παιγνιο Τιμολογιακού Ανταγωνισμού

Η **επιχείρηση Α** καλείται να επιλέξει την τιμολογιακή της πολιτική για το προϊόν της, το οποίο είναι ανταγωνιστικό του αντίστοιχου προϊόντος που παράγει η επιχείρηση **Β**.

Ομοίως, η **επιχείρηση Β**, γνωρίζοντας την επιλογή της Α, καλείται να επιλέξει τη δική της τιμολογιακή πολιτική.

Από το ανωτέρω δέντρο λήψης στρατηγικών αποφάσεων, φαίνεται ότι η **επιχείρηση Α** έχει δύο διαθέσιμες εναλλακτικές επιλογές: είτε θα επιλέξει **Υ**: Υψηλή Τιμή για το προϊόν της, είτε **Χ**: Χαμηλή Τιμή.

Η **επιχείρηση Β** έχει τέσσερις διαθέσιμες εναλλακτικές επιλογές: **Υ**: Υψηλή Τιμή, **Υ'**: λιγότερο Υψηλή (με $Y > Y'$), **Χ**: Χαμηλή, **Χ'**: λιγότερο χαμηλή (με $X > X'$). Συνολικά ισχύει: $Y > Y' > X > X'$.

¹³ Με την έννοια, των αποφάσεων που οδηγούν σ' αυτό τον κόμβο.

Οι διαθέσιμες στρατηγικές για την **επιχείρηση Α** συμβολίζονται, με αμιγώς μαθηματικούς όρους, ως: $S_A = \{Y, X\}$,
 Ενώ οι διαθέσιμες στρατηγικές για την **επιχείρηση Β** είναι: $S_B = \{YY', YX, X'Y', X'X\}$.

Το σύνολο των διαθέσιμων εναλλακτικών στρατηγικών του κάθε παίκτη (εν προκειμένω, της κάθε επιχείρησης) καλείται **στρατηγικός χώρος** του παίκτη.

Έτσι, ο **στρατηγικός χώρος** του όποιου παίκτη (έστω, i) συμμετέχει σε ένα παίγνιο αποτελεί ένα σύνολο από εναλλακτικές στρατηγικές (συμβολίζεται ως S_i) που έχει στη διάθεσή του ο παίκτης αυτός για τη συγκεκριμένη κατάσταση στρατηγικής αλληλεπίδρασης στην οποία έχει εμπλακεί.

Η κάθε μεμονωμένη στρατηγική που επιλέγει ο παίκτης από το στρατηγικό του χώρο, συμβολίζεται με s και εξορισμού: $s \in S_i$ (δηλ. η επιλεγθείσα στρατηγική οφείλει να υπάγεται/ανήκει στο σύνολο των διαθέσιμων εναλλακτικών επιλογών του συγκεκριμένου παίκτη).

Έτσι, λοιπόν, η **επιχείρηση Α** μπορεί να επιλέξει είτε τη στρατηγική $s_1 = Y$, με $s_1 \in S_A$, είτε τη στρατηγική $s_2 = X$, με $s_2 \in S_A$

Αντίστοιχα, η **επιχείρηση Β** μπορεί να επιλέξει μεταξύ των στρατηγικών: (α) $s_1 = YY'$, (β) $s_2 = YX'$, (γ) $s_3 = X'Y'$ ή (δ) $s_4 = X'X$, με $s_{1,...,4} \in S_B$.

Για την επιχείρηση Β, η ανωτέρω μαθηματική αποτύπωση της στρατηγικής $s_4 = X'X$, σημαίνει ότι όταν βρεθεί στον κόμβο απόφασης που την αφορά (κόμβος Β), θα επιλέξει X' αν η επιχείρηση Α έχει επιλέξει Y , και X αν η επιχείρηση Α έχει επιλέξει X .

Το **στρατηγικό προφίλ του παιγνίου**, είναι το σύνολο των διαθέσιμων στρατηγικών όλων των παικτών που συμμετέχουν στο παίγνιο.

Προσδιορίζεται από το καρτεσιανό γινόμενο του στρατηγικού χώρου κάθε παίκτη που συμμετέχει στο παίγνιο και συμβολίζεται: $S = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n$

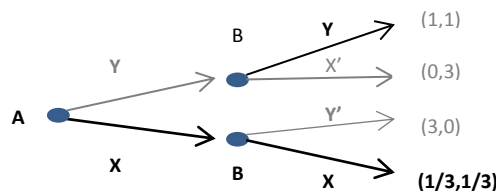
Στο παράδειγμά μας, έχουμε ότι ο στρατηγικός χώρος της **επιχείρησης Α** είναι $S_A = \{Y, X\}$, και ο στρατηγικός χώρος της **επιχείρησης Β** είναι: $S_B = \{YY', YX, X'Y', X'X\}$,

Άρα, το **συνολικό στρατηγικό προφίλ του παιγνίου**, είναι:

$$S = S_A \times S_B = \{(Y, YY'), (Y, YX), (Y, X'Y'), (Y, X'X), (X, YY'), (X, YX), (X, X'Y'), (X, X'X)\}, \text{ ή ομοίως } \\ \{(s_1, s_1), (s_1, s_2), (s_1, s_3), (s_1, s_4), (s_2, s_1), (s_2, s_2), (s_2, s_3), (s_2, s_4)\}$$

Ένα **μεμονωμένο στρατηγικό προφίλ** (ή αλλιώς, μια ενδεχόμενη έκβαση του παιγνίου) είναι ένα μεμονωμένο ενδεχόμενο, το οποίο καθορίζεται από την αλληλεπίδραση των στρατηγικών που επιλέγουν οι παίκτες βάσει των προτιμήσεών τους.

Έτσι, μια ενδεχόμενη **έκβαση** (δηλ. ένα μεμονωμένο στρατηγικό προφίλ) στο παίγνιο του παραδείγματός μας, είναι η $s = (X, YX) \in S$. Η εν λόγω έκβαση απεικονίζεται στο δέντρο αποφάσεων ως εξής:



Διάγραμμα 3

Αν το στρατηγικό προφίλ (X, YX) αποτελεί την έκβαση του παιγνίου, τότε σημαίνει ότι η επιχείρηση A επέλεξε χαμηλή τιμολογιακή πολιτική (X) και η επιχείρηση B απάντησε με ομοίως χαμηλή τιμολογιακή πολιτική. Το αποτέλεσμα (η απόδοση ή ομοίως η χρησιμότητα), που αποκομίζουν απ' αυτή την αλληλεπίδραση με την συγκεκριμένη έκβαση, είναι $1/3$ για την πρώτη και $1/3$ για την δεύτερη επιχείρηση.

Πρέπει να αναφερθεί η περίπτωση όπου έχουμε **περισσότερους παίκτες** και θέλουμε να διαχωρίσουμε τη **στρατηγική** του παίκτη i (s_i) από τις στρατηγικές όλων των άλλων παικτών $- i$ (s_{-i}).

Έτσι, αν η στρατηγική του παίκτη i είναι s_i , οι στρατηγικές όλων των άλλων παικτών είναι:

$$s_{-i} = (s_1, s_2, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n)$$

Παράδειγμα:

Έστω ότι έχουμε ένα παίγνιο τριών παικτών και ένα από τα εφικτά στρατηγικά προφίλ είναι: $s = (X, Y, Z)$, δηλ. η στρατηγική του πρώτου παίκτη (s_1) είναι X, του δεύτερου (s_2) Y, και του τρίτου (s_3) Z.

Οι στρατηγικές όλων των άλλων παικτών, εκτός του παίκτη 1, είναι $s_{-1} = (Y, Z)$, ενώ

οι στρατηγικές όλων των άλλων παικτών, εκτός του παίκτη 2, είναι $s_{-2} = (X, Z)$, κ.ο.κ.

1.8. Συνάρτηση Χρησιμότητας.

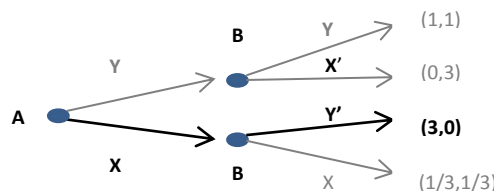
Η χρησιμότητα είναι η ωφέλεια (ομοίως, απόδοση ή ικανοποίηση) που πρόκειται να λάβει ένας παίκτης από μια ενδεχόμενη (ή την τελική) έκβαση ενός παιγνίου.

Για κάθε παίκτη i , που συμμετέχει σε ένα παίγνιο, ορίζεται μια συνάρτηση (u_i)

$u_i : S \rightarrow R$ (συνάρτηση της οποίας το **πεδίο ορισμού** της είναι το συνολικό στρατηγικό προφίλ του παιγνίου –δηλ. το καρτεσιανό γινόμενο του στρατηγικού χώρου κάθε παίκτη- και της οποίας το **πεδίο τιμών** είναι το σύνολο των πραγματικών αριθμών),

έτσι ώστε για κάθε μεμονωμένο στρατηγικό προφίλ του παιγνίου, $s \in S$ -που οι παίκτες αλληλεπιδρώντας επιλέγουν- η $u_i(s)$ είναι η απόδοση (ωφέλεια - χρησιμότητα¹⁴) που λαμβάνει ο παίκτης i .

Στο παράδειγμα του παιγνίου της τιμολογιακής πολιτικής μεταξύ των επιχειρήσεων A και B, ένα μεμονωμένο προφίλ στρατηγικής είναι το $s = (X, X'Y')$, με $s \in S$ και με απόδοση (3,0). Έτσι, η ωφέλεια που θα αποκομίσει η επιχείρηση A επιλέγοντας τη στρατηγική X, εφόσον η επιχείρηση B επιλέξει τη στρατηγική X'Y', είναι τρεις (3) μονάδες (ωφέλειας / χρησιμότητας), ενώ η επιχείρηση B σε αυτό το προφίλ στρατηγικής δεν αποκομίζει καμία μονάδα ωφέλειας (0).

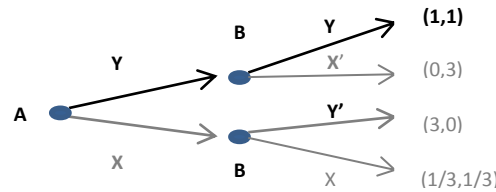


Διάγραμμα 4

Αν η επιχείρηση A επιλέξει τη στρατηγική Y και η επιχείρηση B απαντήσει με τη στρατηγική Y', το μεμονωμένο προφίλ στρατηγικής είναι το $s = (Y, Y')$, με $s \in S$ και παρέχει απόδοση (1,1). Έτσι, αν η επιχείρηση A επιλέξει την Υψηλή Τιμή για το προϊόν και η

¹⁴ Μια περιεκτικότερη προσέγγιση της έννοιας της χρησιμότητας θα αναπτυχθεί στη συνέχεια της ανάλυσής μας.

επιχείρηση B, παρατηρώντας την επιλογή που έκανε η A, αποφασίζει να τιμολογήσει ομοίως με Υψηλή Τιμή, το παίγνιο οδηγείται στον **πρώτο Τερματικό Κόμβο**, όπου η απόδοση που αποκομίζουν οι επιχειρήσεις είναι από μία (1) μονάδα ωφέλειας [δηλ. (1,1)].



Διάγραμμα 5

Σημειώνεται ότι το παίγνιο θα είχε ακριβώς την ίδια έκβαση αν, με δεδομένη την επιλογή της στρατηγικής Y από την A επιχείρηση, η B αντί να επιλέξει τη στρατηγική Y' επέλεγε τη στρατηγική YX.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί οι αποδόσεις, είτε δίδονται σε απτά μεγέθη (όπως, σε νομισματικές μονάδες, σε μονάδες χρόνου, απόστασης κ.λ.π.) είτε σε μονάδες ωφέλειας ή χρησιμότητας, εκφράζουν προτίμηση και συνεπώς βρίσκονται σε μια ορισμένη σειρά κατάταξης.

Έτσι, στο παράδειγμά μας η απόδοση $1/3$ είναι προτιμότερη της απόδοσης 0, αλλά υστερεί της απόδοσης 1. Αν οι τιμές εκφράζουν πραγματικές νομισματικές μονάδες τότε θα μπορούσαμε να πούμε ότι η έκβαση (1,1) σημαίνει ότι κάθε επιχείρηση από την τιμολογιακή πολιτική που ασκεί, συναρτήσει της τιμολογιακής πολιτικής της άλλης, έχει απόδοση 1 νομισματική μονάδα (που ανάλογα με το διακύβευμα μπορεί να αντιστοιχεί σε 100€, 1.000€ ή 1.000.000€ κ.ο.κ.).

Στην πορεία της ανάλυσης θα δούμε αναλυτικότερα τη σημασία των μονάδων ωφέλειας ή χρησιμότητας, αλλά σπεύδουμε να αναφέρουμε ότι δεν αποκλείεται οι αποδόσεις να λαμβάνουν αρνητικές τιμές (δηλ. κάποιος ή κάποιοι παίκτες να έχουν ζημία από κάποια ή κάποιες εκβάσεις ενός παιγνίου) ή μια απόδοση 1 να είναι καλύτερη της απόδοσης 2 και αυτή καλύτερη της 10. Έτσι, όταν το διακύβευμα είναι τα έτη φυλάκισης που αντιμετωπίζουν δύο ανακρινόμενοι ύποπτοι (όπως π.χ. στο γνωστότατο «δίλημμα των φυλακισμένων») ή οι βόμβες που καλείται να αποφύγει ένας στρατηγός οδηγώντας το στράτευμά του σε εναλλακτικά πεδία μάχης κατά τη διάρκεια μια πολεμικής σύγκρουσης, τότε το λιγότερο ή το μικρότερο, αντίστοιχα, είναι σαφώς προτιμότερα του περισσότερου ή μεγαλύτερου, για τους ορθολογικούς παίκτες.

Η χρησιμότητα (ικανοποίηση), που προσλαμβάνει ένας παίκτης από μια δεδομένη έκβαση ενός παιγνίου, υπάρχει το ενδεχόμενο να σχετίζεται με την πιθανότητα έλευσης αυτής της έκβασης. Τότε, αναφερόμαστε σε **αναμενόμενη χρησιμότητα** η οποία είναι απλώς το γινόμενο της χρησιμότητας που αποκομίζει ο παίκτης από τη συγκεκριμένη έκβαση επί την πιθανότητα πραγματοποίησής της.

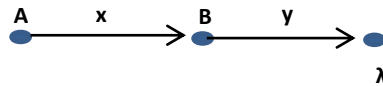
1.9. Το «εγχείρημα της φιλανθρωπίας»

Η **στρατηγική επιλογή** ενός παίκτη σ' ένα παίγνιο στρατηγικής αλληλεπίδρασης μπορεί να έχει τη μορφή μιας συνάρτησης που έχει ως ανεξάρτητη μεταβλητή την απόφαση ενός (ή περισσοτέρων) από τους άλλους εμπλεκόμενους παίκτες.

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι το «εγχείρημα της φιλανθρωπίας». Έστω, λοιπόν, ότι δύο άτομα, ο A και ο B, είναι οι μοναδικοί συμμετέχοντες σε μια φιλανθρωπική προσπάθεια στην οποία έχουν τεθεί οι εξής απαραίτατοι κανόνες: Οι παίκτες δηλώνουν διαδοχικά την φιλανθρωπική τους συνεισφορά (σε νομισματικές μονάδες), η οποία δεν μπορεί να υπερβαίνει τα 600€. Αν το άθροισμα των προσφορών υπολείπεται των 900€ τότε

και οι δύο παίκτες χάνουν τα χρήματα που προσέφεραν, ενώ αν υπερβαίνει τα 900€ τότε καλύπτεται το κόστος παρασκευής μερίδων φαγητού για τους επωφελούμενους συμπολίτες τους, και έτσι η φιλανθρωπική προσπάθεια στέφεται με επιτυχία. Στην περίπτωση που το εγχείρημα της φιλανθρωπίας επιτύχει ο παίκτης Α έχει απόδοση $800 - x$ και ο παίκτης Β έχει απόδοση $800 - y$ (όπου, x και y είναι η συνεισφορά του παίκτη Α και Β, αντίστοιχα σε χρηματικές μονάδες). Η απόδοση είναι σε μονάδες ωφέλειας (ευχαρίστηση που λαμβάνουν οι παίκτες από την ενεργή συνεισφορά τους).

Η αναπαράσταση αυτού του παιγνίου σε εκτεταμένη μορφή έχει την εξής απλή αποτύπωση:



Διάγραμμα 6

Στον αρχικό κόμβο του παιγνίου, ο πρώτος παίκτης (Α) επιλέγει την προσφορά του x , με $x \in [0,600]$. Στον επόμενο κόμβο και αφού ο παίκτης Β έχει παρατηρήσει την προσφορά του Α αποφασίζει για το ποσό της συνεισφοράς του y , με $y \in [0,600]$. Μετά τις επιλογές και τον δύο παικτών κρίνεται η επιτυχία ή αποτυχία του εγχειρήματος.

Στον τερματικό κόμβο λ , οι αποδόσεις έχουν την εξής μορφή:

Αν $x + y \geq 900$, τότε η απόδοση του Α είναι $800 - x$ και η απόδοση του Β είναι $800 - y$,

Αν $x + y < 900$, τότε η απόδοση του Α είναι $-x$ και η απόδοση του Β είναι $-y$.

Ο κόμβος πληροφόρησης του παίκτη Α (αρχικός κόμβος ή ομοίως «ρίζα») είναι ένας μονομελής κόμβος στον οποίο καλείται να λάβει μια στρατηγική απόφαση που ουσιαστικά είναι η επιλογή ενός ποσού (x) από 0 έως 600€. Έτσι, ο στρατηγικός χώρος του παίκτη Α είναι $S_A = [0,600]$. Αντίθετα, ο παίκτης Β έχει έναν άπειρο αριθμό από σύνολα πληροφόρησης¹⁵ όπου καθένα σχετίζεται με κάθε διακριτή τιμή που ενδέχεται να επιλέξει για να προσφέρει ο Α. Για καθένα από τα άπειρα αυτά σύνολα, ο παίκτης Β θα πρέπει να επιλέξει και ένα επίπεδο προσφοράς (δηλ. μια τιμή του y για κάθε ενδεχόμενη τιμή του x). Αυτή η **στρατηγική απόκριση** του παίκτη Β αποδίδεται μαθηματικά από μια συνάρτηση $s_B: [0,600] \rightarrow [0,600]$, τέτοια ώστε για κάθε x ο παίκτης Β να επιλέγει $y = s_B(x)$. Η μορφή αυτής της συνάρτησης (γραμμική, εκθετική, λογαριθμική κ.λ.π.) προκύπτει από τις ειδικότερες προτιμήσεις του παίκτη Β ως προς την έκβαση του φιλανθρωπικού εγχειρήματος.

1.10. Στρατηγική Μορφή Παρουσίασης ενός παιγνίου.

Ένα παίγνιο σε στρατηγική (ή ομοίως κανονική) μορφή παρουσίασης, απεικονίζει τους εμπλεκόμενους παίκτες (πλήθος παικτών και ταυτότητες αυτών), τις εναλλακτικές στρατηγικές επιλογές του κάθε παίκτη (και συνεπώς το στρατηγικό χώρο του καθενός) και την απόδοση που αποφέρει στον κάθε παίκτη το κάθε μεμονωμένο στρατηγικό προφίλ (κάθε ενδεχόμενη έκβαση του παιγνίου). Ο Πίνακας της στρατηγικής μορφής απεικόνισης μιας στρατηγικής αλληλεπίδρασης καλείται και **μήτρα αποδόσεων**.

¹⁵ Στην πορεία της ανάλυσης θα δούμε τον πραγματικό τρόπο απεικόνισης αντίστοιχων άπειρων συνόλων πληροφόρησης. Για τις ανάγκες του παρόντος παραδείγματος αρκεί η αναφορά ότι μετά τον κόμβο του παίκτη Α θα έπρεπε να υπάρχει ένας άπειρος αριθμός κλάδων που οδηγούν σε κόμβους, η οποίοι αποτελούν το άπειρο σύνολο πληροφόρησης του παίκτη Β.

Έστω, δύο παίκτες, ο παίκτης Γ (παίκτης Γραμμής) και ο παίκτης Σ (παίκτης Στήλης), που εμπλέκονται σε ένα στρατηγικό παίγνιο το οποίο αναπαρίσταται σε κανονική μορφή ως κατωτέρω:

		Σ	
		Μ	Ε
Γ	ΕΑ	2, 3	2, 3
	ΕΔ	2, 3	2, 3
	ΜΑ	4, 4	3, 2
	ΜΔ	4, 5	3, 2

Πίνακας 1 – Παίγνιο σε στρατηγική μορφή παρουσίασης

Ο παίκτης Γραμμής (Γ) έχει τέσσερις εναλλακτικές στρατηγικές και έτσι ο στρατηγικός χώρος του είναι $S_{\Gamma} = \{EA, E\Delta, MA, M\Delta\}$, ενώ ο παίκτης Στήλης (Σ) έχει δύο εναλλακτικές στρατηγικές και ο στρατηγικός του χώρος είναι $S_{\Sigma} = \{M, E\}$. Ο στρατηγικός χώρος του παιγνίου είναι το καρτεσιανό γινόμενο $S = S_{\Gamma} \times S_{\Sigma}$

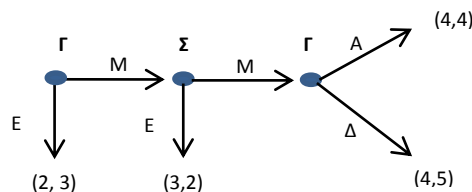
Οι παίκτες **ταυτόχρονα** και **ανεξάρτητα**¹⁶ ο ένας από τον άλλο, γνωρίζοντας τις προτιμήσεις τους και τις προτιμήσεις του άλλου εμπλεκόμενου (όπως αυτές αποτυπώνονται στα κελιά του πίνακα), επιλέγουν τη στρατηγική που θα ακολουθήσει ο καθένας, λαμβάνοντας υπόψη τους ότι η επιλογή του ενός συνδυαζόμενη με την επιλογή του άλλου οδηγούν σε μια συγκεκριμένη κατά περίπτωση έκβαση δηλ. σε ένα συγκεκριμένο κατά περίπτωση κελί που αποτυπώνει τις αποδόσεις που ο καθένας λαμβάνει.

Έτσι, αν ο παίκτης Γ επιλέξει τη στρατηγική MA και ο παίκτης Β επιλέξει τη στρατηγική Ε τότε το προφίλ στρατηγικής που προσδιορίζει την έκβαση του παιγνίου είναι το (MA,E) και το διάνυσμα απόδοσης που επιτυγχάνουν είναι (3,2), κάτι που σημαίνει ότι ο παίκτης Γ λαμβάνει τρεις (3) μονάδες και ο παίκτη Σ λαμβάνει δύο (2) μονάδες.

		Σ	
		Μ	Ε
Γ	ΕΑ	2, 3	2, 3
	ΕΔ	2, 3	2, 3
	ΜΑ	4, 4	3, 2
	ΜΔ	4, 5	3, 2

Πίνακας 2 – Παίγνιο σε στρατηγική μορφή παρουσίασης

Στην εκτεταμένη μορφή παρουσίασής του το εν λόγω παίγνιο θα είχε την κατωτέρω μορφή, με την πρόσθετη επισήμανση ότι οι παίκτες λαμβάνουν τις αποφάσεις τους ταυτόχρονα και ανεξάρτητα (δηλ. χωρίς να γνωρίζουν ο ένας τις επιλογές του άλλου), ήδη από τον αρχικό κόμβο απόφασης.



Όπου,
 Μ: «Μέσα»
 Ε: «Έξω»
 Α: «Αριστερά»
 Δ: «Δεξιά»

Διάγραμμα 7

¹⁶ Ανεξάρτητα, με την έννοια ότι ο ένας δεν γνωρίζει την απόφαση που θα λάβει ο άλλος.

Προκειμένου να μετατρέψουμε τη στρατηγική μορφή παρουσίασης σε εκτεταμένη, κάναμε μια παραδοχή που αποστερεί από τη δεύτερη μορφή παρουσίασης τον δυναμικό της χαρακτήρα, δηλ. την αλληλοδιάδοχη επιλογή. Αυτό δεν είναι κάτι σύνηθες, αλλά έγινε γιατί έχει ενδιαφέρον να επισημανθεί ότι παρότι οι παίκτες «καταθέτουν» τις στρατηγικές τους επιλογές (ταυτόχρονα και ανεξάρτητα) πριν την έναρξη του παιγνίου, ο χρονισμός των «κλειδωμένων» από την αρχή στρατηγικών αποτυπώνεται ξεκάθαρα στον πίνακα αποδόσεων της στρατηγικής μορφής παρουσίασης. Έτσι, επιλέγοντας ο παίκτης Γ την στρατηγική ΕΑ ή ΕΔ αποστερεί από τον Σ τη δυνατότητα να «παίξει» ή καλύτερα, ανεξαρτήτως της επιλογής του Σ, η έκβαση του παιγνίου οδηγεί στην απόδοση (2,3). Αυτός είναι και ο λόγος για τον οποίο τα στρατηγικά προφίλ (ΕΑ,Μ), (ΕΑ,Ε), (ΕΔ,Μ) και (ΕΔ,Ε) οδηγούν στον ίδιο τερματικό κόμβο και συνεπώς στο ίδιο διάνυσμα απόδοσης (2,3).

1.11. Βασικοί Τύποι παιγνίων σε στρατηγική μορφή παρουσίασης

Αρχικά θα παρουσιάσουμε μερικά κλασικά παίγνια, υποδεικνύοντας κάποιες πολύ σημαντικές ιδιαιτερότητες, οι οποίες τα χαρακτηρίζουν, δίνοντας σε κάποια απ' αυτά μια μικρή περιγραφή που τα κάνει περισσότερο ρεαλιστικά.

Επισημαίνεται ότι η μοντελοποίηση ενός παιγνίου εξισορροπεί το στόχο του ρεαλισμού με την ανάγκη διαχείρισης των μαθηματικών σχέσεων. Ένα απλό μοντέλο είναι ευκολότερο να αναλυθεί μαθηματικά, αλλά ένα πιο σύνθετο ενσωματώνει περισσότερο ρεαλιστικές πτυχές μιας κατάστασης στρατηγικής αλληλεπίδρασης. Οι βασικοί τύποι παιγνίων που παρουσιάζονται εδώ, απομονώνουν κάποια σημαντικά στρατηγικά στοιχεία, και μέσω της διερεύνησης της μεταξύ τους συσχέτισης παράγουν καινούργιες εφαρμόσιμες ιδέες.

1. Matching Pennies

Δύο ενήλικοι «στρίβουν» ο καθένας από ένα νόμισμα. Εάν και τα δύο νομίσματα όταν προσεδαφιστούν δείχνουν την ίδια όψη (δηλ. και τα δύο «κεφάλι» ή και τα δύο «γράμματα») τότε ο παίκτης Α κερδίζει το νόμισμα του Β, σε αντίθετη περίπτωση ο παίκτης Α δίνει το νόμισμά του στον παίκτη Β. Η γενική μορφή παρουσίασης ενός τέτοιου παιγνίου είναι:

		B	
		K	Γ
A	K	$\alpha, -\alpha$	$-\alpha, \alpha$
	Γ	$-\alpha, \alpha$	$\alpha, -\alpha$

Όπου,
 K: «Κεφάλι»
 Γ: «Γράμματα»
 α : η απολαβή, με $\alpha > 0$

Πίνακας 3 – Παίγνιο Matching Pennies

Το εν λόγω παίγνιο είναι ένα πλήρως ανταγωνιστικό παίγνιο μηδενικού αθροίσματος. Είναι πλήρως ανταγωνιστικό επειδή ό,τι χάνει ο ένας παίκτης το κερδίζει ο άλλος και είναι μηδενικού αθροίσματος επειδή το άθροισμα των αποδόσεων των παικτών σε κάθε ενδεχόμενη έκβαση (σε κάθε κελί) είναι **μηδέν** ($\alpha + (-\alpha) = \alpha - \alpha = 0$).

Αν το στρίψιμο του νομίσματος δεν φαίνεται να σχετίζεται με τις «στρατηγικές» επιλογές που αναμένουμε να κάνουν οι παίκτες σ' ένα παίγνιο, μπορούμε να υποθέσουμε ότι ο ανωτέρω πίνακας παρουσιάζει απλοποιημένα τις στρατηγικές των προπονητών στον τελικό του κυπέλου μπάσκετ μεταξύ των ομάδων της Αργυρούπολης και του Βύρωνα. Οι εναλλακτικές στρατηγικές για τους προπονητές είναι να παίξουν οι ομάδες τους Κοντά στο καλάθι ή να σουτάρουν Γύρο από την περιφέρεια. Οι αποδόσεις δίνουν τη διαφορά των πόντων που μπορεί να προκύψει για τις δύο ομάδες από κάθε ενδεχόμενη έκβαση.

Μια άλλη μορφή παρουσίασης ενός παιγνίου μηδενικού αθροίσματος θα μπορούσε να είναι και η ακόλουθη:

		B	
		Λ	M
A	Λ	$\alpha, -\alpha$	$0, 0$
	M	$-\gamma, \gamma$	$\beta, -\beta$

Όπου, $\alpha, \beta, \gamma > 0$

Πίνακας 4 – Παιγνιο μηδενικού αθροίσματος

2. Παιγνια συνεργασίας (Coordination Games)

Στα γενικά παιγνια συνεργασίας οι παίκτες λαμβάνουν μια θετική απολαβή αν επιλέξουν την ίδια στρατηγική, διαφορετικά δεν λαμβάνουν τίποτα. Γενικά είναι παιγνια συντονισμού των παικτών σε κάποια εκ των εναλλακτικών τους στρατηγικών.

		B	
		Λ	M
A	Λ	α, α	$0, 0$
	M	$0, 0$	α, α

Όπου, $\alpha > 0$

Πίνακας 5 – Παιγνιο απλής συνεργασίας

Μια παραλλαγή του παιγνίου συνεργασίας είναι τα παιγνια συνεργασίας **Pareto** (Pareto coordination games), όπου έχουν το πρόσθετο χαρακτηριστικό ότι οι δύο παίκτες προτιμούν να συντονίσουν τις αποφάσεις τους σ' ένα συγκεκριμένο στρατηγικό προφίλ σε σχέση με το συντονισμό σε κάποιο άλλο.

		B	
		Λ	M
A	Λ	β, β	$0, 0$
	M	$0, 0$	α, α

Όπου, $\alpha > 0$ και $\beta > \alpha$

Πίνακας 6 – Παιγνιο Pareto συνεργασίας

Έτσι, επιλέγοντας ο καθένας τη στρατηγική Λ η έκβαση του παιγνίου είναι το στρατηγικό προφίλ (Λ,Λ) που οδηγεί στο διάνυσμα απόδοσης (β,β), το οποίο είναι προτιμότερο από το συντονισμό τους στο προφίλ (M,M) που οδηγεί στο διάνυσμα απόδοσης (α,α).

3. Το «Δίλημμα των Φυλακισμένων» («Prisoner's Dilemma»)

Το εν λόγω παιγνιο κατ' άλλους¹⁷ επινοήθηκε από τον M. Flood και έλαβε το όνομά του από τον Al Tucker¹⁸ ο οποίος αφηγήθηκε και την εν λόγω ιστορία, ενώ οι περισσότεροι¹⁹ βεβαιώνουν ότι ο Tucker επινόησε το εν λόγω παιγνιο προκειμένου να το αναπτύξει σε ένα σεμινάριο για το Τμήμα Ψυχολογίας του Πανεπιστημίου Stanford την Άνοιξη του 1950²⁰.

¹⁷ Τσεμπελής Γ. (2004), σελ. 91, Γέμτος (2015) σελ. 223

¹⁸ Tucker A. (1950), A Two-Person Dilemma, Mimeo, Stanford University

¹⁹ Μεταξύ αυτών και ο καθηγητής του Princeton University **Harold W. Kuhn**. Σχετική αναφορά στο Κοτταρίδη Γ. Σιουρούνη Γρ. (2002), σελ. 230.

²⁰ Για μια αναλυτικότερη παρουσίαση, μεταξύ άλλων, Dixit A. και Nalebuff B. (1999) σελ. 33-35, Κοτταρίδη-Σιουρούνη (2002) σελ. 101-102 και Γέμτος Π. (2015) σελ. 223-225

Το παίγνιο έχει χρησιμοποιηθεί για να αναλυθεί το πρόβλημα της εμφάνισης συνεργασίας ανάμεσα σε απολύτως ορθολογικούς, ιδιοτελείς παίκτες. Μια έκδοση αυτής της ιστορίας είναι η εξής²¹:

Οι αστυνομικές αρχές έχουν συλλάβει δύο σεσημασμένους κακοποιούς οι οποίοι θεωρούνται ένοχοι για ένα κακούργημα που διαπράχθηκε στην πόλη τους. Ο εισαγγελέας της πόλης έχει αποδεικτικά στοιχεία ικανά για να τους απαγγελθούν μόνο πλημμεληματικού τύπου κατηγορίες. Αν κανείς από τους υπόπτους δεν ομολογήσει το κακούργημα τότε και οι δύο θα κατηγορηθούν για τις πλημμεληματικές πράξεις για τις οποίες έχουν αποδείξεις οι αστυνομικές αρχές.

Ο εισαγγελέας μαζί με το ανακριτή, τοποθετούν τους συλληφθέντες σε ξεχωριστά ανακριτικά δωμάτια, προκειμένου να μην μπορεί ο ένας να γνωρίζει την κατάθεση του άλλου, και ζητούν από τον καθένα να ομολογήσει την ενοχή του για την κακούρηματική πράξη ή τουλάχιστον να καταθέσει εναντίον του άλλου.

Στην περίπτωση που και οι δύο ομολογήσουν την ενοχή τους, τότε η ποινή τους θα είναι μειωμένη (έστω, R_i) σε σχέση με την προβλεπόμενη καθώς συνεργάστηκαν με τις αρχές. Αν ο ένας καταθέσει εναντίον του άλλου, τότε ο άλλος θα φυλακιστεί με την μεγαλύτερη ποινή (έστω, T_i), ενώ εκείνος που κατέθεσε θα κατηγορηθεί μόνο για το πλημμέλημα και μάλιστα η ποινή του (έστω, S_i) θα είναι μειωμένη καθώς συνεργάστηκε με τις αρχές. Αν και οι δύο σιωπήσουν (δεν ομολογήσουν και δεν καταθέσουν εναντίον του άλλου) θα τους επιβληθεί η ποινή (P_i) που επισύρει η πλημμεληματική κατηγορία.

Το παίγνιο σε γενική στρατηγική μορφή έχει την εξής απεικόνιση:

		B	
		Κατάθεση	Σιωπή
A	Κατάθεση	R_A, R_B	S_A, T_B
	Σιωπή	T_A, S_B	P_A, P_B

Όπου²²,
 $T_i > R_i > P_i > S_i$
 με $i = A, B$

Πίνακας 7 – «Το Δίλημμα των Φυλακισμένων»

Τα παίγνια αυτού του τύπου έχουν το χαρακτηριστικό ότι και οι δύο παίκτες έχουν μια κυρίαρχη στρατηγική²³, δηλ. μια στρατηγική που αποφέρει στον καθένα την καλύτερη απόδοση ανεξαρτήτως της επιλογής του αντιπάλου. Η κυρίαρχη στρατηγική είναι η «Κατάθεση», και λόγω της ιδιότητάς της ως κυρίαρχης, ο κάθε παίκτης θα την επιλέξει. Έτσι, όμως, οδηγούν και οι δύο το παίγνιο σε μια υποβέλτιστη έκβαση από εκείνη στην οποία θα κατέληγαν αν υπήρχε τρόπος να συνεργαστούν και να δεσμευτούν αξιόπιστα ότι ο καθένας θα επιλέξει τη στρατηγική της «Σιωπής».

Το στρατηγικό προφίλ (Κατάθεση, Κατάθεση) οδηγεί στο διάνυσμα απόδοσης (R_A, R_B). Αντίθετα, το στρατηγικό προφίλ (Σιωπή, Σιωπή) οδηγεί στο διάνυσμα απόδοσης (P_A, P_B). Επειδή, $R_i > P_i$ και επειδή το διακύβευμα είναι τα έτη φυλάκισης (δηλ. ύψος ποινής) είναι δεδομένο ότι το προφίλ (P_A, P_B) αποτελεί την **αμοιβαία** βέλτιστη έκβαση. Σπεύδουμε να αναφέρουμε ότι αυτό το προφίλ, σε παίγνια αυτού του τύπου που παίζονται μόνο μια φορά (δηλ. δεν είναι επαναλαμβανόμενα), δεν υπάρχει τρόπος να επιτευχθεί παρά μόνο παραβιάζοντας την αρχή της ορθολογικότητας των παικτών. Χαρακτηριστικά, οι Dixit A. και

²¹ Watson J. (2013) σελ. 28-29

²² Το διακύβευμα είναι ποινή, και συνεπώς η μικρότερη τιμή είναι προτιμότερη της υψηλότερης για τον ορθολογικό δρώντα.

²³ Αναλυτικότερα για τις κυρίαρχες στρατηγικές των παικτών στην παρ. «Κυρίαρχη και Κυριαρχούμενη Στρατηγική», της παρούσας ενότητας, αλλά και στην ενότητα 3.

Nalebuff B.²⁴, αναφέρουν: «...το πρόβλημα (στο δίλημμα των φυλακισμένων) είναι η αλληλεξάρτηση των αποφάσεων: η καλύτερη κοινή λύση επιτυγχάνεται όταν ο καθένας επιλέγει τη χειρότερη, για τον ίδιο, στρατηγική».

4. Το «Παίγνιο Αδιεξόδου»

Το **παίγνιο αδιεξόδου** έχει χρησιμοποιηθεί εκτενώς στη βιβλιογραφία που σχετίζεται με τις διεθνείς σχέσεις. Όπως χαρακτηριστικά αναφέρει ο καθηγητής Τσεμπελής Γ.²⁵ το παίγνιο αυτό προκύπτει από το παίγνιο του «Διλήμματος των Φυλακισμένων» (Δ.Φ.), αν αντιστρέψουμε τη σειρά μεγέθους των αποδόσεων μεταξύ P_i και R_i .

		B	
		Συνεργασία	Παρασπονδία
A	Συνεργασία	R_A, R_B	S_A, T_B
	Παρασπονδία	T_A, S_B	P_A, P_B

Όπου,
 $T_i > P_i > R_i > S_i$
 με $i = A, B$

Πίνακας 8 – Το «Παίγνιο αδιεξόδου»

Ο κάθε παίκτης, όπως και στο Δ.Φ., έχει κυρίαρχη στρατηγική (τη στρατηγική της «Παρασπονδίας»), αλλά, πλέον, το προφίλ των κυρίαρχων στρατηγικών των δύο παικτών (Παρασπονδία, Παρασπονδία) οδηγεί σε έκβαση που είναι **αμοιβαία** προτιμότερη από το διάνυσμα που θα κατέληγαν σε περίπτωση που και οι δύο εμπλεκόμενοι συνεργάζονταν.

Το στρατηγικό προφίλ (Παρασπονδία, Παρασπονδία) οδηγεί στο διάνυσμα απόδοσης (P_A, P_B). Αντίθετα, το στρατηγικό προφίλ (Συνεργασία, Συνεργασία) οδηγεί στο διάνυσμα απόδοσης (R_A, R_B). Επειδή, $P_i > R_i$ και επειδή το διακύβευμα είναι ανταμοιβή (π.χ. νομισματικές απολαβές) είναι δεδομένο ότι το προφίλ (P_A, P_B) αποτελεί την **αμοιβαία** βέλτιστη έκβαση.

5. Το παίγνιο «Η μάχη των φύλων» (The Battle of Sexes)

Η «μάχη των δύο φύλων» αναπαριστά ένα νιόπαντρο ζευγάρι που πρέπει να αποφασίσει αν το ερχόμενο Σάββατο θα πάνε μαζί στο γήπεδο για να παρακολουθήσουν τον κρίσιμο αγώνα μπάσκετ που δίνει η ομάδα της πόλης τους ή αν θα πάνε μαζί στη συναυλία που διοργανώνεται για μια και μόνο βραδιά στο θέατρο της πόλης τους, στην οποία συμμετέχουν γνωστά ονόματα καλλιτεχνών.

Ο άντρας επιθυμεί να πάει στο γήπεδο αλλά θέλει να είναι και η σύζυγός του μαζί. Αν αυτό δεν είναι εφικτό, τότε προτιμά να την ακολουθήσει στη συναυλία από το να πάει στο γήπεδο χωρίς εκείνη. Αντίστοιχα και η γυναίκα επιθυμεί να πάει στη συναυλία αλλά θέλει να είναι και ο σύζυγός της μαζί. Αν αυτό δεν μπορεί να γίνει, τότε προτιμάει να τον ακολουθήσει στο γήπεδο από το να πάει στη συναυλία χωρίς εκείνον.

Επειδή καθ' όλη τη διάρκεια της εβδομάδας δεν μπορούσαν να καταλήξουν σε μια απόφαση, σκέφτηκαν ο καθένας να αγοράσει από ένα μόνο εισιτήριο και το Σάββατο να πάει ο καθένας στο γεγονός που συνδέεται με το εισιτήριο που ο ίδιος έβγαλε.

		Γ	
		Γήπεδο	Συναυλία
A	Γήπεδο	P_A, T_Γ	0, 0
	Συναυλία	0, 0	T_A, P_Γ

Όπου,
 A: Άνδρας
 Γ: Γυναίκα
 με $P_i \gg T_i > 0$

Πίνακας 9 – «Η μάχη των Φύλων»

²⁴ Dixit A. και Nalebuff B. (1999) σελ. 34

²⁵ Τσεμπελής Γ. (2004), σελ. 93

Στο εν λόγω παίγνιο, κάθε παίκτης έχει μια ισχυρή προτίμηση προς μια έκβαση, αλλά η προτίμησή του αυτή δεν είναι ικανή να αποτελέσει κυρίαρχη στρατηγική.

Έτσι ο άνδρας έχει ισχυρή προτίμηση στο προφίλ (Γήπεδο, Γήπεδο) με απόδοση P_A για τον ίδιο, και ασθενή προτίμηση στο προφίλ (Συναυλία, Συναυλία) με απόδοση T_A . Κάθε άλλη έκβαση είναι απευκταία. Αντίστοιχα και η γυναίκα έχει ισχυρή προτίμηση στο προφίλ (Συναυλία, Συναυλία) με απόδοση P_T για την ίδια, και ασθενή προτίμηση στο προφίλ (Γήπεδο, Γήπεδο) με απόδοση T_T . Κάθε άλλη έκβαση είναι και για την ίδια απευκταία.

Το ενδιαφέρον στο εν λόγω παίγνιο είναι ότι αν και οι δύο συμπεριφερθούν **αλτρουιστικά** (δηλ. αγοράσουν εισιτήριο για το κοσμικό γεγονός για το οποίο ο άλλος έχει ισχυρή προτίμηση) θα καταλήξουν σε μια απευκταία έκβαση. Ομοίως, αν και οι δύο συμπεριφερθούν **εγωιστικά** (δηλ. αγοράσει ο καθένας εισιτήριο για το κοσμικό γεγονός για το οποίο έχει ο ίδιος ισχυρή προτίμηση), πάλι θα καταλήξουν σε μια απευκταία έκβαση.

Αυτή η διάσταση στις προτιμήσεις δημιουργεί πρόβλημα συντονισμού μεταξύ των παικτών.

6. Το παίγνιο του δειλού («Chicken Game»)

Το **παίγνιο του δειλού**²⁶ (chicken game) είναι ένα υπόδειγμα καταστάσεων ισχυρού ανταγωνισμού στο οποίο ο ένας παίκτης επιθυμεί να αποφύγει την υποταγή του στον άλλον. Στην περίπτωση που κανένας δεν υποχωρήσει τότε και οι δύο οδηγούνται στη χειρότερη δυνατή έκβαση.

		B	
		Επιβολή	Υποταγή
A	Επιβολή	P, P	R, T
	Υποταγή	T, R	S, S

Όπου,
με $R > S > T \gg P$

Πίνακας 10 – «Chicken game»

Όπως θα δούμε αναλυτικότερα κατά την ανάπτυξη του τρόπου επίλυσης αυτού του τύπου παιγνίων, το προφίλ (Υποταγή, Υποταγή), που φαντάζει ως αμοιβαία αποδεκτή και συμβιβαστική λύση, δεν αποτελεί ευσταθή ισορροπία. Ένα επιπλέον ενδιαφέρον στοιχείο είναι ότι αν το ίδιο παίγνιο επαναλαμβάνεται πολλές φορές από τους ίδιους παίκτες, δεν παρατηρούνται στρατηγικές εκδίκησης ή τιμωρίας. Αυτό οφείλεται στο ότι ο κίνδυνος των μεγάλων απωλειών που μπορεί να επιφέρει το προφίλ (Επιβολή, Επιβολή) και στους δύο παίκτες λειτουργεί αποτρεπτικά στην υιοθέτηση στρατηγικών τιμωρίας.

7. Το παίγνιο της ασφάλειας («Assurance Game»)

Το παίγνιο αυτό χρησιμοποιείται για να περιγράψει καταστάσεις στις οποίες οι παίκτες καλούνται να επιλέξουν μεταξύ ενός βέβαιου προσωπικού οφέλους (προσωπική ασφάλεια) και ενός υπέρτερου σε μέγεθος προσωπικού οφέλους που, όμως, η επίτευξή του προϋποθέτει τη συνεργασία και των δύο εμπλεκομένων. Εμπνευστής του παιγνίου είναι ο Jean Jacques Rousseau.

		B	
		Ομαδικά	Ατομικά
A	Ομαδικά	R, R	$0, S$
	Ατομικά	$S, 0$	S, S

Όπου,
με $R \gg S > 0$

Πίνακας 11 – «Assurance game»

²⁶ Στη βιβλιογραφία αναφέρεται και ως παίγνιο «Γερακιού – Περιστεριού» (Hawk-Dove Game).

Το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό του παιγνίου είναι ότι κάθε παίκτης διαθέτει μια σίγουρη επιλογή, την επιλογή «Ατομικά» που του αποφέρει μια ασφαλή και βέβαιη απόδοση (S). Η απόδοση όμως αυτή υστερεί κατά πολύ εκείνης που θα μπορούσαν να επιτύχουν από κοινού οι εμπλεκόμενοι, αν μπορούσε ο ένας να εμπιστευτεί τον άλλον ότι θα εγκαταλείψει τη βέβαιη στρατηγική του. Το εν λόγω παίγνιο είναι ένα παίγνιο συνεργασίας που επιπλέον παρέχει την πρόκληση της αποστέρησης μιας βέβαιης απολαβής.

8. Το παίγνιο των χοίρων («The pigs game»²⁷)

Τα παίγνια αυτού του τύπου έχουν το χαρακτηριστικό ότι μόνο ο ένας από τους δύο εμπλεκόμενους έχει μια στρατηγική που του αποφέρει καλύτερο αποτέλεσμα ανεξαρτήτως της επιλογής του άλλου παίκτη. Τα παίγνια αυτά έχουν μια απολύτως προβλέψιμη λύση.

Η ιστορία που σκαρφίστηκαν οι εμπνευστές του παιγνίου, αφορά σε δύο χοίρους που μοιράζονται ένα χοιροστάσιο. Ο ένας από τους δύο χοίρους είναι παχύς, δυνατός και κυρίαρχος. Ο άλλος είναι ασθενικός και υποτακτικός. Στη μια πλευρά του χοιροστασίου βρίσκεται ένας μεγάλος διακόπτης που όταν πατηθεί απελευθερώνεται μια ποσότητα χοιροτροφής σ' ένα πιάτο το οποίο βρίσκεται στην άλλη πλευρά του χοιροστασίου. Κάθε χοίρος έχει δύο επιλογές: Να ενεργήσει (δηλ. να πατήσει τον διακόπτη) ή να μείνει *απαθής* (να μην πατήσει τον διακόπτη). Αν κανένας από τους δύο χοίρους δεν πατήσει τον διακόπτη, τότε και οι δύο θα μείνουν χωρίς τροφή.

		B	
		Ενέργεια	Απάθεια
A	Ενέργεια	R, P	P, S
	Απάθεια	T, M	$0, 0$

Όπου,

A: «Κυρίαρχος»

B: «Υποτακτικός», και

$T > R > S > P > 0 > M$

Πίνακας 12 – «Pigs game»

Αν ο ασθενικός χοίρος πατήσει τον διακόπτη ενώ ο ισχυρός παραμένει απαθής, η ποσότητα χοιροτροφής που θα απελευθερωθεί θα καταναλωθεί εξ' ολοκλήρου από τον ισχυρό χοίρο (A), ο οποίος πηγαίνει ταχύτερα στο πιάτο. Μάλιστα, αυτή η περίπτωση είναι η χειρότερη για τον ασθενικό χοίρο (B) ακόμα και από την περίπτωση που έμεναν και οι δύο απαθείς (άρα και οι δύο νηστικοί), καθώς χρειάζεται προσπάθεια και άρα κατανάλωση ενέργειας για το πάτημα του διακόπτη. Αν ο ισχυρός χοίρος πατήσει τον διακόπτη, τότε ο ασθενικός θα προλάβει να καταναλώσει μια ικανοποιητική ποσότητα χοιροτροφής πριν ο ισχυρός προλάβει να προσεγγίσει το πιάτο.

1.12. Κοινή γνώση (Common Knowledge)

Στην εκτεταμένη μορφή παρουσίασης των παιγνίων είδαμε ότι ενδεχομένως οι παίκτες να έχουν διαφορετική πληροφόρηση σε διάφορα σημεία (στάδια) εξέλιξης του παιγνίου. Έτσι, σε ένα πολυμελές σύνολο πληροφόρησης (ένα σύνολο από δύο και άνω κόμβους που συνδέονται με διακεκομμένη γραμμή, σύμφωνα με τον συμβολισμό που υιοθετήσαμε), ο ένας εκ των παικτών δεν γνωρίζει την ακριβή «ιστορία» του παιγνίου. Όμως, η συμβατική ανάλυση της συμπεριφοράς απαιτεί οι παίκτες να έχουν από κοινού κατανοήσει στο σύνολό του το παίγνιο. Με άλλα λόγια, **γνωρίζουν** το δέντρο αποφάσεων ή τη μήτρα αποδόσεων (στη στρατηγική μορφή παρουσίασης) του παιγνίου στο οποίο συμμετέχουν. Αυτή η «γνώση» συμβιβάζεται απόλυτα με το γεγονός ότι οι παίκτες μπορεί να μην είναι σε θέση να διακρίνουν μεταξύ κόμβων που βρίσκονται στο ίδιο σύνολο πληροφόρησης.

²⁷ Το παίγνιο των χοίρων το έχουν εμπνευστεί οι B. A. Baldwin and G. B. Meese, Social Behaviour in Pigs Studied by Means of Operant Conditioning, Animal Behaviour 27 (1979):947–957.

Ένας αυστηρότερος ορισμός της **κοινής γνώσης**, η οποία αποτελεί μια εκ των ων ουκ άνευ προϋπόθεση της ανάλυσης ενός παιγνίου, είναι ο εξής:

Ένα ιδιαίτερο γεγονός F λέγεται ότι αποτελεί **κοινή γνώση** μεταξύ των εμπλεκόμενων παικτών σε ένα παίγνιο, αν κάθε παίκτης γνωρίζει το F , κάθε παίκτης γνωρίζει ότι οι άλλοι γνωρίζουν το F , κάθε παίκτης γνωρίζει ότι όλοι οι άλλοι παίκτες γνωρίζουν ότι κάθε παίκτης γνωρίζει το F κ.ο.κ.

Ένας πιο απλός τρόπος για να ορίσουμε την **κοινή γνώση** για ένα ιδιαίτερο γεγονός F είναι να θεωρήσουμε ότι όλοι οι εμπλεκόμενοι παίκτες ενός παιγνίου, συγκεντρώνονται γύρω από ένα τραπέζι όπου περιγράφεται το F , έτσι ώστε κάθε παίκτης να μπορεί να είναι βέβαιος ότι οι άλλοι παρατηρούν το F και επίσης μπορούν να βεβαιώσουν το ίδιο για κάθε άλλο παίκτη²⁸.

1.13. Μαθηματικές Πεποιθήσεις και Μικτές Στρατηγικές

Στη θεωρία παιγνίων είναι σημαντικό οι παίκτες να σκέφτονται και να αξιολογούν τις στρατηγικές τους επιλογές βάσει των εναλλακτικών στρατηγικών των άλλων παικτών, που συμμετέχουν στο παίγνιο. Να μπορούν, δηλαδή, να κάνουν μια εκτίμηση (αξιολόγηση) για το πώς σκέφτονται οι άλλοι παίκτες να χρησιμοποιήσουν τις διαθέσιμες στρατηγικές τους.

Με τον όρο **πεποίθηση** ενός παίκτη, εννοούμε την *εκτίμηση*²⁹ που κάνει ο ίδιος αναφορικά με τις στρατηγικές που οι άλλοι παίκτες θα επιλέξουν για τον εαυτό τους.

Επειδή η θεωρία παιγνίων είναι ένα μαθηματικοποιημένο μοντέλο λήψης στρατηγικών αποφάσεων, χρειαζόμαστε έναν ακριβή τρόπο για να παρουσιάσουμε τις πεποιθήσεις των παικτών, και αυτός ο τρόπος είναι οι πιθανότητες.

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα παίγνιο δύο παικτών ($n = 2$). Οι διαθέσιμες στρατηγικές του πρώτου παίκτη (έστω, i) είναι: $S_i = \{X, Y\}$, και οι διαθέσιμες στρατηγικές του δεύτερου παίκτη (έστω, j) είναι $S_j = \{Z, Q\}$.

Αν ο παίκτης i έχει λόγους να πιστεύει ότι ο j θα χρησιμοποιήσει τη στρατηγική Z με πιθανότητα p [$p \in [0,1]$] και τη στρατηγική Q με πιθανότητα $1 - p$, τότε λέμε ότι οι πιθανότητες αυτές (p και $1 - p$) συνιστούν την πεποίθηση του i για τη στρατηγική που θα ακολουθήσει ο παίκτης j .

Γενικά, η μαθηματική **πεποίθηση** του παίκτη i , είναι μια πιθανοτική κατανομή των εναλλακτικών στρατηγικών που πιστεύει ο ίδιος ότι θα υιοθετήσουν οι άλλοι παίκτες.

Την **πιθανοτική κατανομή** θα την συμβολίζουμε θ_{-i} , με $\theta_{-i} \in \Delta S_{-i}$, όπου ΔS_{-i} είναι το σύνολο της πιθανοτικής κατανομής των στρατηγικών όλων των άλλων παικτών, εκτός του παίκτη i .

Επιστρέφοντας στο παράδειγμά μας, η **πεποίθηση** του παίκτη i για τη στρατηγική συμπεριφορά του παίκτη j , είναι μια συνάρτηση θ_j , με $\theta_j \in \Delta S_j$, τέτοια ώστε για κάθε στρατηγική $s_j \in S_j$ του παίκτη j , η $\theta_j(s_j)$ ερμηνεύεται ως η πιθανότητα με την οποία ο παίκτης i πιστεύει ότι ο παίκτης j θα παίξει τη στρατηγική s_j .

Ως πιθανοτική κατανομή, η θ_j έχει τις ιδιότητες: $\theta_j(s_j) \geq 0$ για κάθε $s_j \in S_j$ και $\sum \theta_j(s_j) = 1$

Σχετική με την πεποίθηση είναι και η έννοια της **μικτής στρατηγικής**.

²⁸ Watson J. (2013), σελ. 44-45

²⁹ Η *εκτίμηση* σχετίζεται με την ποσοτική αξιολόγηση των αποδόσεων των λοιπών παικτών, βάσει των εναλλακτικών εκβάσεων.

Μικτή στρατηγική για έναν παίκτη είναι η ενέργεια της επιλογής στρατηγικής βάσει μιας πιθανοτικής κατανομής.

Έτσι, αν επαληθευτεί η πεποίθηση του παίκτη i στο παράδειγμά μας, ο παίκτης j θα επιλέξει τη στρατηγική Z με πιθανότητα p και τη στρατηγική Q με πιθανότητα $1 - p$.

Η **μικτή στρατηγική** (όταν, δηλαδή οι ενδεχόμενες ενέργειες των παικτών καθορίζονται βάσει μιας πιθανοτικής κατανομής μεταξύ των διαθέσιμων εναλλακτικών στρατηγικών που έχουν) είναι γενικότερη διατύπωση των **αμιγών (ή καθαρών) στρατηγικών**. Έτσι, όταν για έναν παίκτη μια εναλλακτική στρατηγική έχει πιθανοτική κατανομή ίση με τη μονάδα, τότε αυτή η στρατηγική αποτελεί **αμιγή** (pure) στρατηγική επιλογή για τον εν λόγω παίκτη.

Στο παράδειγμά μας, αν ο παίκτης j επιλέξει πιθανοτική κατανομή ίση με τη μονάδα ($p = 1$) για τη στρατηγική Z , τότε αυτή η στρατηγική που ακολουθεί είναι **αμιγής** (καθαρή).

Συμπερασματικά, το σύνολο των μικτών στρατηγικών που έχει στη διάθεσή του ένας παίκτης σε ένα παίγνιο περιλαμβάνει, ως υποσύνολο, το σύνολο των αμιγών στρατηγικών του.

1.14. Αναμενόμενη Απόδοση.

Όταν ένας παίκτης i έχει μια πεποίθηση θ_{-i} σχετικά με τις στρατηγικές των άλλων παικτών, και σχεδιάζει να επιλέξει μια στρατηγική s_i (με $s_i \in S_i$) για να παίξει, τότε η **αναμενόμενη απόδοση** είναι ο σταθμικός μέσος (weighted average) των αποδόσεων που θα λάβει επιλέγοντας τη στρατηγική αυτή, εφόσον και οι άλλοι παίκτες παίξουν σύμφωνα με την πεποίθησή του θ_{-i} .

Με μαθηματικούς όρους: $u_i(s_i, \theta_{-i}) = \sum_{s_{-i} \in S_{-i}} \theta_{-i}(s_{-i}) \cdot u_i(s_i, s_{-i})$

Αν λοιπόν στο παράδειγμά μας ο παίκτης i έχει την πεποίθηση $\theta_j = \frac{1}{3} Z + \frac{2}{3} Q$ (ότι δηλαδή ο j θα επιλέξει τη στρατηγική Z με πιθανότητα $1/3$ και τη στρατηγική Q με πιθανότητα $2/3$) και οι αποδόσεις των παικτών από τις αμιγείς στρατηγικές είναι:

		παίκτης j	
		Z	Q
παίκτης i	X	3, 4	1, 2
	Y	5, 0	2, 1

Πίνακας 13 – Μήτρα αποδόσεων

τότε η **αναμενόμενη απόδοση** του παίκτη i αν επιλέξει τη στρατηγική X είναι:

$$u_i(X, \theta_j) = \sum \theta_j(s_j) \cdot u_i(X, s_j) = \frac{1}{3} u_i(X, Z) + \frac{2}{3} u_i(X, Q) = \frac{1}{3} \cdot 3 + \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{5}{3}.$$

Ενώ η αναμενόμενη απόδοσή του αν επιλέξει τη στρατηγική Y , είναι:

$$u_i(Y, \theta_j) = \sum \theta_j(s_j) \cdot u_i(Y, s_j) = \frac{1}{3} u_i(Y, Z) + \frac{2}{3} u_i(Y, Q) = \frac{1}{3} \cdot 5 + \frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{7}{3}.$$

Αν, τώρα, επιλέξει να παίξει με μικτή στρατηγική (σε αναλογία με την πεποίθησή του για τη συμπεριφορά του άλλου παίκτη) και, ειδικότερα, αν υποθέσουμε ότι επιλέγει τη στρατηγική $\sigma_i = \frac{3}{5} X + \frac{2}{5} Y$, τότε η αναμενόμενη απόδοσή του είναι:

$$u_i(\sigma_i, \theta_j) = \sum \theta_j(s_j) \cdot u_i(\sigma_i, s_j) = \frac{1}{3} u_i(\sigma_i, Z) + \frac{2}{3} u_i(\sigma_i, Q) =$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{3}{5} \cdot 3 + \frac{2}{5} \cdot 5 \right) + \frac{2}{3} \left(\frac{3}{5} \cdot 1 + \frac{2}{5} \cdot 2 \right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{19}{5} + \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{33}{15}$$

1.15. Διερεύνηση της διαδικασίας επιλογής στρατηγικών.

Για να έχει αναλυτική δυναμική ένα παίγνιο, και συνεπώς απ' αυτό να μπορούν να συναχθούν ασφαλή συμπεράσματα ή να γίνουν λογικές υποθέσεις, θα πρέπει να ισχύουν και οι τρεις βασικές προϋποθέσεις: (α) της κοινής γνώσης του παιγνίου απ' όλους τους εμπλεκόμενους παίκτες, (β) των συνεκτικών και μεταβατικών προτιμήσεων του καθενός, και (γ) της ορθολογικότητάς τους.

Με δεδομένη την κατίσχυση αυτών των προϋποθέσεων³⁰, οι παίκτες μέσω μιας γνωστικής διεργασίας δημιουργούν μια **πεποιθήση** για τις στρατηγικές που είναι λογικό να ακολουθήσουν οι άλλοι παίκτες, και με δεδομένη την πεποίθηση αυτή επιλέγουν στρατηγικές με σκοπό να μεγιστοποιήσουν τις αναμενόμενες (προσδοκώμενες) απολαβές τους.

1.15.1. Κυρίαρχη και Κυριαρχούμενη Στρατηγική.

Κυρίαρχη στρατηγική για έναν παίκτη, είναι εκείνη η στρατηγική που αποφέρει στον ίδιο την *καλύτερη*³¹ απόδοση (ωφέλεια / χρησιμότητα) σε σχέση με τις υπόλοιπες εναλλακτικές στρατηγικές που έχει στη διάθεσή του, ανεξάρτητα από τη στρατηγική που θα επιλέξουν να εφαρμόσουν οι άλλοι παίκτες.

Στο παράδειγμα που ακολουθεί, δύο παίκτες (ο παίκτης Α και ο παίκτης Β) συμμετέχουν σ' ένα στρατηγικό παίγνιο στο οποίο ο καθένας εξ' αυτών έχει από δύο διακριτές εναλλακτικές στρατηγικές: Ο στρατηγικός χώρος του παίκτη Α είναι $S_A = \{X, Y\}$, και ο στρατηγικός χώρος του παίκτη Β είναι $S_B = \{Z, Q\}$. Οι αποδόσεις που λαμβάνει ο παίκτης Α για κάθε μια εκ των εναλλακτικών του στρατηγικών, σε σχέση με τη στρατηγική που θα επιλέξει ο Β, εμφανίζονται με μπλε γραμματοσειρά, ενώ αντίστοιχα οι αποδόσεις του παίκτη Β εμφανίζονται με μαύρη γραμματοσειρά.

		παίκτης Β	
		Z	Q
παίκτης Α	X	8, 3	9, 5
	Y	1, 4	2, 3

Πίνακας 14

³⁰ Η τυπική θεωρία παιγνίων υποθέτει επιπλέον ότι οι παίκτες είναι έμπειροι (sophisticated) και ότι μπορούν να επεξεργαστούν και να εκτελέσουν κάθε αναγκαίο υπολογισμό (ανεξαρτήτως δυσκολίας) για την μεγιστοποίηση της απόδοσής τους. Συνοπτικά, αυτές οι ιδιότητες εμπεριέχονται στον προσδιορισμό των παικτών ως «ευφυών».

³¹ Αναφέρουμε *καλύτερη* και όχι *μεγαλύτερη*, καθώς όπως έχει τονιστεί μια απόδοση μπορεί να είναι καλύτερη (προτιμότερη) για έναν παίκτη όταν είναι κατά το δυνατόν μικρότερη (όπως, όταν π.χ. επιμετρά ποινή ή συσσώρευση βλαβερούς μονοξειδίου του άνθρακα στην ατμόσφαιρα κ.ο.κ). Στην ανάλυσή μας, όπου δεν αναφέρεται ειδικότερα, θεωρούμε ότι οι αριθμητικές τιμές απολαβών αντανακλούν την αύξουσα προτίμηση των εμπλεκομένων.

Από τον ανωτέρω πίνακα διαπιστώνεται ότι αν ο **παίκτης Α** επιλέξει τη στρατηγική **X** και ο παίκτης Β επιλέξει τη Z, θα λάβει απόδοση 8, ενώ αν ο Β επιλέξει Q τότε ο παίκτης Α θα λάβει απόδοση 9.

Αντίθετα, αν ο **παίκτης Α** επιλέξει τη στρατηγική **Y** και ο παίκτης Β επιλέξει τη Z θα λάβει απόδοση 1, ενώ αν ο Β επιλέξει Q, τότε ο παίκτης Α θα λάβει απόδοση 2.

Συνεπώς, για τον **παίκτη Α** η στρατηγική **X** είναι **κυρίαρχη**, καθώς του αποφέρει υψηλότερη απόδοση σε σχέση με τη στρατηγική **Y**, ανεξάρτητα από τη στρατηγική (Z ή Q) που θα επιλέξει ο άλλος παίκτης.

Σε αντίθεση με τον παίκτη Α, ο **παίκτης Β** δεν έχει κυρίαρχη στρατηγική. Και αυτό επειδή, αν ο παίκτης Β επιλέξει τη στρατηγική Z, θα λάβει υψηλότερη απόδοση (4) αν ο παίκτης Α επιλέξει Y, ενώ αν ο παίκτης Β επιλέξει Q, θα λάβει υψηλότερη απόδοση (5) αν ο παίκτης Α επιλέξει X. Συνεπώς, ο **παίκτης Β** δεν διαθέτει στρατηγική που να του αποφέρει μια σταθερά υψηλότερη απόδοση, ανεξαρτήτως της στρατηγικής (X ή Y) που θα επιλέξει ο άλλος παίκτης.

Όπως χαρακτηριστικά τονίζουν οι Dixit A. και Nalebuff B.³² η κυρίαρχη στρατηγική ενός παίκτη **δεν τον φέρνει σε καλύτερη θέση απέναντι στον αντίπαλό του**, ανεξαρτήτως της στρατηγικής που ο τελευταίος ακολουθεί. Η κυρίαρχη στρατηγική «*φέρνει έναν παίκτη σε ισχυρότερη θέση από αυτή στην οποία θα βρισκόταν ο ίδιος αν χρησιμοποιούσε οποιαδήποτε άλλη στρατηγική, ανεξαρτήτως της στρατηγικής που χρησιμοποιεί ο αντίπαλός του*». Μια δεύτερη συνήθης παρανόηση είναι ότι η ύπαρξη κυρίαρχης στρατηγικής σημαίνει πως το χειρότερο δυνατό αποτέλεσμα που μπορεί να προκύψει από τη χρήση της κυρίαρχης στρατηγικής είναι καλύτερο από το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα κάποιας άλλης στρατηγικής. Αυτό τυχαίνει να ισχύει κάποιες φορές, όπως στο παράδειγμά μας, αλλά δεν αποτελεί γενικό χαρακτηριστικό των κυρίαρχων στρατηγικών.

Ένα λογικά συναγόμενο συμπέρασμα από το ανωτέρω παράδειγμα είναι ότι εφόσον ένας παίκτης έχει δύο εναλλακτικές στρατηγικές και η μια εξ' αυτών είναι κυρίαρχη, η άλλη εναλλακτική θα είναι υποχρεωτικά **κυριαρχούμενη**.

Γενικά, **κυριαρχούμενη** είναι μια εναλλακτική στρατηγική που διαθέτει ένας παίκτης, η οποία του αποφέρει χαμηλότερες αποδόσεις σε σχέση με όλες τις άλλες στρατηγικές που ο ίδιος διαθέτει, ανεξαρτήτως της στρατηγικής που θα επιλέξει ο αντίπαλός του.

Έστω το κατωτέρω παίγνιο, δύο παικτών (Α,Β) με τρεις εναλλακτικές και διακριτές στρατηγικές για τον καθένα: $S_A = \{X, Y, W\}$ και $S_B = \{N, R, V\}$.

		παίκτης Β		
		N	R	V
παίκτης Α	X	4 7	5 1	5 4
	Y	7 6	5 2	3 3
	W	4 3	0 1	4 2

Πίνακας 15

Από τον ανωτέρω πίνακα είναι σαφές ότι κανένας παίκτης δεν διαθέτει κυρίαρχη στρατηγική. Επιπλέον, δεν υπάρχει κάποια στρατηγική για κάποιον παίκτη που να του

³² Dixit A. και Nalebuff B. (1999), σελ. 79-80

αποφέρει χαμηλότερη απόδοση σε σχέση με την απόδοση που του αποφέρουν οι εναλλακτικές του στρατηγικές, ανεξαρτήτως της στρατηγικής επιλογής του άλλου.

Συνεπώς, κανείς παίκτης δεν διαθέτει μια **καθολικά κυρίαρχη**³³ ή μια **καθολικά κυριαρχούμενη**³⁴ στρατηγική.

Αν παρατηρήσει κάποιος με προσοχή τις αποδόσεις του **παίκτη A**, θα διαπιστώσει ότι η στρατηγική **W** αποφέρει μικρότερες αποδόσεις σε σχέση με τη στρατηγική **Y** για κάθε εναλλακτική στρατηγική του παίκτη B. Δηλαδή, ανεξάρτητα από ποια στρατηγική θα επιλέξει ο παίκτης B ($S_B = \{N, R, V\}$), η στρατηγική **W** αποδίδει στον **παίκτη A** σταθερά μικρότερη απόδοση από την απόδοση που λαμβάνει επιλέγοντας τη στρατηγική **Y**. Έτσι, η **στρατηγική W είναι κυριαρχούμενη από τη στρατηγική Y**, αλλά όχι και από την **X**, για τον **παίκτη A**.

Οι διαπιστώσεις από τα ανωτέρω παραδείγματα αφορούν σε καθολικά ή μη, κυρίαρχες ή/και κυριαρχούμενες **αμιγείς** στρατηγικές. Είναι σύνηθες το ενδεχόμενο, μια ή περισσότερες αμιγείς στρατηγικές να κυριαρχούνται από μικτές στρατηγικές.

Έστω το κατωτέρω παίγνιο δύο παικτών ($n=2$), με τον παίκτη A να έχει τις εναλλακτικές στρατηγικές $S_A = \{L, M, W\}$ και ο παίκτης B τις $S_B = \{N, R\}$.

		παίκτης B	
		N	R
παίκτης A	L	4	0
	M	0	4
	W	1	1

Πίνακας 16

Και οι δύο παίκτες, όπως ευδιάκριτα διαπιστώνεται από τον πίνακα, δεν έχουν κυρίαρχες ή κυριαρχούμενες **αμιγείς** στρατηγικές.

Αν, όμως, υποθέσουμε ότι ο **παίκτης A** επιλέγει να εφαρμόσει μια μικτή στρατηγική, έστω $\sigma_A = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$ [δηλ. επιλέγει να χρησιμοποιήσει τις στρατηγικές L και M με πιθανότητα 50% και να μην χρησιμοποιήσει καθόλου τη στρατηγική W], τότε οι αποδόσεις του σε σχέση με τις εναλλακτικές αμιγείς στρατηγικές που μπορεί να επιλέξει ο αντίπαλός του έχουν ως εξής:

$$U_A(\sigma_A, N) = \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 0 + 0 \cdot 1 = 2, \text{ όταν ο αντίπαλος επιλέξει N}$$

$$U_A(\sigma_A, R) = \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 4 + 0 \cdot 1 = 2, \text{ όταν ο αντίπαλος επιλέξει R}$$

Έτσι, επιλέγοντας ο **παίκτης A** τη μικτή στρατηγική σ_A θα λάβει απόδοση **2**, είτε ο αντίπαλος επιλέξει τη N είτε την R στρατηγική του. Αυτή η μικτή στρατηγική (σ_A) υπερέρχει καταφανώς της αμιγούς στρατηγικής W, όπου οι αποδόσεις για τον παίκτη A είναι **1** (αν ο άλλος παίκτης παίξει N) και **1** (αν ο άλλος παίκτης επιλέξει R).

Συνεπώς, για τον παίκτη A, η αμιγής στρατηγική **W** κυριαρχείται από τη μικτή στρατηγική σ_A .

³³ Κυρίαρχη έναντι κάθε άλλης εναλλακτικής

³⁴ Κυριαρχούμενη έναντι κάθε άλλης εναλλακτικής

Γενικεύοντας, η αμιγής στρατηγική s_i ενός παίκτη i καλείται **κυριαρχούμενη** αν υπάρχει στρατηγική (αμιγής ή μικτή) $\sigma_i \in \Delta S_i$ τέτοια ώστε $u_i(\sigma_i, s_{-i}) > u_i(s_i, s_{-i})$ για κάθε διαθέσιμη εναλλακτική στρατηγική $s_{-i} \in S_{-i}$ των άλλων παικτών.

1.15.2. Αποδοτικότητα Στρατηγικών προφίλ.

Έστω το κάτωθι παίγνιο δύο παικτών, με τις ίδιες διαθέσιμες εναλλακτικές στρατηγικές. Ειδικότερα, έστω ότι $S_A = S_B = \{M, N\}$.

Το **συνολικό στρατηγικό προφίλ** του παιγνίου (δηλαδή, ο συνδυασμός των διαθέσιμων εναλλακτικών στρατηγικών των παικτών), είναι:

$$S = S_A \times S_B = \{(M, M), (M, N), (N, M), (N, N)\}$$

		παίκτης Β	
		M	N
παίκτης Α	M	4, 6	1, 1
	N	1, 1	2, 2

Πίνακας 17

Από τον πίνακα του παραδείγματός μας είναι ευδιάκριτο ότι το στρατηγικό προφίλ $s_1 = (M, M)$, με $s_1 \in S$, το οποίο αποφέρει απόδοση (4, 6), είναι εκείνος ο συνδυασμός στρατηγικών με τον οποίο και οι δύο παίκτες διασφαλίζουν τις καλύτερες δυνατές αποδόσεις τους. Οποιοσδήποτε άλλος συνδυασμός εναλλακτικών στρατηγικών μεταξύ των παικτών, επιφέρει συγκριτικά χειρότερη απόδοση και στους δύο συμμετέχοντες.

Γενικεύοντας, αν υποθέσουμε ότι θέλουμε να συγκρίνουμε τις αποδόσεις που λαμβάνουν n παίκτες από δύο διαφορετικά στρατηγικά προφίλ, έστω s και s' , λέμε ότι το s είναι **περισσότερο αποδοτικό** από το s' αν όλοι οι παίκτες προτιμούν την απόδοση (την έκβαση του παιγνίου) που παρέχει το s από εκείνη που παρέχει το s' .

Με μαθηματικούς όρους, το στρατηγικό προφίλ s είναι **περισσότερο αποδοτικό** από το s' αν $u_i(s) \geq u_i(s')$ για κάθε παίκτη i .

Αν η ανισότητα είναι αυστηρή, δηλ. $u_i(s) > u_i(s')$, τότε αρκεί να ισχύει τουλάχιστον για έναν παίκτη.

Αντίστροφα, ένα στρατηγικό προφίλ s καλείται **αποδοτικό** αν δεν υπάρχει άλλο στρατηγικό προφίλ που να είναι περισσότερο αποδοτικό, δηλ. δεν υπάρχει άλλο στρατηγικό προφίλ s' τέτοιο ώστε $u_i(s') \geq u_i(s)$ για κάθε παίκτη i και $u_i(s') > u_i(s)$ για κάποιον από τους παίκτες.

Όταν λοιπόν είναι αδύνατο να αυξηθεί η απόδοση (όφελος / χρησιμότητα) ενός παίκτη, χωρίς να μειώσουμε την απολαβή κάποιου άλλου, τότε λέμε ότι η έκβαση είναι αποτελεσματική κατά *Pareto*³⁵.

1.15.3. Βέλτιστη Απόκριση.

Στα στρατηγικά παίγνια, ένας παίκτης πριν επιλέξει στρατηγική είναι συνετό να διαμορφώσει μια πεποίθηση (εκτίμηση) για τη συμπεριφορά των άλλων παικτών.

		παίκτης Β	
		M	N
παίκτης Α	Z	5, 5	1, 1
	Q	1, 1	2, 3

Στο παραπλεύρωσ παίγνιο ο **παίκτης Α** πριν επιλέξει στρατηγική ($S_A = \{Z, Q\}$) θα πρέπει να σκεφτεί ποια στρατηγική προτιμά να επιλέξει ο παίκτης Β. Έτσι, **αν πιστεύει** ότι ο παίκτης Β θα επιλέξει τη στρατηγική N ($S_B = N$), τότε ο ίδιος –προκειμένου να μεγιστοποιήσει

³⁵ Τσεμπελής Γ. (2004), σελ. 96

Πίνακας 18

την απόδοσή του – θα πρέπει να επιλέξει τη στρατηγική **Q** ($s_A=Q$) που του αποφέρει τη μεγαλύτερη απόδοση (δηλ. **2**) με δεδομένη την επιλογή του παίκτη B.

Συνεπώς, **Βέλτιστη Απόκριση** είναι η επιλογή της στρατηγικής που μεγιστοποιεί την αναμενόμενη (προσδοκώμενη) απόδοση ενός ορθολογικού παίκτη, **βάσει της πεποίθησης** που σχηματίζει για τις στρατηγικές τις οποίες πρόκειται να ακολουθήσουν οι άλλοι παίκτες.

Πιο συγκεκριμένα, έστω ότι ο παίκτης **i** έχει την πεποίθηση θ_{-i} , με $\theta_{-i} \in \Delta S_{-i}$ ³⁶, σχετικά με τις στρατηγικές που πρόκειται να επιλέξουν οι άλλοι παίκτες. Η στρατηγική $s_i \in S_i$ του παίκτη **i** είναι **στρατηγική βέλτιστης απόκρισης** αν $u_i(s_i, \theta_{-i}) \geq u_i(s_i', \theta_{-i})$ για κάθε $s_i' \in S_i$

Για μια δεδομένη πεποίθηση ενός παίκτη, ενδεχομένως να μην υπάρχει μόνο μια βέλτιστη απόκριση. Όμως, για κάθε δεδομένη πεποίθηση (σε κάθε πεπερασμένο παίγνιο) υπάρχει τουλάχιστον μια βέλτιστη απόκριση.

Ως παράδειγμα, αναφέρεται το κατωτέρω παίγνιο³⁷ με $n=2$, με $S_A=\{U,M,D\}$ και $S_B=\{L,C,R\}$.

		παίκτης B		
		L	C	R
παίκτης A	U	2, 6	0, 4	4, 4
	M	3, 3	0, 0	1, 5
	D	1, 1	3, 5	2, 3

Πίνακας 19 –Παράδειγμα εύρεσης στρατηγικής βέλτιστης απόκρισης

Έστω ότι ο **παίκτης A**, μετά από περίσκεψη, έχει την πεποίθηση ότι ο παίκτης B θα επιλέξει τη στρατηγική **L** με πιθανότητα $1/3$, την **C** με πιθανότητα $1/2$ και την **R** με πιθανότητα $1/6$ [δηλ. $\theta_B = (\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{6})$]

Έτσι, αν ο ίδιος επιλέξει την αμιγή στρατηγική **U**, το προσδοκώμενο όφελος γι' αυτόν θα είναι: $u_A(U, \theta_B) = \sum \theta_B(s_B) \cdot u_A(U, s_B) = \frac{1}{3} \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{6} \cdot 4 = \frac{4}{3}$

Αν επιλέξει την αμιγή στρατηγική **M**, το προσδοκώμενο όφελος θα είναι:

$$u_A(M, \theta_B) = \sum \theta_B(s_B) \cdot u_A(M, s_B) = \frac{1}{3} \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{6} \cdot 1 = \frac{7}{6}$$

Ενώ, αν επιλέξει την αμιγή στρατηγική **D**, το προσδοκώμενο όφελος θα είναι:

$$u_A(D, \theta_B) = \sum \theta_B(s_B) \cdot u_A(D, s_B) = \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 3 + \frac{1}{6} \cdot 2 = \frac{13}{6}$$

Έτσι, επειδή $\frac{7}{6} < \frac{4}{3} < \frac{13}{6} \Rightarrow u_A(M, \theta_B) < u_A(U, \theta_B) < u_A(D, \theta_B)$, η **βέλτιστη απόκριση** (σε αμιγείς στρατηγικές) **του παίκτη A, με δεδομένη την πεποίθησή του (θ_B) για τη στρατηγική που θα επιλέξει ο παίκτης B, είναι η στρατηγική D.**

Με μαθηματική διατύπωση: $BR_A(\theta_B) = BR_A\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}\right) = \{D\}$.

Έστω τώρα ότι ο **παίκτης B**, στο ίδιο παίγνιο, μετά από περίσκεψη, έχει την πεποίθηση ότι ο παίκτης A θα επιλέξει τη στρατηγική **U** με πιθανότητα $1/2$, την **M** με πιθανότητα $1/4$ και την **D** με πιθανότητα $1/4$ [δηλ. $\theta_A = (\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$].

Επιλέγοντας την αμιγή στρατηγική **L**, η προσδοκώμενη απόδοση θα είναι:

³⁶ όπου ΔS_{-i} είναι το σύνολο της πιθανοτικής κατανομής των στρατηγικών όλων των άλλων παικτών, εκτός του παίκτη **i**.

³⁷ Watson Joel, 2013, σελ. 55

$$u_B(L, \theta_A) = \sum \theta_A(s_A) \cdot u_B(L, s_A) = \frac{1}{2} \cdot 6 + \frac{1}{4} \cdot 3 + \frac{1}{4} \cdot 1 = 4$$

Επιλέγοντας την αμιγή στρατηγική **C**, η προσδοκώμενη απόδοση θα είναι:

$$u_B(C, \theta_A) = \sum \theta_A(s_A) \cdot u_B(C, s_A) = \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{4} \cdot 0 + \frac{1}{4} \cdot 5 = \frac{13}{4}$$

Επιλέγοντας την αμιγή στρατηγική **R**, η προσδοκώμενη απόδοση θα είναι:

$$u_B(R, \theta_A) = \sum \theta_A(s_A) \cdot u_B(R, s_A) = \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{4} \cdot 5 + \frac{1}{4} \cdot 3 = 4$$

Έτσι, επειδή $u_B(C, \theta_B) < u_B(L, \theta_B) = u_B(R, \theta_B)$, η **βέλτιστη απόκριση** (σε αμιγείς στρατηγικές) του παίκτη **B**, με δεδομένη την πεποίθησή του (θ_A) για τη στρατηγική που θα επιλέξει ο παίκτης **A**, είναι οι στρατηγικές **L** και **R**.

Με μαθηματική διατύπωση: $BR_B(\theta_A) = BR_B\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right) = \{L, R\}$.

Η διαμόρφωση της πεποίθησης, σχετικά με τις στρατηγικές επιλογές του αντιπάλου είναι το πιο σημαντικό και ταυτόχρονα η πλέον κρίσιμη παράμετρος στα στρατηγικά παίγνια³⁸. Το σημαντικό στη διαμόρφωση της πεποίθησης για τη συμπεριφορά του αντιπάλου δεν είναι η μαθηματική αποτύπωση της πιθανοτικής κατανομής των εναλλακτικών στρατηγικών των αντιπάλων, όπως ενδεικτικά αναπτύχθηκε στο προηγούμενο παράδειγμα. **Το σημαντικό είναι να μπορεί ο παίκτης να «διαβάσει» το παίγνιο με τα μάτια των άλλων. Άλλωστε, η επιτυχία ενός παίκτη σε ένα στρατηγικό παίγνιο εξαρτάται συχνά από το εάν και κατά πόσο ο ίδιος αντιλαμβάνεται καλύτερα τους αντιπάλους του από ότι τον αντιλαμβάνονται εκείνοι**³⁹.

1.15.4. Σχέση μεταξύ Κυρίαρχης Στρατηγικής και Βέλτιστης Απόκρισης.

Έστω ότι έχουμε το κατωτέρω παίγνιο (n=2), με $S_A=\{Z,X,Q\}$ και $S_B=\{L,M\}$

		παίκτης Β	
		L	M
παίκτης Α	Z	6 3	0 1
	X	2 1	5 0
	Q	3 2	3 1

Παρατηρείται ότι ο παίκτης **A** δεν έχει κυρίαρχη ή κυριαρχούμενη αμιγή στρατηγική.

Αντιθέτως, ο παίκτης **B** έχει τη στρατηγική **M** η οποία του αποφέρει σταθερά χειρότερη απόδοση σε σχέση με την **L**, ανεξαρτήτως της αμιγούς στρατηγικής που θα επιλέξει ο παίκτης **A** (**Z**, **X** ή **Q**). Έτσι, για τον παίκτη **B**, η στρατηγική **M** κυριαρχείται αυστηρά από τη στρατηγική **L**. Αυτό σημαίνει ότι όποια στρατηγική και αν επιλέξει ο παίκτης **A**, ο ορθολογικός παίκτης **B** θα επιλέξει τη στρατηγική **L** που πάντα (δηλ. αυστηρά) του δίνει μεγαλύτερη απόδοση σε σχέση με την **M**.

Πίνακας 20

Συνεπώς, η **βέλτιστη απόκριση του παίκτη B**, για όποια στρατηγική κι αν επιλέξει ο παίκτης **A**, είναι η **L**, δηλ. $BR_B = \{L\}$ (1)

Αν συμβολίσουμε με UD_B τις στρατηγικές του παίκτη **B** που δεν είναι αυστηρά κυριαρχούμενες, και αφού διαπιστώθηκε κατά τα ανωτέρω ότι η στρατηγική **M** είναι αυστηρά κυριαρχούμενη από τη στρατηγική **L**, μπορούμε με μαθηματικούς όρους να γράψουμε: $UD_B = \{L\}$ (2)

³⁸ Όπως χαρακτηριστικά αναφέρει ο Watson J, ό.π. σελ. 56, «Forming one's belief is the more important component of strategy».

³⁹ Ό.π. «Success in games often hinges on whether you understand your opponent better than he understands you».

Από τις ανωτέρω (1) και (2) σχέσεις, διαπιστώνεται ότι: $BR_B = UD_B = \{L\}$

Συνεπώς, η στρατηγική της βέλτιστης απόκρισης του παίκτη B είναι η στρατηγική L, η οποία αποτελεί την αυστηρώς κυρίαρχη εναλλακτική στρατηγική του.

Γενικεύοντας, αν μια στρατηγική s_i είναι βέλτιστη απόκριση του παίκτη i για μια συγκεκριμένη πεποιθήση (ως προς τις στρατηγικές των άλλων παικτών, $BR_i(\theta_{-i})$), τότε η s_i περιλαμβάνεται στο σύνολο των στρατηγικών βέλτιστης απόκρισης (B_i) του εν λόγω παίκτη έναντι όλων των πιθανών πεποιθήσεών του για τις στρατηγικές των άλλων παικτών.

$$B_i = \{s_i \mid \text{υπάρχει μια πεποιθήση } \theta_{-i} \in \Delta S_{-i}, \text{ τέτοια ώστε } s_i \in BR_i(\theta_{-i})\}$$

Αυτό σημαίνει ότι αν η στρατηγική s_i είναι βέλτιστη απόκριση για μια συγκεκριμένη πεποίθηση του παίκτη i , τότε η s_i περιλαμβάνεται στο σύνολο στρατηγικών βέλτιστης απόκρισης B_i που έχει ο παίκτης αυτός.

Στο ανωτέρω παράδειγμα ο παίκτης A δεν έχει κυρίαρχες ή κυριαρχούμενες αμιγείς στρατηγικές. Σε μικτές όμως στρατηγικές, η στρατηγική Q είναι κυριαρχούμενη από τις στρατηγικές Z και X. Έτσι, αν επιλέξει τη μικτή στρατηγική $\sigma_A = (\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 0)$ [δηλ. παίζει με πιθανότητα 1/3 τη στρατηγική Z, με 2/3 την X και δεν χρησιμοποιήσει την Q], τότε:

$$u_A(\sigma_A, L) = \frac{1}{3} \cdot 6 + \frac{2}{3} \cdot 2 + 0 \cdot 3 = \frac{10}{3}, \text{ η απόδοση του A με τη μικτή } \sigma_A \text{ όταν ο B επιλέξει L.}$$

$$u_A(\sigma_A, M) = \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{2}{3} \cdot 5 + 0 \cdot 3 = \frac{10}{3}, \text{ η απόδοση του A με τη μικτή } \sigma_A \text{ όταν ο B επιλέξει M.}$$

Συνεπώς, επειδή $u_A(\sigma_A, L) > u_A(Q, L)$ και $u_A(\sigma_A, M) > u_A(Q, M)$, δηλαδή η απόδοση του παίκτη A είναι μεγαλύτερη αν επιλέξει τη μικτή στρατηγική σ_A σε σχέση με την αμιγή Q, ανεξαρτήτως της στρατηγικής επιλογής του άλλου παίκτη, **μπορούμε να δεχθούμε** ότι το σύνολο των αμιγών στρατηγικών που παίκτη A που δεν είναι αυστηρώς κυριαρχούμενες από κάποια άλλη από τις διαθέσιμες στρατηγικές του (αμιγείς ή μικτές) είναι: $UD_A = \{Z, X\}$

Για την εύρεση του συνόλου βέλτιστης απόκρισης του παίκτη A θα πρέπει ο ίδιος να αναπτύξει μια πεποίθηση (θ_B) σχετικά με τη στρατηγική που θα ακολουθήσει ο άλλος παίκτης. Είναι δεδομένο ότι η πεποίθηση πρέπει να είναι ρεαλιστική και συνεπώς $\theta_B \in S_B$. Μια τέτοια πεποίθηση είναι να υποθέσει ότι ο αντίπαλος (δηλ. ο παίκτης B) θα επιλέξει τη στρατηγική L με πιθανότητα p , με $p \in [0,1]$, και τη M με πιθανότητα $1 - p$.

Έστω, λοιπόν, ότι $\theta_B = (p, 1 - p)$.

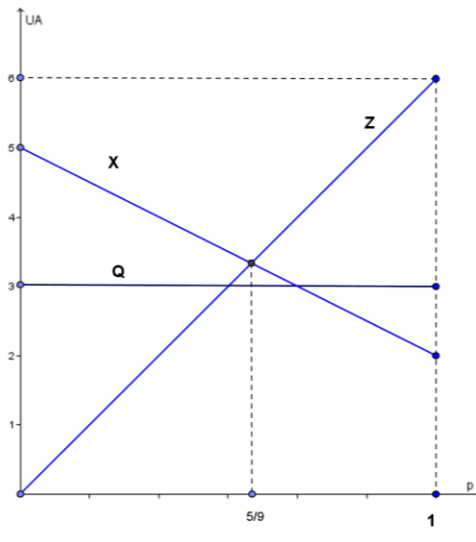
Η αναμενόμενη απόδοση που θα επιτύχει, βάσει της πεποιθήσής του για τη στρατηγική συμπεριφορά του αντιπάλου του, είναι:

$$u_A(Z, \theta_B) = p \cdot 6 + (1 - p) \cdot 0 = 6p, \text{ αν επιλέξει την αμιγή Z}$$

$$u_A(X, \theta_B) = p \cdot 2 + (1 - p) \cdot 5 = 5 - 3p, \text{ αν επιλέξει την αμιγή X, και}$$

$$u_A(Q, \theta_B) = p \cdot 3 + (1 - p) \cdot 3 = 3, \text{ αν επιλέξει την αμιγή Q.}$$

Επειδή οι αποδόσεις του παίκτη A είναι γραμμικές συναρτήσεις ως προς το p , θα τις ελέγξουμε με το κατωτέρω γράφημα:



Διάγραμμα 8

Από το γράφημα διαπιστώνεται ότι υπάρχουν τιμές που λαμβάνει το p για τις οποίες η βέλτιστη απόκριση του παίκτη A είναι η στρατηγική X και άλλες για τις οποίες η βέλτιστη απόκριση είναι η στρατηγική Z . Έτσι, δεν υπάρχει τιμή του p για την οποία η στρατηγική Q να αποτελεί τη βέλτιστη απόκριση του παίκτη A .

Συνεπώς, το σετ των στρατηγικών βέλτιστης απόκρισης του παίκτη A είναι: $B_A = \{Z, X\}$

Σημείωση: από το γράφημα διαπιστώνεται ότι για $p < \frac{5}{9}$ η βέλτιστη απόκριση είναι η αμιγής X και για $p > \frac{5}{9}$ η βέλτιστη απόκριση είναι η στρατηγική Z .

Για $p = \frac{5}{9}$ και οι δύο αποτελούν ταυτόχρονα τη βέλτιστη απόκριση.

Συνεπώς, σε ό,τι αφορά στον παίκτη A διαπιστώσαμε ότι: $UD_A = \{Z, X\} = B_A$

Δηλαδή, το σύνολο των αμιγών στρατηγικών που **δεν είναι κυριαρχούμενες** από κάποια άλλη από τις (αμιγείς ή μικτές) εναλλακτικές στρατηγικές του, είναι ταυτόχρονα και το σύνολο των στρατηγικών που αποτελούν τη **βέλτιστη απόκριση** του παίκτη A στις στρατηγικές του αντιπάλου του.

Γενικά, έχει αποδειχθεί⁴⁰ ότι οι στρατηγικές που εντάσσονται στο σύνολο των βέλτιστων αποκρίσεων ενός παίκτη δεν μπορεί να είναι αυστηρώς κυριαρχούμενες⁴¹.

Έτσι, σ' ένα πεπερασμένο παίγνιο δύο παικτών (A,B) , ισχύει: $B_A = UD_A$ και $B_B = UD_B$

1.15.5. Ασθενώς Κυρίαρχη Στρατηγική

Μια στρατηγική s_i ενός παίκτη i λέμε ότι **κυριαρχεί** έναντι της στρατηγικής s'_i (με $s_i, s'_i \in S_i$) αν και μόνο αν $u_i(s_i, s_{-i}) > u_i(s'_i, s_{-i})$ για κάθε $s_{-i} \in S_{-i}$ (δηλ. για κάθε στρατηγική των άλλων παικτών).

Εκλαϊκευμένα, μια στρατηγική ενός παίκτης καλείται **κυρίαρχη** αν οι αποδόσεις που του αποφέρει είναι μεγαλύτερες από τις αποδόσεις που του αποφέρει κάθε άλλη εναλλακτική στρατηγική που διαθέτει, ανεξαρτήτως των στρατηγικών επιλογών των άλλων παικτών.

Ασθενώς κυρίαρχη είναι μια στρατηγική s_i ενός παίκτη i έναντι της s'_i (με $s_i, s'_i \in S_i$) αν $u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s'_i, s_{-i})$ για κάθε $s_{-i} \in S_{-i}$ και $u_i(s_i, s'_{-i}) > u_i(s'_i, s'_{-i})$ για τουλάχιστον μια στρατηγική $s'_{-i} \in S_{-i}$ των άλλων παικτών.

Αφαιρετικά, σε σχέση με την πυκνότητα του νοήματος που αποδίδει ο μαθηματικός ορισμός, η **ασθενώς κυρίαρχη στρατηγική** ενός παίκτη διασφαλίζει στον παίκτη αυτόν την ίδια απόδοση σε σχέση με άλλες εναλλακτικές του στρατηγικές και, επιπλέον, για

⁴⁰ **Pearce, D.** Rationalizable Strategic Behavior and Problem of Perfection, *Econometrica* 52, (1984): 1029-1050.

⁴¹ Η πρωτότυπη διατύπωση : «...strategies are best responses if and only if they are not strictly dominated», Watson J, ό.π. σελ. 58.

τουλάχιστον μία στρατηγική των άλλων παικτών, του διασφαλίζει αυστηρά καλύτερο αποτέλεσμα σε σχέση με κάθε άλλη εναλλακτική στρατηγική του.

Παράδειγμα ασθενώς κυρίαρχων στρατηγικών:

		παίκτης B	
		L	R
παίκτης A	Z	4 0	4 2
	X	6 9	4 9

Πίνακας 21

Στο παραπλεύρως παίγνιο, ο στρατηγικός χώρος του παίκτη A είναι $S_A=\{Z,X\}$ και του B, $S_B=\{L,R\}$.

Αν ο παίκτης A επιλέξει τη στρατηγική Z, ο παίκτης B επιτυγχάνει μεγαλύτερη απόδοση ($2 > 0$) επιλέγοντας τη στρατηγική R απ' ότι αν επιλέξει τη στρατηγική L. Αν όμως ο παίκτης A επιλέξει τη στρατηγική X, ο παίκτης B επιτυγχάνει την ίδια απόδοση (9) είτε επιλέξει τη στρατηγική R είτε τη στρατηγική L.

Συνεπώς, επειδή $u_B(R, s_A) \geq u_B(L, s_A)$ για κάθε $s_A \in S_A$ και $u_B(R, Z) > u_B(L, Z)$, η στρατηγική R είναι ασθενώς κυρίαρχη της στρατηγικής L για τον παίκτη B.

Αντίστοιχα, για τον παίκτη A ισχύει:

$u_A(X, s_B) \geq u_A(Z, s_B)$ για κάθε $s_B \in S_B$ και $u_A(X, L) > u_A(Z, L)$. Έτσι, η στρατηγική X είναι ασθενώς κυρίαρχη της στρατηγικής Z για τον παίκτη A.

Γενικά, όπως θα διαπιστώσουμε και στην πορεία της ανάλυσης, οι ασθενώς κυρίαρχες στρατηγικές δημιουργούν αβεβαιότητα στους παίκτες καθώς δεν τους βοηθούν να προβλέψουν ο ένας τη συμπεριφορά του άλλου. Για να είμαστε πιο ακριβείς, οι παίκτες δεν μπορούν να αρθρώσουν αμοιβαία εκλογικευμένες πεποιθήσεις. Αυτό έχει ως άμεση συνέπεια να καθίσταται δυσκολότερη η ανεύρεση των στρατηγικών βέλτιστης απόκρισης.

Στο παράδειγμά μας, αν ο παίκτης A θεωρήσει ότι ο αντίπαλος (παίκτης B) θα επιλέξει την ασθενώς κυρίαρχη στρατηγική του R, ενδέχεται να επιλέξει τη στρατηγική Z (δηλ. την ασθενώς κυριαρχούμενη στρατηγική του), και αυτή η επιλογή να είναι απολύτως λογική: Δεν θέλει ο αντίπαλός του να προσπορισθεί μεγαλύτερο όφελος από ότι θα προσπορισθεί ο ίδιος, ο οποίος, άλλωστε, με δεδομένη την επιλογή του B, λαμβάνει το ίδιο αποτέλεσμα (4) είτε παίζοντας την ασθενώς κυρίαρχη (X), είτε την ασθενώς κυριαρχούμενη στρατηγική του (Z).

Γενικεύοντας τα ανωτέρω,

Έστω WUD_i : το σύνολο των στρατηγικών του παίκτη i το οποίο δεν είναι ασθενώς κυριαρχούμενο.

Έστω, επίσης, ότι η πεποίθηση του παίκτη i για τις στρατηγικές που θα ακολουθήσουν οι άλλοι παίκτες, είναι θ_{-i} με $\theta_{-i}(s_{-i}) > 0$ για κάθε $s_{-i} \in S_{-i}$.

Δηλαδή, η πεποίθηση θ_{-i} προσδίδει θετική πιθανότητα σε κάθε στρατηγικό προφίλ των άλλων παικτών ή, αλλιώς, κάθε εναλλακτική στρατηγική των άλλων παικτών θεωρείται πιθανή από τον παίκτη i .

Αν τώρα, B_i^{cf} είναι το σύνολο στρατηγικών για τον παίκτη i , που αποτελούν τη βέλτιστη απόκρισή του σε σχέση με την πεποίθηση (θ_{-i}) που έχει για τη στρατηγική συμπεριφορά των άλλων παικτών, για κάθε πεπερασμένο παίγνιο n παικτών, ισχύει:

$$B_i^{cf} = WUD_i \text{ για κάθε } i=1,2,\dots,n.$$

Ο εκθέτης c υποδηλώνει συσχετισμένες εικασίες (correlated conjectures are allowed), δηλ. από τη δομή του παιγνίου να συνάγεται ότι οι εικασίες των παικτών σε σχέση με τις πεποιθήσεις των άλλων είναι αμοιβαία συσχετισμένες, έχουν κοινή αναφορά.

Στην ειδικότερη αναφορά που κάναμε για τον **παίκτη A** στο παράδειγμά μας, είδαμε ότι η βέλτιστη απόκρισή του, σύμφωνα με το ορθολογικό πλαίσιο που αναπτύξαμε, ήταν η ασθενώς κυριαρχούμενη στρατηγική του, ακριβώς επειδή οι παίκτες *δεν έχουν συσχετισμένες εικασίες* (ο παίκτης A δεν θέλει να προσκτήσει ο αντίπαλός του υψηλότερη απολαβή από ότι ο ίδιος).

Ο εκθέτης f υποδηλώνει ότι: $\theta_{-i}(s_{-i}) > 0$ για κάθε $s_{-i} \in S_{-i}$, όπως αναφέρθηκε αναλυτικότερα ανωτέρω.

1.16. Εκλογικευμένες στρατηγικές

Η εύρεση των κυρίαρχων στρατηγικών και των στρατηγικών βέλτιστης απόκρισης είναι απόρροια της ορθολογικής συμπεριφοράς των παικτών. Επιλέγουν σταθερά τις κυρίαρχες στρατηγικές τους ή αναζητούν ένα σύνολο εναλλακτικών στρατηγικών που δεν περιέχει κυριαρχούμενες στρατηγικές και κατόπιν ελέγχουν τις αποδόσεις που τους αποφέρουν οι στρατηγικές αυτές.

Όμως, η ορθολογική συμπεριφορά ενός παίκτη δεν εξαντλείται στην αποφυγή των κυριαρχούμενων στρατηγικών που διαθέτει. Σ' ένα παίγνιο, οι επιλογές ενός παίκτη επηρεάζουν τις αποδόσεις που λαμβάνουν οι άλλοι παίκτες και επιπλέον οι επιλογές του καθενός σχετίζονται με τις πεποιθήσεις του για τις προτιμήσεις και τις επιλογές των άλλων.

		B		
		X	Y	Z
A	K	3, 3	0, 5	0, 4
	M	0, 0	3, 1	1, 2

Πίνακας 22

Έστω, το ανωτέρω παίγνιο στο οποίο ο παίκτης A δεν έχει κυριαρχούμενη στρατηγική. Συνεπώς, θα μπορούσε ορθολογικά να επιλέξει μια από τις δύο εναλλακτικές που διαμορφώνουν τον στρατηγικό του χώρο $S_A = \{K, M\}$, βάσει της πεποίθησής του για τη στρατηγική που θα επιλέξει ο άλλος παίκτης.

Έστω, p : η πιθανότητα που εκτιμά ο A ότι ο B θα επιλέξει τη στρατηγική X

q : η πιθανότητα που εκτιμά ο A ότι ο B θα επιλέξει τη στρατηγική Y, και

$1 - p - q$: η πιθανότητα που εκτιμά ο A ότι ο B θα επιλέξει τη στρατηγική Z,

με $p \geq 0$, $q \geq 0$ και $p + q \leq 1$.

Με δεδομένη την πεποίθηση του A για τις επιλογές του B, $\theta_B = (p, q, 1 - p - q)$, οι απολαβές του **παίκτη A** θα είναι:

Αν επιλέξει τη στρατηγική K: $u_A(K, \theta_B) = 3 \cdot p + 0 \cdot q + 0 \cdot (1 - p - q) = 3p$

Αν επιλέξει τη στρατηγική M: $u_A(M, \theta_B) = 0 \cdot p + 3 \cdot q + 1 \cdot (1 - p - q) = 2q - p + 1$

Συνεπώς, η βέλτιστη απόκριση του παίκτη A (BR_A) θα είναι :

η στρατηγική K, αν $3p > 2q - p + 1 \Rightarrow p > \frac{2 \cdot q + 1}{4}$, ή

η στρατηγική M, αν $3p < 2q - p + 1 \Rightarrow p < \frac{2 \cdot q + 1}{4}$

αν $p = \frac{2 \cdot q + 1}{4}$ τότε και οι δύο στρατηγικές αποτελούν βέλτιστη απόκριση για τον παίκτη A στην πεποίθηση που ο ίδιος έχει για τη στρατηγική που ενδέχεται να ακολουθήσει ο παίκτης B.

Με δεδομένη την **κοινή γνώση** (σύμφωνα με την οποία, και οι δύο παίκτες γνωρίζουν την μήτρα αποδόσεων και το στρατηγικό χώρο ο ένας του άλλου) και τον **ορθολογισμό** του καθενός, ο παίκτης A μπορεί να διαπιστώσει ότι ο παίκτης B έχει κυριαρχούμενη στρατηγική τη στρατηγική X, η οποία, επειδή δεν υπάγεται στο σύνολο των **μη** κυριαρχούμενων στρατηγικών του, δεν θα επιλεγεί από τον παίκτη B.

Συνεπώς, η πεποίθηση του παίκτη A για τη στρατηγική συμπεριφορά του παίκτη B μπορεί να αναδιατυπωθεί ως εξής: $\theta'_B = (0, q, 1 - q)$ –δηλ. ο παίκτης A είναι πεπεισμένος ότι ο B αφού είναι ορθολογικός δεν θα παίξει την κυριαρχούμενη στρατηγική του.

Έτσι, η νέα μήτρα αποδόσεων λαμβάνει την εξής μορφή:

		B	
		Y	Z
A	K	0, 5	0, 4
	M	3, 1	1, 2

Πίνακας 23

Στη νέα μήτρα (*εκλογικευμένη* μήτρα αποδόσεων), ο παίκτης A είναι ξεκάθαρο ότι έχει κυριαρχούμενη στρατηγική τη στρατηγική K.

Συνοπτικά, με δεδομένο ότι ο παίκτης B «απαλείφει» από τις ορθολογικές του επιλογές τη στρατηγική X, ο παίκτης A έχει κυρίαρχη στρατηγική τη M, την οποία και θα επιλέξει.

Άρα, διαδοχικά η αρχική μήτρα λαμβάνει τη μορφή:

		B	
		Y	Z
A	M	3, 1	1, 2

Πίνακας 24

		B
		Z
A	M	1, 2

Πίνακας 25

Ο παίκτης A, αναδιατυπώνει εκ νέου την νέα εκλογικευμένη πεποίθησή του για τις στρατηγικές του B, διαπιστώνοντας ότι μεταξύ των Y και Z θα προτιμήσει τη στρατηγική Z που του αποφέρει μεγαλύτερη απόδοση. Έτσι, $\theta''_B = (0, 0, 1)$ –δηλ. ο παίκτης A είναι βέβαιος ότι ο B αφού είναι ορθολογικός θα παίξει τη στρατηγική που του προσφέρει τη μεγαλύτερη απόδοση.

Χρησιμοποιώντας τη λογική της **διαδοχικής απαλοιφής των αυστηρώς κυριαρχούμενων στρατηγικών** (iterative removal of strictly dominated strategies) οδηγηθήκαμε σε μια μοναδική πρόβλεψη της ορθολογικής έκβασης του παιγνίου, δηλ. στο στρατηγικό προφίλ (M,Z) το οποίο αποφέρει διάνυσμα απόδοσης (1,2).

Στο παράδειγμά μας η μόνη *εκλογικευμένη πεποίθηση* είναι αυτή που οδηγεί στο προφίλ (M,Z). Συνηθέστερα, η διαδικασία της διαδοχικής απαλοιφής των κυριαρχούμενων στρατηγικών οδηγεί σε περισσότερα εκλογικευμένα προφίλ στρατηγικών. Οι στρατηγικές των παικτών που αποτελούν το σύνολο των εκλογικευμένων αυτών προφίλ καλούνται **εκλογικευμένες στρατηγικές** (rationalizable strategies).

Έτσι, από ένα αρχικό σύνολο εναλλακτικών στρατηγικών οι ορθολογικοί παίκτες εκμεταλλευόμενοι την **κοινή γνώση** προσδιορίζουν τις στρατηγικές εκείνες που δεν είναι κυριαρχούμενες⁴² και συνεπώς είναι **εκλογικευμένες**. Η έννοια των εκλογικευμένων στρατηγικών και η σχέση τους με τη διαδικασία της διαδοχικής απαλοιφής των κυριαρχούμενων στρατηγικών οφείλεται στον David Pearce⁴³.

Μια λεπτή επισήμανση σχετίζεται με το ότι η εύρεση των εκλογικευμένων στρατηγικών προϋποθέτει οι πεποιθήσεις των παικτών και η στρατηγική τους συμπεριφορά να είναι συνεπείς με την κοινή γνώση και τον ορθολογισμό των παικτών. Αυτό όμως δεν αποκλείει το ενδεχόμενο να είναι εσφαλμένες οι πεποιθήσεις των παικτών.

Έτσι, σ' ένα παίγνιο, μετά από μια διαδικασία διαδοχικών απαλοιφών των αυστηρώς κυριαρχούμενων στρατηγικών μπορεί να καταλήξουμε σε μια μήτρα αποδόσεων που να μοιάζει π.χ. με τη μήτρα του παιγνίου «Η μάχη των φύλων».

		B	
		Y	X
A	Y	P, T	$0, 0$
	X	$0, 0$	T, P

Όπου, $P > T > 0$

Πίνακας 26 – «Η μάχη των Φύλων» στο γήπεδο

Για να το κάνουμε πιο ρεαλιστικό, σκεφτόμαστε ότι το ερωτευμένο ζευγάρι του υποδείγματος αυτού, αποφάσισε τελικά να πάει στο στάδιο που διεξάγεται ο αγώνας. Κατεβαίνοντας από το σταθμό του τρένου που είναι κοντά στο στάδιο, ο συνωστισμός από τον κόσμο είναι τόσο έντονος που χάνονται μεταξύ τους. Ο σύζυγος κρατάει τα εισιτήρια και γνωρίζει τη θύρα του γηπέδου προς την οποία θα πρέπει να κατευθυνθεί. Όμως, η σύζυγος δεν γνωρίζει τη θύρα, και έτσι έχει δύο εναλλακτικές. Είτε να γυρίσει αντίθετα από τη «ροή» του κόσμου και να κατευθυνθεί προς τον σταθμό (X) ή να περιμένει, να εισέλθει ο κόσμος στο στάδιο και κατόπιν να σταθεί έξω από μια τυχαία θύρα με την ελπίδα ότι ο σύζυγος θα περιμένει κι αυτός να μπει ο κόσμος στο γήπεδο και κατόπιν εκείνος θα περπατήσει την περίμετρο του σταδίου για να τη συναντήσει (Y).

Στην οικεία κατάσταση διαπιστώνεται ότι η *πεποίθηση* του ενός για την επιλογή του άλλου μπορεί απλώς να μην είναι σωστή, παρότι δεν παραβιάζει καμία από τις προϋποθέσεις που θέσαμε (ορθολογισμός, στρατηγική συμπεριφορά σύμφωνη με τις πεποιθήσεις και κοινή γνώση). Αυτή, λοιπόν, είναι μια κατάσταση έλλειψης **στρατηγικού συντονισμού** που οδηγεί σε **στρατηγική αβεβαιότητα**.

Έχουν και οι δύο παίκτες εκλογικευμένες στρατηγικές. Ο παίκτης A μπορεί να έχει την πεποίθηση ότι ο B θα επιλέξει X και έτσι να επιλέξει κι αυτός X. Αντίστοιχα, ο παίκτης B μπορεί να έχει την πεποίθηση ότι ο A θα επιλέξει Y και έτσι να επιλέξει κι αυτός Y. Αν οι πεποιθήσεις δεν είναι *συντονισμένες*, τότε... ο ένας θα περπατάει διαρκώς την περίμετρο του σταδίου και η άλλη θα τον αναμένει στον ηλεκτρικό σταθμό.

⁴² Για την ακρίβεια, εκλογικευμένες είναι οι στρατηγικές βέλτιστης απόκρισης. Οι στρατηγικές βέλτιστης απόκρισης ενδέχεται να διαφέρουν από τις στρατηγικές που απομένουν από τη διαδικασία της διαδοχικής απαλοιφής των κυριαρχούμενων στρατηγικών. Αναλυτικότερα: Watson (2013) σελ. 443-449

⁴³ David Pearce (1984). Rationalizable Strategic Behavior and the Problem of Perfection, *Econometrica* 52 σελ. 1029–1050

Αν το υποτιθέμενο παίγνιο αντί να μας οδηγήσει σε μια μήτρα τύπου «battle of sexes», μας οδηγούσε σε μια μήτρα τύπου «assurance game», όπως ο κατωτέρω πίνακας, τότε το πλέον αποδοτικό στρατηγικό προφίλ και για τους δύο παίκτες θα ήταν το (Κ,Κ). Αν υποθέσουμε όμως ότι ένας από τους δύο παίκτες έχει αμφιβολίες για το εάν ο άλλος το υιοθετήσει (δηλ., παίζει Κ) ή προτιμήσει να παίξει τη στρατηγική ασφαλείας Μ, τότε δημιουργείται επίσης μια κατάσταση στρατηγικής αβεβαιότητας η οποία παρακωλύει την επίτευξη της πλέον αποδοτικής έκβασης.

		B	
		K	M
A	K	R, R	0, S
	M	S, 0	S, S

Όπου,
με $R \gg S > 0$

Πίνακας 27 – «Assurance game»

Συμπερασματικά, η *στρατηγική αβεβαιότητα* είναι μια ρεαλιστική κατάσταση στην πραγματική ζωή. Γίνεται ακόμα πιο ρεαλιστική όταν επισημάνουμε ότι οι πίνακες αποδόσεων, που στα υποδειγματικά μας μοντέλα έχουν συγκεκριμένη κατάταξη αποδόσεων για κάθε παίκτη, στην πραγματική ζωή μπορεί να μην έχουν. Έτσι, ένας εμπλεκόμενος σε μια κατάσταση στρατηγικής αλληλεπίδρασης με κάποιον άλλο (ή κάποιους άλλους), μπορεί να μην είναι βέβαιος για τον πραγματικό σκοπό του άλλου (δηλ. για το ποια συνάρτηση χρησιμότητας επιδιώκει να βελτιστοποιήσει) ή/και να μην γνωρίζει για τον άλλον ούτε το απόλυτο μέγεθος της αξίας που προσδίδει σε μια έκβαση, αλλά ούτε και για την κατάταξη των αξιών που προκύπτουν από τις διάφορες εκβάσεις.

Η στρατηγική αβεβαιότητα, λοιπόν, είναι σύμφυτη της ανθρώπινης υπόστασης και για το λόγο αυτό υπάρχουν μηχανισμοί που βοηθούν στο συντονισμό των συμπεριφορών για την αποφυγή αναποτελεσματικών εκβάσεων σε καταστάσεις στρατηγικής αλληλεπίδρασης. Υπάρχουν βέβαια και περιπτώσεις στρατηγικής αλληλεπίδρασης που ο συντονισμός των συμπεριφορών (π.χ. εναρμονισμένες τιμές σε έναν ολιγοπωλιακό κλάδο) δεν εξυπηρετεί το κοινωνικό συμφέρον και για το λόγο αυτό εφευρίσκονται τρόποι αποτροπής του.

Η θεσμοί, οι κανόνες, οι νόρμες συμπεριφοράς και γενικά η κουλτούρα συχνά εξυπηρετούν την ανάγκη συντονισμού και μείωσης της αβεβαιότητας, όταν αυτό είναι κοινωνικά σκόπιμο. Έτσι, ο Κώδικας Οδικής Κυκλοφορίας, που καθορίζει την πορεία όλων των οχημάτων προς τη μια κατεύθυνση κυκλοφορίας, μειώνει την αβεβαιότητα της οδήγησης σε ένα μικρό επαρχιακό δρόμο με ελλιπή σηματοδότηση και μικρή κυκλοφορία, ή ο έλεγχος της τήρησης του Γενικού Οικοδομικού Κώδικα από κρατικούς φορείς μειώνει την αβεβαιότητα του αγοραστή ως προς την ποιότητα των δομικών στοιχείων και τη στατικότητα του κτίσματος και αποτρέπει τον κατασκευαστή από ενδεχόμενη πλημμυρή ή κερδοσκοπική συμπεριφορά. Ο «λόγος τιμής» ή οι συμβάσεις ή οι συμβολαιογραφικές πράξεις, εξυπηρετούν αντίστοιχους σκοπούς. Ο έλεγχος της νομισματικής πολιτικής της Ε.Ε. από την πολιτικά ακηδεμόνευτη Ευρωπαϊκή Κεντρική Τράπεζα και ο έλεγχος των Κεντρικών Τραπεζών των Κρατών Μελών της Ο.Ν.Ε. από αυτή, εξυπηρετεί τη μείωση της πληθωριστικής αβεβαιότητας και της νομισματικής αστάθειας που προκαλούσαν οι εθνικές νομισματικές πολιτικές κ.ο.κ.

Ίσως, όμως, ο πιο απλός τρόπος συντονισμού της συμπεριφοράς, τον οποίο «απαγορεύουμε» ρητώς και απολύτως στα παίγνια ταυτόχρονων κινήσεων, είναι η επικοινωνία μεταξύ των εμπλεκόμενων. Η επικοινωνία, λοιπόν, και πλήθος **κοινωνικών**

Θεσμών⁴⁴ συνεισφέρουν στο συντονισμό των πεποιθήσεων και της συμπεριφοράς. Δημιουργούν ανθεκτικά συστήματα πεποιθήσεων τα οποία εμπιστεύεται και με τα οποία πορεύεται μια κοινωνία. Οι συντονισμένες πεποιθήσεις ευθυγραμμίζουν τις προσδοκίες και παρέχουν ασφάλεια και βεβαιότητα (ή μετριοπαθέστερα, μειώνουν την ανασφάλεια και την αβεβαιότητα) για το ότι το αναμενόμενο, τελικά θα επαληθευτεί (θα συμβεί).

1.17. Το Μοντέλο του H. Hotelling - Το Παίγνιο της Τοποθέτησης.

«Οι πόλεις μας γίνονται αντιοικονομικά υπερμεγέθεις και οι επιχειρηματικές περιοχές μέσα σε αυτές υπερβολικά πυκνές. Οι εκκλησίες των Μεθοδιστών και των Πρεσβυτεριανών μοιάζουν μεταξύ τους και ο μηλίτης οίνος είναι παντού ο ίδιος»⁴⁵.

Δύο άτομα, ο Διαμαντής και ο Ισίδωρος, είναι μικροπωλητές παγωτών γρανίτας, με γεύση φράουλα και λεμόνι. Κάθε πρωί αγοράζουν το εμπόρευσμά τους σε τιμές χονδρικής από μια οικογενειακή βιομηχανία παραγωγής παγωτού γρανίτας, κάπου στη νοτιοανατολική Αττική. Στην ίδια περιοχή υπάρχει μια δημοφιλής παραλία, ελεύθερης πρόσβασης για τους λουόμενους, στην οποία πηγαίνουν τις γρανίτες τους για να τις πουλήσουν κατά τους καλοκαιρινούς μήνες. Έχουν συμφωνήσει μεταξύ τους να πωλούν τις γρανίτες σε ενιαία τιμή, η οποία τους αποφέρει κέρδος 0,25€ ανά γρανίτα. Εδώ και χρόνια, που κάνουν την ίδια δουλειά, έχουν παρατηρήσει ότι η ημερήσια ζήτηση είναι ακριβώς 450 γρανίτες.

Η παραλία χωρίζεται νοητά σε εννέα (9), σχεδόν, ίδιου μεγέθους τμήματα και κάθε τμήμα, κάθε μέρα, έχει πενήντα (50) λουόμενους που επιθυμούν να αγοράσουν το συγκεκριμένο προϊόν.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Σχήμα 1

Οι υποψήφιοι αγοραστές δεν έχουν προτίμηση σε κάποιον από τους δύο μικροπωλητές. Αγοράζουν από εκείνον που βρίσκεται πλησιέστερα στο τμήμα που έχουν στρώσει τις πετσέτες τους.

Κάθε πρωί, ο Διαμαντής και ο Ισίδωρος, καλούνται να αποφασίσουν (ταυτόχρονα και ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλον) σε ποιο τμήμα της παραλίας θα τοποθετήσουν τους φορητούς τους μικροκαταψύκτες, στους οποίους συντηρούν τις γρανίτες τους, προκειμένου να πωλήσουν ο καθένας κατά το δυνατόν περισσότερες γρανίτες και συνεπώς να μεγιστοποιήσουν το κέρδος τους.

Για να γίνει ευκρινέστερη η στρατηγική απόφαση που καλούνται να λάβουν καθημερινά οι δύο μικροπωλητές, αν υποθέσουμε ότι μια συγκεκριμένη ημέρα ο Ισίδωρος τοποθετεί τον μικροκαταψύκτη του στο τμήμα **3** και ο Διαμαντής στο τμήμα **8**, ο πρώτος θα πουλήσει γρανίτες σε όλους τους πελάτες που βρίσκονται στα τμήματα 1 έως και 5 -δηλ. θα πουλήσει 250 γρανίτες (5 τμήματα x 50 πελάτες/τμήμα) και θα κερδίσει 62,50€ (250 γρανίτες x 0,25€/γρανίτα)- ενώ ο δεύτερος θα πουλήσει γρανίτες σε όλους τους πελάτες που

⁴⁴ «Σε μια ακριβέστερη θεώρηση, οι θεσμοί είναι κοινωνικά κυρώσιμα πλέγματα κανόνων που συντονίζουν ανθρώπινες δραστηριότητες με τη δημιουργία σταθερών προσδοκιών. Ορίζουν τους κανόνες του κοινωνικού παιχνιδιού που εφαρμόζουν οι κοινωνικές μονάδες για να λύσουν τα προβλήματα συνύπαρξης στον κοινωνικό χώρο», Γέμπτος Π. (2015) σελ. 152.

⁴⁵ Το Μοντέλο αυτού του παιγνίου είναι παραλλαγή εκείνου που πρωτοπαρουσίασε ο **Harold Hotelling**, Stability in Competition, The Economic Journal 39 (1929): 41-51.

βρίσκονται στα τμήματα 6 έως και 9 –δηλ. θα πουλήσει 200 γρανίτες (4 τμήματα x 50 πελάτες/τμήμα) και θα κερδίσει 50 € (200 γρανίτες x 0,25€/γρανίτα). Για λόγους πληρότητας, αναφέρεται ότι αν κάποιος πελάτης βρίσκεται σε τμήμα της παραλίας που η απόστασή του από τους δύο μικροπωλητές είναι ίδια, τότε υποθέτουμε ότι οι μισοί θα αγοράσουν από τον ένα και οι άλλοι μισοί από τον άλλον.

Η στρατηγική απόφαση που καλούνται να λάβουν οι δύο μικροπωλητές είναι σε ποιο τμήμα της παραλίας θα τοποθετήσουν τον καταψύκτη τους προκειμένου να μεγιστοποιήσουν το κέρδος τους.

Ο στρατηγικός χώρος κάθε παίκτη είναι $S_i = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, με $i = I, \Delta$ (όπου **I**: Ισίδωρος και **Δ**: Διαμαντής), και το κέρδος του καθενός, σε σχέση με την επιλογή του και την επιλογή του αντιπάλου, είναι:

$$u_i(s_i, s_j), \text{ με } i, j = I, \Delta \text{ και } j \neq i$$

Η ανάλυση του παιγνίου γίνεται με τη διαδικασία της **διαδοχικής απαλοιφής των αυστηρώς κυριαρχούμενων** στρατηγικών (Iterated Dominance), όπου όπως αναλυτικά έχουμε περιγράψει ελέγχεται η ενδεχόμενη ύπαρξη αυστηρώς κυριαρχούμενων στρατηγικών μεταξύ των εναλλακτικών στρατηγικών των παικτών, και σε κάθε επόμενη επανάληψη, εφόσον υπάρχουν τέτοιες στρατηγικές, διαγράφονται.

Αν ο Ισίδωρος συγκρίνει τις στρατηγικές 1 και 2 που διαθέτει έναντι όλων των διαθέσιμων εναλλακτικών του Διαμαντή, θα διαπιστώσει:

$$\begin{aligned} u_I(1, 1) &= 56,25 < u_I(2, 1) &= 100 \\ u_I(1, 2) &= 12,5 < u_I(2, 2) &= 56,25 \\ u_I(1, 3) &= 18,75 < u_I(2, 3) &= 25 \\ u_I(1, 4) &= 25 < u_I(2, 4) &= 31,25 \\ u_I(1, 5) &= 31,25 < u_I(2, 5) &= 37,5 \\ u_I(1, 6) &= 37,5 < u_I(2, 6) &= 43,75 \\ u_I(1, 7) &= 43,75 < u_I(2, 7) &= 50 \\ u_I(1, 8) &= 50 < u_I(2, 8) &= 56,25 \\ u_I(1, 9) &= 56,25 < u_I(2, 9) &= 62,5 \end{aligned}$$

Έτσι, για τον Ισίδωρο ισχύει ότι η στρατηγική **1** σε σχέση με τη στρατηγική **2** τού αποφέρει μικρότερο κέρδος, ανεξαρτήτως της στρατηγικής επιλογής του Διαμαντή. Μαθηματικά:

$$u_I(2, s_\Delta) > u_I(1, s_\Delta), \text{ για κάθε } s_\Delta \in S_\Delta$$

Συνεπώς, η στρατηγική **1** είναι αυστηρώς κυριαρχούμενη της στρατηγικής **2** για τον Ισίδωρο.

Αντίστοιχα, και ο ανάλογος έλεγχος για τον Διαμαντή δείχνει ότι:

$$u_\Delta(2, s_I) > u_\Delta(1, s_I), \text{ για κάθε } s_I \in S_I$$

Συνοπτικά: και για τους δύο παίκτες η στρατηγική **1** είναι αυστηρώς κυριαρχούμενη της στρατηγικής **2**, ανεξαρτήτως της επιλογής του άλλου.

Στο αντίστοιχο συμπέρασμα καταλήγουμε για τη στρατηγική **9** σε σχέση με τη στρατηγική **8** και για τους δύο παίκτες. Δηλ. ισχύει:

$$u_I(8, s_\Delta) > u_I(9, s_\Delta), \text{ για κάθε } s_\Delta \in S_\Delta \text{ και}$$

$$u_{\Delta}(8, s_I) > u_{\Delta}(9, s_I), \text{ για κάθε } s_I \in S_I$$

Άρα, οι στρατηγικές 1 και 9 είναι αυστηρώς κυριαρχούμενες και για τους δύο μικροπωλητές και ως εκ τούτου διαγράφονται από τον επόμενο γύρο της διαδικασίας διαδοχικής απαλοιφής κυριαρχούμενων στρατηγικών.

Το σύνολο των μη κυριαρχούμενων στρατηγικών μετά τον **πρώτο** γύρο είναι:

$$R_i^1 = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, \text{ για } i = I, \Delta$$

Στο νέο γύρο, οι στρατηγικές 2 και 8 είναι αυστηρώς κυριαρχούμενες και για τους δύο παίκτες, δηλ. ισχύει:

$$u_I(3, s_{\Delta}) > u_I(2, s_{\Delta}), \text{ για κάθε } s_{\Delta} \in S'_{\Delta} \quad (S'_{\Delta} = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\})$$

$$u_{\Delta}(3, s_I) > u_{\Delta}(2, s_I), \text{ για κάθε } s_I \in S'_I \quad (S'_I = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\})$$

$$u_I(7, s_{\Delta}) > u_I(8, s_{\Delta}), \text{ για κάθε } s_{\Delta} \in S'_{\Delta}, \text{ και}$$

$$u_{\Delta}(7, s_I) > u_{\Delta}(8, s_I), \text{ για κάθε } s_I \in S'_I$$

Έτσι, οι στρατηγικές 2 και 8 είναι αυστηρώς κυριαρχούμενες και για τους δύο παίκτες και ως εκ τούτου διαγράφονται από τον επόμενο γύρο της διαδικασίας διαδοχικής απαλοιφής κυριαρχούμενων στρατηγικών.

Το σύνολο των μη κυριαρχούμενων στρατηγικών μετά τον **δεύτερο** γύρο είναι:

$$R_i^2 = \{3, 4, 5, 6, 7\}, \text{ για } i = I, \Delta$$

Επαναλαμβάνοντας τους αντίστοιχους ελέγχους καταλήγουμε στο τέλος του τέταρτου γύρου ότι: $R_i^4 = \{5\}$, για $i = I, \Delta$. Δηλαδή, η μόνη μη κυριαρχούμενη στρατηγική και για τους δύο παίκτες, ανεξαρτήτως της επιλογής του αντιπάλου, είναι η στρατηγική 5.

Έτσι, το **προφίλ των εκλογικευμένων στρατηγικών** (rationalizable strategies) είναι: $R = \{(5, 5)\}$

Για το συγκεκριμένο παίγνιο η ανάλυση υποδεικνύει στους δύο μικροπωλητές ότι **η μόνη μη κυριαρχούμενη στρατηγική** που διαθέτουν είναι η τοποθέτηση του καταψύκτη τους στο κέντρο της παραλίας (δηλ. στο τμήμα 5), την οποία πρέπει να ακολουθήσουν ανεξαρτήτως της επιλογής του ανταγωνιστή τους.

Από το ανωτέρω παίγνιο συνάγεται το συμπέρασμα ότι οι ανταγωνιστές, στην προσπάθεια τους να λάβουν υψηλότερο μερίδιο αγοράς, καταλήγουν να τοποθετούνται και οι δύο στην ίδια «περιοχή», δηλ. στο κέντρο της «αγοράς». Σε αυτή την επιλογή κατέληξαν μετά από μια ορθολογική, διαδοχική διαδικασία κατά την οποία σε κάθε επόμενο νοητικό «βήμα» απέρριπταν τη στρατηγική που στο προηγούμενο αποδεικνυόταν ότι ήταν κυριαρχούμενη.

Μια διαισθητικώς αποδεκτή γενίκευση είναι ότι σε μια μικρή αγορά οι ομοειδείς επιχειρήσεις παράγουν αγαθά με παρόμοια χαρακτηριστικά που απευθύνονται στον διάμεσο καταναλωτή.

Το μοντέλο του **Hotelling** άσκησε και ασκεί ισχυρή επιρροή σε διάφορα γνωστικά πεδία, μεταξύ αυτών και στην Πολιτική Επιστήμη και την Επικοινωνία:

Οι ψηφοφόροι, στις γενικές πολιτικές τους πεποιθήσεις, είναι διχασμένοι μεταξύ δύο άκρων: Κάποιοι επιθυμούν μια φιλελεύθερη εμπορική πολιτική χωρίς περιορισμούς, ενώ κάποιοι άλλοι μια απομονωμένη, εσωστρεφή εμπορική πολιτική που να προστατεύει τους εγχώριους παραγωγούς. Κάποιοι επιθυμούν κυβερνητικό παρεμβατισμό στους βασικούς τομείς της οικονομίας, ενώ κάποιοι άλλοι αντιτίθενται σε κάθε είδους κρατικής ρυθμιστικής παρέμβασης, την οποία χαρακτηρίζουν ως στρέβλωση του υγιούς ανταγωνισμού κ.ο.κ.

Με τον τρόπο αυτό, μπορεί να επιτευχθεί μια χονδροειδής κατηγοριοποίηση των προτιμήσεων των πολιτών. Ο **H. Hotelling** υπέθεσε ότι οι άνθρωποι τοποθετούνται συμμετρικά σε μια ευθύγραμμη κλίμακα, όπου στο ένα άκρο βρίσκεται μια ακραία αριστερή ιδεολογική πεποίθηση και στο άλλο μια ακροδεξιά ιδεολογία, και θεώρησε ότι ο ανταγωνισμός σε ένα **διομματικό** σύστημα θα προκαλούσε κάθε κόμμα να συγκλίνει προς τον ιδεολογικό του αντίπαλο. Η σύγκλιση, αποσκοπεί στην απόσπαση μεγαλύτερου μέρους από εκείνους τους ψηφοφόρους που βρίσκονται ανάμεσα στην υφιστάμενη ιδεολογική χωροθέτηση των κομμάτων. Μάλιστα, αυτή η αμοιβαία σύγκλιση δεν τα αποστερεί από την υποστήριξη των ψηφοφόρων τους που τοποθετούνται στο άκρο της κλίμακας από το οποίο αποκλίνουν. *«Καθώς τα δύο κόμματα προσεγγίζουν ολοένα και περισσότερο, γίνονται πιο μετριοπαθή και λιγότερο ακραία στην πολιτική τους, προσπαθώντας να προσελκύσουν τους κρίσιμους ενδιάμεσους ψηφοφόρους. Τελικά, τα δύο κόμματα γίνονται σχεδόν ταυτόσημα από άποψη πολιτικού προγράμματος και πράξης»⁴⁶.*

Κατ' αναλογία οι υποψήφιοι αιρετοί αντιπρόσωποι για κάποιο δημόσιο αξίωμα, προκειμένου να εκλεγούν, προσπαθούν να επηρεάσουν όσο το δυνατόν μεγαλύτερο πλήθος ψηφοφόρων, το οποίο τοποθετείται σε διάφορα σημεία αυτού του συνεχούς φάσματος, προβάλλοντας θέσεις και απόψεις που έχουν την ευρύτερη δυνατή απήχηση. Αν υποθέσουμε ότι κάθε μεμονωμένος ψηφοφόρος επιλέγει να ψηφίσει τον υποψήφιο που βρίσκεται πλησιέστερα στις πολιτικές του πεποιθήσεις, το μοντέλο του **Hotelling** συστήνει στους υποψηφίους να τοποθετούνται ακριβώς στο μέσο του πολιτικού φάσματος⁴⁷. Οι υποψήφιοι λοιπόν, προκειμένου να εκλεγούν θα πρέπει να πείσουν το εκλογικό σώμα ότι εκφράζουν την επικρατούσα τάση, ότι είναι μετριοπαθείς και κεντρώοι⁴⁸.

Το Μοντέλο ερμηνεύει, επίσης, και την μετατόπιση των υποψηφίων βάσει του εκλογικού διακυβέυματος. Έτσι, στις προκριματικές εκλογές (π.χ. για την ανάδειξη υποψηφίου Προέδρου στις Η.Π.Α.), εντός του κομματικού τους σχηματισμού (Δημοκρατικοί / Ρεπουμπλικάνοι), λαμβάνουν θέσεις που βρίσκονται πλησιέστερα στις αξίες (φιλελεύθερες ή συντηρητικές) που πρεσβεύει ο κομματικός τους σχηματισμός. Αντίθετα, εφόσον λάβουν το χρίσμα του υποψηφίου για τις γενικές εκλογές, παρουσιάζουν μετριοπαθέστερες θέσεις «αμβλύνοντας τις γωνίες».

⁴⁶ **Downs Anthony**, *An Economic Theory of Democracy*, New York: Harper, 1957. Σε ελληνική μετάφραση κυκλοφορεί από τις εκδόσεις Παπαζήση: Anthony Downs, *Οικονομική Θεωρία της Δημοκρατίας*, εκδ. Παπαζήση, β' έκδοση, Αθήνα 1997. Η αναφορά είναι από τη σελ. 168 της συγκεκριμένης έκδοσης.

⁴⁷ Μια αυτονόητη επισήμανση είναι ότι αν η κατανομή των ψηφοφόρων δεν είναι ομοιόμορφη στο πολιτικό φάσμα, τότε η συγκέντρωση των ψηφοφόρων από το ένα άκρο του φάσματος έως το κέντρο του δεν θα αποτελεί το 50% αυτών. Αυτό, λοιπόν, που έχει σημασία για τον υποψήφιο είναι να βρίσκονται οι απόψεις του στο κέντρο της ιδεολογικής κατανομής των ψηφοφόρων επί του πολιτικού φάσματος.

⁴⁸ Οι Dixit A. και Nalebuff B. (1999) σελ. 241-242 παρουσιάζουν ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα με τον τίτλο: «Οι Πολιτικοί και ο Μηλίτης Οίνος», που αποτελεί ρήση του ίδιου του Harold Hotelling στο άρθρο του «Stability in Competition», το οποίο μνημονεύσαμε σε προγενέστερη υποσημείωση.

1.18. Το συνεργατικό παίγνιο

Οι περισσότερες εργασίες απαιτούν αλληλεπίδραση (interaction) μεταξύ διαφορετικών ατόμων. Η επιτυχία μιας μικρής επιχείρησης, με δύο συνεργάτες ή με πολλές ετερογενείς δραστηριότητες, προϋποθέτει συνεργασία και επιμερισμό αρμοδιοτήτων. Επειδή η προσπάθεια του ενός επηρεάζει την ευημερία του άλλου, τα άτομα δεν έχουν πάντα κίνητρο να εργαστούν με τον πλέον αποδοτικό τρόπο.

Έστω, για παράδειγμα, ότι το «κανονικό» κέρδος της μικρής αυτής επιχείρησης είναι το νομισματικό αποτέλεσμα της «κανονικής» εργασίας που παρέχει καθένας από τους δύο συνεργάτες. Αν ένα δεδομένο πλεόνασμα κέρδους, δηλ. ένα επίπεδο κέρδους πλέον του κανονικού, οφείλεται αποκλειστικά στον υπερβάλλοντα εργασιακό ζήλο που επιδεικνύει ο ένας από τους δύο συνεργάτες, και εφόσον αυτό επιμερίζεται ισομερώς και στους δύο, ο σκληρότερα εργαζόμενος θα συνειδητοποιήσει ότι δεν έχει κάποιο πρόσθετο κίνητρο για ακόμα περισσότερη προσπάθεια.

Με άλλα λόγια, το περιβάλλον της εργασίας μπορεί να δημιουργήσει στρεβλώσεις (distortions) ικανές να οδηγήσουν τους συνεργάτες σε ατομικιστικές συμπεριφορές (συμπεριφορές καθοδηγούμενες από το προσωπικό όφελος), οι οποίες ενδεχομένως να ακυρώσουν ακόμα και τους ίδιους τους λόγους ύπαρξης της συνεργατικής λειτουργίας.

Μια απλή μορφή ενός τέτοιου εργασιακού περιβάλλοντος, ικανό να δημιουργήσει αντίστοιχες στρεβλώσεις παρουσιάζεται στο παράδειγμα⁴⁹ που ακολουθεί.

Έστω μια συνεταιρική επιχείρηση μεταξύ δύο συνεργατών, της οποίας η συνάρτηση κέρδους, το οποίο μοιράζονται εξίσου οι συνέταιροι, εξαρτάται από την ατομική προσπάθεια που καταβάλει ο καθένας εξ' αυτών. Μια τέτοια συνάρτηση, έστω ότι έχει την εξής μορφή:

$$p = 4 \cdot (x + y + c \cdot x \cdot y)$$

όπου x , y η καταβαλλόμενη προσπάθεια από το συνεργάτη A και B, αντίστοιχα (με $x, y \in [0,4]$). Το c είναι μια θετική σταθερά η οποία λαμβάνει τιμές στο διάστημα $[0, 1/4]$ και μετράει το βαθμό συμπληρωματικότητας των εργασιών των δύο συνεργατών.

Ο κάθε εταίρος έχει ένα ποσοτικά μετρήσιμο προσωπικό κόστος από την καταβαλλόμενη προσπάθεια στο πλαίσιο των εταιρικών του δραστηριοτήτων, και έστω ότι το κόστος αυτό είναι x^2 για τον εταίρο A, και y^2 για τον εταίρο B. Το εν λόγω κόστος μετριέται σε νομισματικές μονάδες.

Το ανωτέρω περιγραφόμενο «εργασιακό περιβάλλον»⁵⁰, είναι έτσι δομημένο ώστε οι εταίροι να μην δύνανται να συμφωνήσουν, στο πλαίσιο της εταιρικής σύμβασης που έχουν συνυπογράψει, την ακριβή καταβαλλόμενη προσπάθεια του καθενός, μιας και κάτι τέτοιο, ακόμα κι αν είχε συμφωνηθεί, δεν θα μπορούσε να επιβληθεί στο παρεκκλίνοντα της συμφωνίας εταίρο, σε περίπτωση σχετικής καταγγελίας από τον άλλο.

Για το λόγο αυτό, θεωρούμε ότι οι συνεταίροι επιλέγουν **ταυτόχρονα** και **ανεξάρτητα** ο ένας από τον άλλον το επίπεδο της προσπάθειας που καθένας τους είναι πρόθυμος να καταβάλλει.

Με τα δεδομένα αυτά, το κέρδος του **εταίρου A** από τη λειτουργία της επιχείρησης είναι:

$$u_A(x, y) = \frac{p}{2} - x^2 \quad \text{ή ομοίως, } u_A(x, y) = \frac{4 \cdot (x + y + c \cdot x \cdot y)}{2} - x^2,$$

και το κέρδος του **εταίρου B** από τη λειτουργία της επιχείρησης είναι:

⁴⁹ Αναφέρεται στο Watson Joel, (2013), σελ. 83

⁵⁰ Δηλαδή οι κανόνες λειτουργίας της επιχείρησης και άρα οι κανόνες του παιγνίου μας.

$$u_B(x, y) = \frac{p}{2} - y^2 \text{ ή ομοίως, } u_B(x, y) = \frac{4 \cdot (x+y+c \cdot x \cdot y)}{2} - y^2$$

Συνεπώς ο εταίρος A, επιθυμεί να μεγιστοποιήσει τη συνάρτηση κέρδους u_A που τον αφορά, ενώ ο εταίρος B επιθυμεί να μεγιστοποιήσει τη συνάρτηση u_B .

Μια ενδιαφέρουσα παρατήρηση είναι ότι για δεδομένες καταβαλλόμενες προσπάθειες (x, y) , η διαφορά των προσωπικών συναρτήσεων κέρδους έγκειται στην απομείωση του μεριδίου του εταιρικού κέρδους, που αναλογεί στον καθένα, κατά το ποσό της προσωπικά καταβαλλόμενης προσπάθειας (όπως αυτή μεταφράζεται σε νομισματικές μονάδες) που τον αφορά.

Σύμφωνα με την ορολογία της θεωρίας παιγνίων και τα δεδομένα του παραδείγματος, ο στρατηγικός χώρος του εταίρου A είναι $S_A = [0, 4]$, και του εταίρου B είναι $S_B = [0, 4]$.

Έστω ότι ο **εταίρος A** δημιουργεί μια *πεποίθηση* ($\theta_B(y)$) ως προς το επίπεδο της καταβαλλόμενης προσπάθειας που θα επιλέξει ο συνεταίρος του. Δηλαδή, η *πεποίθηση* είναι μια πιθανοτική κατανομή των τιμών του $y \in S_B$ που εικάζει ο A ότι θα επιλέξει ο B. Ακολούθως, ο **εταίρος A** επιλέγει το δικό του επίπεδο καταβαλλόμενης προσπάθειας ($x \in S_A$), ως **βέλτιστη απόκριση** στην εικασία ($\theta_B(y)$) που ο ίδιος έκανε σε σχέση με την επιλογή του αντιπάλου. Η απόκριση είναι βέλτιστη αν μεγιστοποιείται το προσδοκώμενο προσωπικό κέρδος σε σχέση με την (εικαζόμενη από τον ίδιο) επιλογή του συνεργάτη του. Αν, λοιπόν, ο **εταίρος A** έχει μια συγκεκριμένη πεποίθηση $\theta_B(y) = \bar{y}$, όπου \bar{y} είναι ο σταθμισμένος μέσος⁵¹ της προσπάθειας που θα καταβάλει ο B σύμφωνα με την εκτίμηση του A, τότε το αναμενόμενο κέρδος του δίνεται από τη συνάρτηση:

$$u_A(x, \bar{y}) = \frac{4 \cdot (x + \bar{y} + c \cdot x \cdot \bar{y})}{2} - x^2 \text{ ή, ομοίως } u_A(x, \bar{y}) = 2 \cdot (x + \bar{y} + c \cdot x \cdot \bar{y}) - x^2$$

Η συνάρτηση $u_A(x, \bar{y})$ μεγιστοποιείται, δηλαδή αποτελεί **βέλτιστη απόκριση**, εκεί όπου μηδενίζεται η πρώτη μερική παράγωγος (ως προς το x) και εφόσον η δεύτερη μερική παράγωγος είναι μικρότερη του μηδενός. Ειδικότερα, βέλτιστη απόκριση για τον A είναι η προσπάθεια x με την οποία:

$$\frac{\partial u_A}{\partial x} = 0, \text{ και εφόσον } \frac{\partial^2 u_A}{\partial^2 x} < 0$$

$$\frac{\partial u_A}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial((2x+2\bar{y}+2cx\bar{y})-x^2)}{\partial x} = 0 \Rightarrow 2 + 2c\bar{y} - 2x = 0 \Rightarrow x = 1 + c \cdot \bar{y}$$

$$\text{Επειδή, } \frac{\partial^2 u_A}{\partial^2 x} = \frac{\partial(1+c\bar{y}-x)}{\partial x} = -1 < 0,$$

συνάγεται ότι η βέλτιστη στρατηγική του εταίρου A είναι η συνάρτηση: $x = 1 + c \cdot \bar{y}$.

Με άλλα λόγια, η **βέλτιστη απόκριση** (best response) του εταίρου A είναι μια συνάρτηση της, εικαζόμενης από τον ίδιο, προσπάθειας του B.

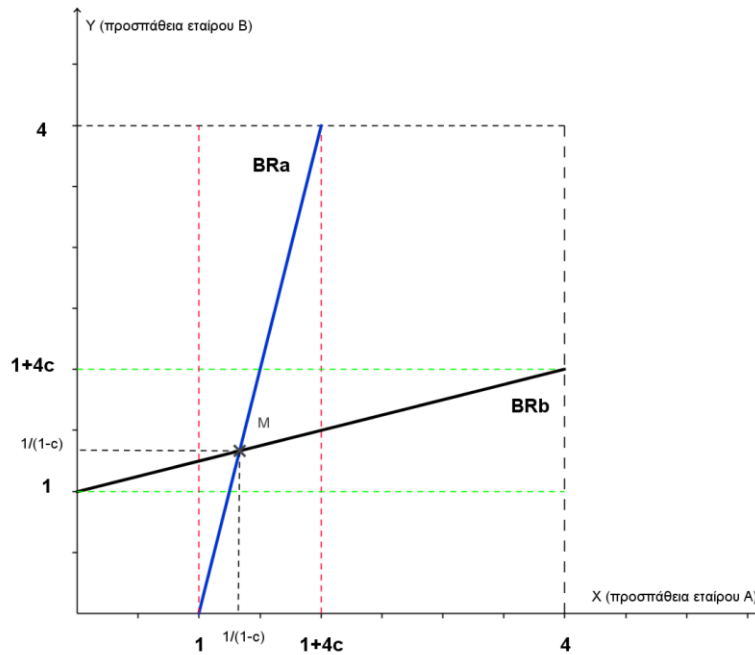
$$BR_A(\bar{y}) = \{1 + c\bar{y}\}$$

Με τον ίδιο τρόπο βρίσκεται ότι η βέλτιστη απόκριση του **εταίρου B** στην, εικαζόμενη από τον ίδιο, προσπάθεια ($\theta_A(x) = \bar{x}$) του A είναι:

$$BR_B(\bar{x}) = \{1 + c\bar{x}\}$$

Αποτυπώνοντας τις βέλτιστες στρατηγικές σε ένα διάγραμμα έχουμε:

⁵¹ Αν για παράδειγμα, ο A πιστεύει ότι ο B θα καταβάλει προσπάθεια $y=1/2$ με πιθανότητα $1/4$ και προσπάθεια $y=2$ με πιθανότητα $3/4$, τότε $\bar{y} = (1/2)(1/4) + 2(3/4) = 13/8$



Διάγραμμα 9 –Βέλτιστη απόκριση καταβαλόμενων προσπαθειών

Από το διάγραμμα, γνωρίζοντας ότι $x, y \in [0,4]$ και συνεπώς $\bar{x}, \bar{y} \in [0,4]$, και $c \in [0, \frac{1}{4}]$ διαπιστώνεται ότι η **βέλτιστη απόκριση του εταιρού Α** είναι μια καταβαλλόμενη προσπάθεια x που θα λαμβάνει τιμές στο διάστημα $[1, 1+4c]$ ή ομοίως, $[1, 2]$. Οποιαδήποτε τιμή του x , μικρότερη ή μεγαλύτερη αυτού του διαστήματος, θα αποτελεί κυριαρχούμενη στρατηγική για τον εταιρο Α. Η «ζώνη» των μη κυριαρχούμενων στρατηγικών (ομοίως, βέλτιστων αποκρίσεων) οριοθετείται στο ανωτέρω διάγραμμα από τις κόκκινες διακεκομμένες κάθετες ευθείες.

Αντίστοιχα και για τον **εταιρο Β**, η βέλτιστη στρατηγική του οριοθετείται εντός της «ζώνης» που σχηματίζουν οι πράσινες διακεκομμένες οριζόντιες ευθείες.

Η ανωτέρω διαδικασία αποτελεί τον πρώτο γύρο μιας διαδικασίας απαλοιφής κυριαρχούμενων στρατηγικών ή ομοίως **επαναλαμβανόμενης κυριαρχίας**. Έτσι, στον επόμενο γύρο, έχοντας διαγράψει οι εταιροι τις τιμές x και y που τους οδηγούν σε κυριαρχούμενες στρατηγικές, δηλ. έχοντας περιορίσει το πεδίο τιμών που μπορεί να λαμβάνει η καταβαλλόμενη από αυτούς προσπάθεια σε $x, y \in [1,2]$, περιορίζουν τη «ζώνη» που προσδιορίζει τις μη κυριαρχούμενες στρατηγικές (ή ομοίως, περιορίζουν τη «ζώνη» που ορίζει τις βέλτιστες αποκρίσεις).

Μετά από ένα πεπερασμένο πλήθος ικανών επαναλήψεων θα διαπιστώσουν ότι η βέλτιστη απόκριση του καθενός ορίζεται στο σημείο τομής των ευθειών που προσδιορίζουν τις συναρτήσεις των βέλτιστων στρατηγικών τους. Το σημείο (M), δηλαδή, όπου:

$$1 + c y = x \text{ και } 1 + c x = y \text{ ή, ομοίως } x^* = \frac{1}{1-c} \text{ και } y^* = \frac{1}{1-c}$$

Συνεπώς, το σύνολο των **εκλογικευμένων στρατηγικών** στο εν λόγω παίγνιο είναι το:

$$R = \left\{ \left(\frac{1}{1-c} \right), \left(\frac{1}{1-c} \right) \right\}$$

Το κέρδος της επιχείρησης, με δεδομένο ότι οι εταιροι επιλέγουν τις βέλτιστες στρατηγικές τους είναι:

$$p = 4 \cdot (x^* + y^* + c x^* y^*) = 4 \cdot \left(\frac{1}{1-c} + \frac{1}{1-c} + c \cdot \frac{1}{1-c} \cdot \frac{1}{1-c} \right) = \frac{8-4c}{(1-c)^2}$$

Ενώ το κέρδος του κάθε εταιρου είναι:

Για τον Α: $u_A(x^*, y^*) = 2 \cdot (x^* + y^* + cx^*y^*) - x^{*2} = \frac{3-2c}{(1-c)^2}$, και

για τον Β: $(x^*, y^*) = 2 \cdot (x^* + y^* + cx^*y^*) - y^{*2} = \frac{3-2c}{(1-c)^2}$

Συγκρίνοντας το κέρδος της επιχείρησης με το άθροισμα του κέρδους του κάθε συνεταιίρου διαπιστώνεται:

$$\frac{p}{u_A + u_B} = \frac{\frac{8-4c}{(1-c)^2}}{\frac{3-2c}{(1-c)^2} + \frac{3-2c}{(1-c)^2}} = \frac{8-4c}{6-4c} > 1 \Rightarrow p > u_A + u_B$$

Αυτό οφείλεται στο ότι από το **ατομικό κέρδος** του κάθε εταίρου αφαιρείται ένα μέρος του προσωπικού κόπου (μετρούμενο σε νομισματικές μονάδες) που καταβάλλει. Το συγκεκριμένο «θεσμικό πλαίσιο» (δηλ. το περιβάλλον λειτουργίας της επιχείρησης, όπως το χαρακτηρίσαμε στην αρχική περιγραφή του παραδείγματος), που καθορίζει τη συνάρτηση κέρδους της επιχείρησης p , η οποία δεν ενσωματώνει το προσωπικό κόστος του κάθε εταίρου, θα δείξουμε ότι αποτελεί έναν περιορισμό στα κίνητρα των συνεργατών για την επαύξηση της καταβαλλόμενης προσπάθειας, πέραν της «κανονικής» όπως αρχικώς τη χαρακτηρίσαμε.

Ας υποθέσουμε λοιπόν ότι η ίδια επιχείρηση, με τους ίδιους συνεταιίρους, οι οποίοι εργάζονται με τα ίδια μέσα και υπό τις ίδιες συνθήκες, αλλά σε ένα άλλο «θεσμικό πλαίσιο», όπου η συνάρτηση κέρδους της επιχείρησης δίνεται από τη σχέση:

$$p' = 4 \cdot (x + y + cxy) - x^2 - y^2$$

όπου x, y , όπως και προηγουμένως, με $x, y \in [0,4]$ και $c \in [0, 1/4]$.

Όπως είχαμε αναφέρει, στο προηγούμενο «θεσμικό περιβάλλον», ο κάθε εταίρος είχε ένα ποσοτικά μετρήσιμο προσωπικό κόστος από την καταβαλλόμενη προσπάθεια στο πλαίσιο των εταιρικών του δραστηριοτήτων, x^2 για τον εταίρο Α και y^2 για τον εταίρο Β (μετρήσιμο σε νομισματικές μονάδες), το οποίο δεν αφαιρείτο από το κέρδος της επιχείρησης αλλά από το κέρδος του κάθε συνεργάτη. **Αντίθετα, σε αυτό το νέο «θεσμικό περιβάλλον», το προσωπικό κόστος του κάθε συνεργάτη αφαιρείται από το κέρδος της επιχείρησης.**

Η μεγιστοποίηση⁵² του κέρδους της επιχείρησης επιτυγχάνεται όταν:

$$\frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{4(x+y+cxy)-x^2-y^2}{\partial x} = 0 \Rightarrow 4 + 4cy - 2x = 0 \Rightarrow x = 2 + 2cy \text{ και}$$

$$\frac{\partial p'}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{4(x+y+cxy)-x^2-y^2}{\partial y} = 0 \Rightarrow 4 + 4cx - 2y = 0 \Rightarrow y = 2 + 2cx$$

Επιλύοντας τις δύο εξισώσεις με τους δύο αγνώστους έχουμε:

$$\hat{x} = \frac{2}{1-2c}, \text{ και } \hat{y} = \frac{2}{1-2c}$$

Συνεπώς, σε αυτό τον νέο θεσμικό περιβάλλον η καταβαλλόμενη προσπάθεια από τον εταίρο Α είναι \hat{x} και από τον εταίρο Β είναι \hat{y} .

Παρατηρείται ότι:

$$x^* < \hat{x} \text{ (καθώς } \frac{1}{1-c} < \frac{2}{1-2c}) \text{ και } y^* < \hat{y}$$

Συμπερασματικά, στο αρχικό θεσμικό περιβάλλον οι εταίροι αν και επέλεξαν τις εκλογικευμένες (βέλτιστες) στρατηγικές απόκρισης, κατέβαλαν μικρότερη προσπάθεια από εκείνη που θα μπορούσαν και ταυτόχρονα θα επιθυμούσαν να καταβάλλουν σε ένα

⁵² Είναι προφανές ότι οι δεύτερες μερικοί παράγωγοι είναι μικρότερες του μηδενός.

άλλο θεσμικό περιβάλλον, όπου ο προσωπικός μόχθος του καθενός αφαιρείται από το συνολικό κέρδος της επιχείρησης και όχι από το προσωπικό κέρδος του καθενός.

Έτσι, μπορεί να υποστηρίξει κάποιος ότι, οι «κανόνες του παιχνιδιού» (το «περιβάλλον της αγοράς») μπορεί να οδηγήσουν τους εταίρους σε υποκειμενικά βέλτιστες, αλλά αντικειμενικά υποβέλτιστες στρατηγικές επιλογές.

Μια αντίστοιχη ερμηνεία αυτού του παραδείγματος, ίσως, όμως, από διαφορετική σκοπιά, είναι ότι επειδή ο κάθε εταίρος ενδιαφέρεται για το προσωπικό του κέρδος και επειδή αυτό αυξάνεται με την αύξηση της καταβαλλόμενης προσπάθειας αλλά με μειούμενο ρυθμό (κατά το ποσό του πρόσθετου κόστους που προκαλεί η επιπλέον προσπάθεια), καταλήγουν και οι δύο να καταβάλουν μικρότερη προσπάθεια από εκείνη που θα μπορούσαν να καταβάλουν, και τελικά λαμβάνουν ένα κέρδος μικρότερο από εκείνο που θα μπορούσαν να επιτύχουν.

Γενικά, όπως θα δειχθεί και στη συνέχεια, στα **συνεργατικά παίγνια** (partnership games) λόγω του ιδιαίτερου χαρακτηριστικού της **συμπληρωματικότητας**⁵³ (complimentary) που εγγενώς ενσωματώνουν (στο παράδειγμά μας ο συντελεστής c), η αύξηση της συνεισφοράς (π.χ. καταβαλλόμενη προσπάθεια) από τον ένα μόνο παίκτη (συνεργάτη) δρα ευεργετικά για τον ίδιο (αυξάνει την απόδοση / ωφέλειά του) έως ένα βαθμό. Πέραν αυτού του συγκεκριμένου ορίου, η όποια πρόσθετη ευεργετική επίδραση μπορεί να προέλθει μόνο από τη συνεισφορά των άλλων συνεργατών (παικτών).

1.19. Το παίγνιο της Κοινωνικής Διαμαρτυρίας

Μια κοινωνική διαμαρτυρία, με τη μορφή της διαδήλωσης, για να μπορεί να χαρακτηριστεί ως επιτυχημένη, να ενεργοποιήσει δηλαδή τα πολιτικά αντανάκλαστικά της Κυβέρνησης, θα πρέπει να είναι μαζική⁵⁴. Να συμμετέχει δηλαδή ικανό πλήθος διαδηλωτών.

Έστω, για τις ανάγκες του παραδείγματός μας, ότι μια δυτικοευρωπαϊκή κυβέρνηση λαμβάνει ένα οικονομικό μέτρο που επηρεάζει αδιακρίτως κάθε οικονομικά ενεργό πολίτη της. Ένα τέτοιο μέτρο μπορεί να είναι η αύξηση ενός έμμεσου φόρου (π.χ. αύξηση του Φ.Π.Α. κατά δύο ποσοστιαίες μονάδες), ή η οριζόντια επιβολή ενός πρόσθετου τέλους σε μια καθολικά αναγκαία κοινωνική υπηρεσία (π.χ. τηλεπικοινωνίες).

Όλοι οι πολίτες θίγονται άμεσα απ' το εν λόγω μέτρο και την ημέρα ψήφισής του από το νομοθετικό όργανο, έχει προγραμματιστεί συγκέντρωση διαμαρτυρίας. Κάθε πολίτης έχει τη δυνατότητα να επιλέξει αν θα διαδηλώσει (**Δ**) εναντίον του μέτρου ή θα μείνει στο σπίτι του (**Μ**). Συνεπώς, ο στρατηγικός χώρος του κάθε πολίτη είναι $S_i = [\Delta, M]$

⁵³ Η στρατηγική της συμπληρωματικότητας αναπτύχθηκε από τους J. Bulow, J. Geanakoplos, και P. Klemperer, Multimarket Oligopoly: Strategic Substitutes and Complements, *The Journal of Political Economy* 93 (1985): 488–511. Η γενίκευση και η ανάλυση της έννοιας έγινε από τους P. Milgrom and J. Roberts, Rationalizability, Learning, and Equilibrium in Games with Strategic Complementarities, *Econometrica* 58 (1990): 1255–1277.

⁵⁴ Για τον μετριασμό των εντυπώσεων αναφέρεται, ότι η μαζική συμμετοχή σε μια διαδήλωση δεν είναι ούτε ικανή αλλά ούτε και αναγκαία συνθήκη για την ενεργοποίηση των πολιτικών αντανάκλαστικών των Κυβερνήσεων. Θεωρείται όμως, και σαφώς είναι, ένα Συνταγματικά θεμελιωμένο δικαίωμα, που κατακτήθηκε με αγώνες και αίμα, και ως τέτοιο ασκείται από τους ενσυνείδητους πολίτες, παρότι οι περισσότεροι εξ' αυτών γνωρίζουν ότι η συμμετοχή τους αποσκοπεί μόνο στην ικανοποίηση της ηθικής τους υποχρέωσης έναντι των δημοκρατικών τους αξιών.

Για τις ανάγκες του παιγνίου ο αριθμός των πολιτών θεωρείται άπειρος και κάθε πολίτης θεωρείται ότι εκπροσωπείται από ένα σημείο στο διάστημα $[0,1]$. Τα άτομα-πολίτες κατανέμονται ομοιόμορφα στο προαναφερόμενο διάστημα.

Κάθε πολίτης έχει έναν προσδιορισμό βαθμό προσήλωσης στο αίτιο της εν λόγω διαμαρτυρίας, και αυτόν το βαθμό προσήλωσης τον συμβολίζουμε i (με $i \in [0,1]$). Έτσι, οι πολίτες με i που τείνει στο μηδέν (0) είναι εκείνοι που δεν είναι προσηλωμένοι στην αιτία της διαδήλωσης, ενώ πολίτες με i που τείνει στο ένα (1) είναι εκείνοι που θεωρούν αυτονόητη υποχρέωσή τους την εν λόγω διαδήλωση για το συγκεκριμένο αίτιο (ας τους ονομάσουμε «αγανακτισμένους»).

Υποθέτουμε ότι κάθε πολίτης, είτε αποφασίσει να διαδηλώσει (Δ), είτε αποφασίσει να μείνει σπίτι του (M), θα έχει κάποιο όφελος από την εκδηλωθείσα αντίθεση εναντίον του μέτρου που θέλει να λάβει η κυβέρνηση του. Έστω, ότι το όφελος αυτό δίνεται από τη σχέση: $4x - 2$, όπου x είναι η αναλογία των διαδηλωτών προς το πλήθος των οικονομικά ενεργών πολιτών.

Η ανωτέρω συνάρτηση υποδηλώνει ότι όσο αυξάνει το πλήθος των διαδηλωτών τόσο βελτιώνεται το όφελος του πολίτη i (είτε διαδηλώσει είτε μείνει σπίτι του), καθώς θεωρούμε ότι όσο το πλήθος των διαμαρτυρόμενων μεγαλώνει τόσο αυξάνεται η πίεση προς την Κυβέρνηση για να αποσύρει το προς ψήφιση μέτρο ή τουλάχιστον να περιορίσει το μέγεθος της αύξησης του φόρου. Ο αρνητικός σταθερός όρος αντιπροσωπεύει την όχληση (άμεση ή έμμεση⁵⁵) που προκαλεί κάθε τέτοιου είδους συγκέντρωση.

Εκείνοι που συμμετέχουν στη διαδήλωση θεωρούμε ότι λαμβάνουν ένα πρόσθετο όφελος, $4x - 2 + \alpha \cdot i$, με α μια μη αρνητική παράμετρος, και $\alpha \cdot i$ ο όρος που υποδηλώνει την πρόσθετη ικανοποίηση που λαμβάνουν με τη συμμετοχή τους εκείνοι που είναι προσηλωμένοι στην συγκεκριμένη αιτία διαμαρτυρίας (δηλ. έχουν i κοντά στο 1).

Συνεπώς, η συνάρτηση χρησιμότητας εκείνων που θα μείνουν σπίτι δίνεται από τη σχέση:

$$u_i(M, x) = 4x - 2,$$

ενώ η συνάρτηση χρησιμότητας εκείνων που θα συμμετέχουν στη διαδήλωση είναι:

$$u_i(\Delta, x) = 8x - 4 + \alpha \cdot i$$

Ο κάθε πολίτης που καλείται να αποφασίσει αν θα συμμετέχει ή όχι στη διαδήλωση εξετάζει τη σχέση των αποδόσεων που λαμβάνει βάσει της στρατηγικής που θα επιλέξει.

Έτσι, ένας πολίτης έχει κίνητρο να συμμετέχει αν:

$$u_i(\Delta, x) \geq u_i(M, x) \\ \text{ή } 8x - 4 + \alpha \cdot i \geq 4x - 2 \Rightarrow i \geq \frac{2-4x}{\alpha}$$

Από την ανωτέρω σχέση παρατηρείται αφενός ότι οι πολίτες με υψηλότερες τιμές i (δηλ. με μεγαλύτερη προσήλωση στη στρατηγική της διαμαρτυρίας) είναι ευκολότερο να επιλέξουν τη στρατηγική Δ και αφετέρου ότι όσο αυξάνει η αναλογία των συμμετεχόντων στη διαδήλωση (δηλ. όσο μειώνεται ο αριθμητής) τόσο ελκυστικότερη γίνεται η στρατηγική της διαμαρτυρίας για τους άλλους πολίτες. Συνεπώς, όσο αυξάνει η αναλογία των άλλων πολιτών που επιλέγουν διαμαρτυρία (Δ), τόσο ενισχύεται το κίνητρο του πολίτη i να συστρατευτεί μαζί τους⁵⁶.

⁵⁵ Ακόμα κι εκείνος που αποφάσισε να καθίσει σπίτι του ενδεχομένως να ταλαιπωρήθηκε μέχρι να φτάσει σ' αυτό λόγω των μέτρων που λαμβάνονται για την οργάνωση της διαδήλωσης κ.ο.κ.

⁵⁶ Με λίγο διεισδυτικότερη ματιά: το όριο, η τιμή του x είναι μικρότερη για εκείνους που ρέπουν προς τη διαμαρτυρία.

Σε κάθε περίπτωση το σύνολο των εκλογικευμένων στρατηγικών για όλους τους πολίτες έχει μια κρίσιμη εξάρτηση από το κατά πόσο οι πλέον επιρρεπείς (ρέποντες) παίκτες στη στρατηγική της διαμαρτυρίας (δηλ. οι παίκτες με i κοντά στο 1), επιλέγουν αυστηρά τη στρατηγική Δ , ακόμα κι αν πιστεύουν ότι κανείς άλλος δεν θα επιλέξει να διαμαρτυρηθεί (δηλ. αν $x=0$).

Έτσι, εξετάζεται υπό ποιες προϋποθέσεις ισχύει η σχέση:

$$u_i(\Delta, 0) > u_i(M, 0), \text{ για } i = 1.$$

Δηλ. για ποια τιμή του α , όταν $x = 0$ και $i = 1$, ισχύει η $8x - 4 + \alpha \cdot i > 4x - 2 \Rightarrow \Rightarrow -4 + \alpha > -2 \Rightarrow \alpha > 2$

Συνεπώς, οι ρέποντες στη διαμαρτυρία θα επιλέξουν να διαμαρτυρηθούν, ακόμα κι αν γνωρίζουν ότι θα είναι μόνοι τους στη διαδήλωση, αν $\alpha > 2$ (όπου α , ο πολλαπλασιαστής ικανοποίησης⁵⁷ που οι ίδιοι λαμβάνουν με τη συμμετοχή τους).

Εξετάζονται δύο ειδικές περιπτώσεις:

(i). Έστω ότι $\alpha = 1$, $i = 1$ και $x \neq 0$ (δηλ. ο πολλαπλασιαστής ικανοποίησης είναι μικρότερος του αναγκαίου για τον ρέποντα στη διαμαρτυρία, αλλά γνωρίζει ότι στη διαδήλωση δεν θα είναι μόνος του).

Στην περίπτωση αυτή η στρατηγική της διαμαρτυρίας υιοθετείται από τον ρέποντα, αν:

$$u_i(\Delta, x) \geq u_i(M, x) \Rightarrow 8x - 4 + 1 \cdot 1 \geq 4x - 2 \Rightarrow 4x \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{4}$$

Συνεπώς, ακόμα και για εκείνον τον πολίτη που κρίνει απαραίτητη και σκόπιμη τη διαμαρτυρία για το συγκεκριμένο θέμα ($i = 1$), με τον δεδομένο πολλαπλασιαστή ικανοποίησης ($\alpha = 1$), η στρατηγική της διαμαρτυρίας είναι βέλτιστη μόνο αν έχει την πεποίθηση ότι η αναλογία των συμμετεχόντων στον πληθυσμό υπερβαίνει το $\frac{1}{4}$.

Αντίθετα αν έχει την πεποίθηση ότι η συμμετοχή θα είναι μικρή ($x < \frac{1}{4}$), τότε η βέλτιστη στρατηγική του είναι η στρατηγική της μη συμμετοχής (M).

Άρα, στην ειδική αυτή περίπτωση ($\alpha = 1$, $i = 1$ και $x \neq 0$) τόσο η επιλογή της στρατηγικής Δ όσο και η επιλογή της στρατηγικής M είναι ορθολογικές. Το ποια από τις δύο είναι κάθε φορά η βέλτιστη εξαρτάται από την πεποίθηση του αποφασίζοντος αναφορικά με το τι θα πράξουν οι άλλοι πολίτες.

Στην ορολογία της θεωρίας παιγνίων, όλα τα στρατηγικά προφίλ είναι εκλογικευμένα, και έτσι στην ειδική αυτή περίπτωση δεν μπορεί να υπάρξει μια σταθερή πρόβλεψη.

Σε αυτή, ή σε ανάλογες περιπτώσεις (όπου δηλ. $\alpha \leq 2$), η **στρατηγική αβεβαιότητα** μπορεί να οδηγήσει τους πολίτες να μείνουν στο σπίτι τους, παρότι θα είχαν όλοι καλύτερες απολαβές αν όλοι επέλεγαν τη διαμαρτυρία. Ένα τέτοιο αποτέλεσμα, το οποίο είναι απογοητευτικό για τους παίκτες, παρατηρείται πολύ συχνά σε βιωματικές καταστάσεις, στην πραγματική ζωή.

Η επιτυχής διαμαρτυρία συχνά οφείλεται σε μια συγκυρία γεγονότων που βοηθούν τους παίκτες να συντονιστούν (coordination) στη στρατηγική Δ . Παράδειγμα γεγονότων

⁵⁷ Ο Καντ, ενδεχομένως, θα δυσφορούσε στο άκουσμα του όρου «πολλαπλασιαστής ικανοποίησης» και μάλλον θα αντέτασσε μια περιγραφικότερη αναφορά, όπως π.χ. **πρόσθετη ικανοποίηση από την αυτοεκπλήρωση μιας ηθικής προσαγωγής...**

συντονισμού είναι η δημόσια πρόσκληση των ηγετών της αντιπολίτευσης, προκλητικές δηλώσεις των στελεχών της Κυβέρνησης ή η εμμονή της Κυβέρνησης σε αντιδημοφιλείς πολιτικές ή κάποια σημαντικά κοινωνικά, γεωπολιτικά ή θρησκευτικά γεγονότα.

(ii). Έστω, τώρα, ότι $\alpha = 3$, $i \in [0, 1]$ και $x \rightarrow 0$ (δηλ. ο πολλαπλασιαστής ικανοποίησης είναι μεγαλύτερος του αναγκαίου για τους έχοντες κλίση προς τη διαμαρτυρία, αλλά ταυτόχρονα επικρατεί η πεποίθηση ότι στη διαδήλωση δεν θα συγκεντρωθεί αρκετός κόσμος).

Στην περίπτωση αυτή η στρατηγική της διαμαρτυρίας υιοθετείται από τον ρέποντα, αν:

$$u_i(\Delta, x) \geq u_i(M, x) \Rightarrow 8(\lim_{x \rightarrow 0} \chi) - 4 + 3i \geq 4(\lim_{x \rightarrow 0} \chi) - 2 \Rightarrow \\ \Rightarrow -4 + 3i \geq -2 \Rightarrow i \geq \frac{2}{3}$$

Συνεπώς, οι πολίτες που έχουν $i \geq \frac{2}{3}$ έχουν κυρίαρχη στρατηγική τη στρατηγική της διαμαρτυρίας, ακόμα και αν είναι πεπεισμένοι ότι η διαδήλωση θα έχει πολύ μικρή συμμετοχή, ενώ οι πολίτες με $i < \frac{2}{3}$ μπορούν ορθολογικά να επιλέξουν είτε Δ είτε Μ, ανάλογα με την τιμή του χ (για μικρές τιμές του χ βέλτιστη είναι η Μ, ενώ για μεγαλύτερες είναι η Δ).

Συνοπτικά, με δεδομένη την υπόθεση της ομοιόμορφης κατανομής των πολιτών στο διάστημα $[0,1]$, που προσδιορίζει την ροπή τους προς τη διαμαρτυρία, η ανωτέρω ανάλυση της περίπτωσης έδειξε ότι στην πρώτη επανάληψη της διαδικασίας της διαδοχικής απαλοιφής των κυριαρχούμενων στρατηγικών, η στρατηγική Μ είναι κυριαρχούμενη για κάθε παίκτη με $i \geq \frac{2}{3}$. Έτσι, τουλάχιστον το $\frac{1}{3}$ των παικτών θα επιλέξει τη στρατηγική Δ. Άρα, βάσει της υπόθεσης της «κοινής γνώσης», όλοι οι άλλοι παίκτες γνωρίζουν πλέον ότι $\chi \geq \frac{1}{3}$. Δηλ. όλοι οι πολίτες έχουν την πεποίθηση ότι στη συγκέντρωση διαμαρτυρίας θα συμμετέχει τουλάχιστον το $\frac{1}{3}$ των πολιτών.

Έτσι, στο δεύτερο γύρο της διαδικασίας διαδοχικής απαλοιφής κυριαρχούμενων στρατηγικών⁵⁸, με $\alpha = 3$ και $\chi = \frac{1}{3}$, θα έχουμε:

$$u_i\left(\Delta, \frac{1}{3}\right) \geq u_i\left(M, \frac{1}{3}\right) \Rightarrow 8 \cdot \frac{1}{3} - 4 + 3i \geq 4 \cdot \frac{1}{3} - 2 \Rightarrow i \geq \frac{2}{9}$$

Άρα, στο δεύτερο γύρο περίσκεψης του ορθολογικού πολίτη, η Διαμαρτυρία είναι κυρίαρχη στρατηγική επιλογή για κάθε πολίτη με $i \geq \frac{2}{9}$. Αυτό, όμως, βάσει της υπόθεσης της ομοιόμορφης κατανομής, σημαίνει ότι στο τέλος του δεύτερου γύρου όλοι οι πολίτες γνωρίζουν ότι τελικά στη διαδήλωση θα συμμετέχουν όσοι έχουν $i \geq \frac{2}{9}$ **δηλ, τουλάχιστον $\chi = \frac{7}{9}$, ή τα επτά - ένατα των πολιτών.**

Η λογική περίσκεψη, ή ομοίως η διαδικασία της «επαναλαμβανόμενης κυριαρχίας», ολοκληρώνεται στον τρίτο γύρο όπου και οι υπόλοιποι παίκτες, (δηλ. οι με $i < \frac{2}{9}$) συγκρίνοντας τις αναμενόμενες απολαβές τους μεταξύ των δύο εναλλακτικών στρατηγικών,

⁵⁸ Εκλαϊκευμένα και πέρα από τους τεχνικούς όρους της θεωρίας παιγνίων, στο επόμενο βήμα μιας ορθολογικής νοητικής διαδικασίας για τον αναποφάσιστο υποψήφιο διαδηλωτή.

με δεδομένο ότι στη διαδήλωση θα μετάσχουν τουλάχιστον τα $\frac{7}{9}$ των πολιτών, διαπιστώνουν ότι $u_i\left(\Delta, \frac{7}{9}\right) \geq u_i\left(M, \frac{7}{9}\right)$ για κάθε $i \geq 0$.

Επειδή το x λαμβάνει πλέον μεγάλες τιμές, δηλ. τείνει στη μονάδα, η ανίσωση $i \geq \frac{2-4x}{a}$ ισχύει πλέον για κάθε πολίτη, καθώς το δεύτερο σκέλος της ανίσωσης θα είναι μικρότερο του μηδενός και συνεπώς το i που ορίζεται στο διάστημα $[0,1]$ θα περιλαμβάνει κάθε πολίτη της δυτικοευρωπαϊκής πρωτεύουσας του παραδείγματός μας (ανεξαρτήτως βαθμού προσήλωσης στο αίτιο της διαμαρτυρίας).

Ενότητα 2 – Μεθοδολογία Εύρεσης των Προφίλ Ισορροπίας

2.1. Η έννοια της Ισορροπίας Nash (Nash Equilibrium)

Η έννοια των **εκλογικευμένων στρατηγικών** εμπεριέχει κάποιες υποθέσεις σχετικά με το τι γνωρίζουν οι παίκτες, ο καθένας για τους άλλους, και πως αντιδρούν στις δικές τους πεποιθήσεις αναφορικά με την αναμενόμενη συμπεριφορά των άλλων.

Για την εύρεση της στρατηγικής ισορροπίας σ' ένα παίγνιο ακολουθείται ο εξής νοητικός συλλογισμός:

1. Οι ορθολογικοί παίκτες δημιουργούν εκλογικευμένες πεποιθήσεις αναφορικά με τη στρατηγική συμπεριφορά των άλλων ορθολογικών παικτών,
2. Ο καθένας επιλέγει εκείνη τη στρατηγική που αποτελεί τη βέλτιστη απόκριση στις (εικαζόμενες) στρατηγικές επιλογές των άλλων παικτών, και
3. Όλοι οι συμμετέχοντες γνωρίζουν ότι όλα τα γεγονότα αποτελούν **κοινή γνώση** για όλους.

Ο αναφερόμενος συλλογισμός δεν θέτει ως προϋπόθεση η **πεποίθηση**, του κάθε παίκτη για τη συμπεριφορά των άλλων, να είναι και σωστή ως προς τη στρατηγική που τελικά οι άλλοι θα επιλέξουν πραγματικά.

Στο παίγνιο «The Battle of Sexes», για παράδειγμα, οι παίκτες μπορεί να λάβουν τη μικρότερη δυνατή απόδοση αν η προσδοκία (πεποίθηση) του ενός δεν είναι ευθυγραμμισμένη (συγχρονισμένη) με τη συμπεριφορά του άλλου.

Όταν επικρατούν συνθήκες **απόλυτης αβεβαιότητας**, που καθιστούν δυσχερή τη δόμηση εξακριβωμένων πεποιθήσεων, αναπτύσσονται μηχανισμοί (θεσμικοί, άτυποι ή βιωματικοί) που αποσκοπούν στην άμβλυνση αυτής της στρατηγικής αβεβαιότητας.

Ένας τέτοιος απλός βιωματικός μηχανισμός, όπως έχουμε προαναφέρει, είναι η **επικοινωνία**. Έτσι, στο παράδειγμά μας, αν οι παίκτες μπορούν να επικοινωνήσουν πριν παίξουν στο παίγνιο, ενδεχομένως να συζητήσουν για το ποιες στρατηγικές θα επιλέξει ο καθένας, και ενδεχομένως συμφωνήσουν και στο πως τελικά θα εξελιχθεί το παίγνιο.

Έτσι, η επικοινωνία μεταξύ των παικτών μπορεί να μειώσει τη στρατηγική αβεβαιότητα με το να φέρει τις πεποιθήσεις σε αρμονία με τις πραγματικές συμπεριφορές.

Στα **συνεργατικά παίγνια** (coordination games) κάθε παίκτης μπορεί να επωφεληθεί από μια τέτοια συμφωνία για την εξέλιξη του παιγνίου. Βέβαια, όπως θα αναλυθεί στην πορεία, υπάρχουν καταστάσεις λήψης στρατηγικών αποφάσεων στις οποίες είτε η επικοινωνία είναι αδύνατη, είτε δεν επιτρέπεται (όπως, π.χ. στο Δίλημμα του Φυλακισμένου) είτε, λόγω της φύσης του παιγνίου, είναι αναποτελεσματική (π.χ. οι παίκτες έχουν κίνητρο να μην τηρηθούν τα συμφωνηθέντα).

Τα **ιστορικά γεγονότα**, επίσης, μπορούν να εναρμονίσουν τις πεποιθήσεις του ενός με τις συμπεριφορές των άλλων. Έτσι, η συμμετοχή των ίδιων παικτών σε παρόμοιες ή ακριβώς ίδιες στρατηγικές καταστάσεις (περίπτωση επαναλαμβανόμενων παιγνίων), ή η χαρακτηριστική έκβαση συγκεκριμένων στρατηγικών καταστάσεων ανεξαρτήτως συμμετεχόντων, χρονικής περιόδου ή ειδικότερων κοινωνικοοικονομικών συνθηκών, μπορούν να αποτελούν ικανές ενδείξεις για τη δόμηση επαληθεύσιμων πεποιθήσεων.

Όπως έχει αναφερθεί, οι άτυποι κανόνες, οι κώδικες συμπεριφοράς, το έθιμο, η κουλτούρα τα στερεότυπα κ.λ.π. μπορούν να επιτελέσουν το ρόλο των *παραγόντων* που συμβάλουν στη μείωση της στρατηγικής αβεβαιότητας.

Η σύμβαση, το συμβόλαιο, η συμβολαιογραφική πράξη και άλλοι περισσότερο δεσμευτικοί τύποι σύμπτωσης της βούλησης των συμμετεχόντων σε μια στρατηγική κατάσταση, μειώνουν την αβεβαιότητα και συνεπώς φέρνουν εγγύτερα τις πεποιθήσεις με τις πραγματικές συμπεριφορές των δρώντων.

Αποτελεσματικότερα μέσα άμβλυνσης της αβεβαιότητας κρίνονται τα θεσμικά μέσα άσκησης δημόσιας εξουσίας. Έτσι, ο θεσμός της Δικαιοσύνης, τα όργανα τήρησης της τάξης, οι ελεγκτικοί μηχανισμοί κ.α. που απειλούν με κυρώσεις σε περίπτωση αθέτησης των συμφωνηθέντων μεταξύ των μερών ή σε περίπτωση παραβατικής συμπεριφοράς ικανής να βλάψει ένα οριοθετημένο ιδιωτικό συμφέρον ή γενικότερα το δημόσιο συμφέρον, αποτελούν θεσμικά μέσα μείωσης της στρατηγικής αβεβαιότητας.

Άλλοι άτυποι μηχανισμοί, όπως π.χ. η μαφία, η βεντέτα, ο κανόνας της σιωπής κ.α. επιτελούν σε ένα βαθμό έναν αντίστοιχο ρόλο, αλλά ως παρείσακτοι μηχανισμοί, εκτός των ορίων της νομιμότητας και της ηθικής, καθίστανται πολλές φορές οι ίδιοι πολλαπλασιαστές της αβεβαιότητας. Παρόλα αυτά, δυστυχώς, κάποιες φορές οι συγκεκριμένοι μη-θεσμικοί μηχανισμοί είναι αποτελεσματικοί στην τήρηση των συμφωνηθέντων, λόγω της «άμεσης ενεργοποίησής τους» και λόγω των ακραίων κυρώσεων που κατά «βούληση» επιβάλλουν.

Σε κάθε περίπτωση η βασική ιδέα είναι ότι μέσω κάποιων τυπικών ή άτυπων, θεσμικών ή μη, σύννομων ή παράνομων κοινωνικών δυνάμεων, η συμπεριφορά των παικτών σε μια στρατηγική κατάσταση λήψης αποφάσεων μπορεί να συντονιστεί (coordination) ή να εναρμονιστεί (congruity).

Η **εναρμόνιση** εδώ αναφέρεται σε μια συνεπή και τακτική (κανονική) συμπεριφορά των συμμετεχόντων σ' ένα παίγνιο το οποίο επαναλαμβάνεται ή παίζεται από τους ίδιους συμμετέχοντες που αλληλεπιδρούν επαναλαμβανόμενα. Η εναρμόνιση μπορεί επίσης να αναφέρεται σε συμπεριφορά σ' ένα άπαξ παίγνιο (όπως αυτά που αναλύσαμε μέχρι τώρα) στο οποίο η επικοινωνία ή η ιστορία, έχουν ευθυγραμμίσει τις πεποιθήσεις του κάθε παίκτη με τις στρατηγικές των άλλων.

Η μείωση της στρατηγικής αβεβαιότητας σε μια κατάσταση λήψης στρατηγικών (αλληλεξαρτώμενων) αποφάσεων, διευκολύνει τον προσδιορισμό της αμοιβαία βέλτιστης λύσης για τους συμμετέχοντες σ' αυτή.

Η ιδέα της **αμοιβαία βέλτιστης απόκρισης**, είναι μια από τις πολλές συνεισφορές του **John Nash** στο πεδίο της θεωρίας παιγνίων. Είναι μια απλή στη διατύπωσή της, εξαιρετικά ευφυής στη σύλληψη της και ταυτόχρονα πολύ ισχυρή στην εφαρμογή της, **θεωρία της συμπεριφοράς**.

Ο Nash χρησιμοποίησε τον όρο **ισορροπία** (Equilibrium)⁵⁹ για αυτού του είδους τη συμπεριφορά.

Η μαθηματική αποτύπωση του ορισμού έχει ως εξής:

Ένα **στρατηγικό προφίλ** $s \in S$ (με S , το συνολικό των εφικτών στρατηγικών προφίλ του παιγνίου) είναι **ισορροπία Nash**, αν και μόνο αν $s_i \in BR_i(s_{-i})$ για κάθε παίκτη i , και

$$u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s_i', s_{-i}) \text{ για κάθε } s_i' \in S_i \text{ και για κάθε παίκτη.}$$

⁵⁹ Τον όρο της ισορροπίας ο Nash τον πρωτοανέφερε στο «Non-Cooperative Games», Annals of Mathematics 51 (1951) σελ. 286-295. Στο βιβλίο των Κοτταρίδη Κ. και Σιουρούνης Γρ. (2002) σελ. 209-223 βρίσκεται μεταφρασμένο στην ελληνική γλώσσα.

Λεκτικά, **ένα στρατηγικό προφίλ είναι ισορροπία Nash** αν και μόνο αν η στρατηγική του κάθε παίκτη που συνθέτει αυτό το προφίλ ανήκει στο σύνολο των στρατηγικών βέλτιστης απόκρισης του κάθε παίκτη και η απόδοση που του προσδίδει, συναρτήσει των στρατηγικών των άλλων παικτών, είναι μεγαλύτερη ή ίση από οποιαδήποτε άλλη διαθέσιμη εναλλακτική του στρατηγική.

Αλλιώς, εκείνο το στρατηγικό προφίλ στο οποίο όταν οδηγηθεί το παίγνιο, οι παίκτες δεν έχουν κίνητρο να μετακινηθούν μονομερώς, δηλ. να αλλάξουν τη στρατηγική τους με δεδομένο ότι οι άλλοι παίκτες διατηρούν τις δικές τους.

Οι αμοιβαία βέλτιστες αποκρίσεις εξασφαλίζουν ότι κανένας παίκτης δεν έχει συμφέρον να αποκλίνει από τη στρατηγική του, δεδομένου εκείνου που έχει προβλεφθεί ότι θα κάνουν οι άλλοι⁶⁰.

Παράδειγμα: Οι παίκτες, έστω i , με $i = 1, 2 \dots n$, επικοινωνούν πριν τη διεξαγωγή ενός παιγνίου και συμφωνούν στο στρατηγικό προφίλ s που θα υιοθετήσουν. Κάθε παίκτης έχει ατομικό κίνητρο να τηρήσει τη συμφωνία, μόνο αν στο συναποφασιζόμενο στρατηγικό προφίλ s περιλαμβάνεται η στρατηγική s_i που αποτελεί τη βέλτιστη απόκριση [$s_i \in BR_i(s_{-i})$] του καθενός έναντι των στρατηγικών που συμφωνήθηκε να υιοθετήσουν οι άλλοι παίκτες.

Αν η συμφωνία είναι να παίξουν ένα συγκεκριμένο στρατηγικό προφίλ s' στο οποίο δεν περιλαμβάνεται η στρατηγική βέλτιστης απόκρισης [s'_i δεν ανήκει στο $BR_i(s_{-i})$] για κάποιον παίκτη i , τότε αυτός ο παίκτης δεν έχει κίνητρο να τηρήσει τη συμφωνία και συνεπώς θα επιλέξει μια στρατηγική διαφορετική από εκείνη που συμφωνήθηκε (δηλ. διαφορετική της s'_i).

Μια περισσότερο εύληπτη απόδοση της έννοιας της ισορροπίας Nash είναι να φανταστούμε εκείνη την έκβαση στην οποία όταν θα καταλήξει ένα παίγνιο, κανείς εμπλεκόμενος παίκτης δεν έχει συμφέρον να μεταβάλει μονομερώς τη στρατηγική του, με δεδομένο ότι όλοι οι άλλοι διατηρούν τις δικές τους.

2.2. Εύρεση της Ισορροπίας Nash σε γνωστούς τύπους παιγνίων.

Για την εύρεση της ισορροπίας Nash εργαζόμαστε ως ακολούθως:

		παίκτης Β	
		Z	X
παίκτης Α	Z	2, 1	0, 0
	X	0, 0	1, 2

Αν ο παίκτης Β επιλέξει τη στρατηγική Z, τότε **οι αποδόσεις του Α έχουν ως εξής:** αν κι αυτός επιλέξει Z, θα έχει απόδοση 2, ενώ αν επιλέξει X θα έχει απόδοση 0. Συνεπώς για τον Α η στρατηγική Z είναι η βέλτιστη απόκρισή του στη στρατηγική Z του παίκτη Β.

Αν ο παίκτης Β επιλέξει τη στρατηγική X, τότε **οι αποδόσεις του Α έχουν ως εξής:** αν επιλέξει Z θα έχει απόδοση 0, ενώ αν επιλέξει κι αυτός X θα έχει απόδοση 1. Συνεπώς για τον Α η στρατηγική X είναι η βέλτιστη απόκρισή του στη στρατηγική X του παίκτη Β.

Παίγνιο τύπου: Battle of the sexes
 Σκιασμένες οι βέλτιστες αποκρίσεις του παίκτη Α
 Πίνακας 28

⁶⁰ **Morrow D. James**, Ισορροπία και πολιτικοί θεσμοί: προς τιμήν του John Nash, παρατίθεται στο Κοτταρίδη Κ. και Σιουρούνης Γρ. (2002) σελ. 128.

Αν ο παίκτης A επιλέξει τη στρατηγική Z, τότε **οι αποδόσεις του B έχουν ως εξής**: αν κι αυτός επιλέξει Z, θα έχει απόδοση 1, ενώ αν επιλέξει X θα έχει απόδοση 0. Συνεπώς για τον B η στρατηγική Z είναι η βέλτιστη απόκρισή του στη στρατηγική Z του παίκτη A.

Αν ο παίκτης A επιλέξει τη στρατηγική X, τότε **οι αποδόσεις του B έχουν ως εξής**: αν επιλέξει Z, θα έχει απόδοση 0, ενώ αν επιλέξει κι αυτός X θα έχει απόδοση 2. Συνεπώς για τον B η στρατηγική X είναι η βέλτιστη απόκρισή του στη στρατηγική X του παίκτη A.

		παίκτης B	
		Z	X
παίκτης A	Z	2, 1	0, 0
	X	0, 0	1, 2

Παίγνιο τύπου: Battle of the sexes
Σκιασμένες οι βέλτιστες αποκρίσεις του παίκτη B

Πίνακας 29

Συνεπώς οι βέλτιστες αποκρίσεις των παικτών σε σχέση με τις επιλεγόμενες στρατηγικές των αντιπάλων τους εμφανίζονται στα γραμμοσκιασμένα πεδία (στρατηγικά προφίλ) στον κατωτέρω Πίνακα (στρατηγικής μορφής του παιγνίου):

Η ισορροπία Nash είναι το σύνολο των στρατηγικών προφίλ: $\{(Z, Z), (X, X)\}$

		παίκτης B	
		Z	X
παίκτης A	Z	2, 1	0, 0
	X	0, 0	1, 2

Προφίλ ισορροπίας Nash
Παίγνιο τύπου: Battle of the sexes

Πίνακας 30

Οι αποδόσεις των παικτών σε καθένα από τα προφίλ αυτά είναι:

$$u_A(Z, Z) = 2, u_A(X, X) = 1$$

$$u_B(Z, Z) = 1, u_B(X, X) = 2$$

Η ισορροπία Nash υποδηλώνει ότι με δεδομένη τη στρατηγική επιλογή του ενός παίκτη, ο άλλος δεν έχει κίνητρο να αλλάξει τη στρατηγική ισορροπίας.

Π.χ. με δεδομένο ότι ο παίκτης B έχει επιλέξει τη στρατηγική Z, ο παίκτης A δεν έχει κίνητρο να αλλάξει τη στρατηγική του από Z σε X, καθώς η απόδοσή του θα μειωθεί.

Ο ανωτέρω πίνακας συμπυκνώνεται, και στην πλέον συνηθισμένη μορφή παρουσίασης, φαίνεται παραπλεύρως:

		B	
		Z	X
A	Z	2, 1	0, 0
	X	0, 0	1, 2

Πίνακας 31

Πρέπει να τονιστεί ότι η ισορροπία Nash (N.E.) είναι ισορροπία **στρατηγικών προφίλ** και όχι ισορροπία αποδόσεων.

Έτσι, για το ανωτέρω παίγνιο $N.E. = \{(Z, Z), (X, X)\}$ και όχι $\{(2,1), (1,2)\}$.

Το χαρακτηριστικό αυτού του τύπου παιγνίων είναι ότι κάποιο από τα προφίλ ισορροπίας είναι προτιμητέο για κάποιον παίκτη και το άλλο είναι προτιμότερο για τον άλλο παίκτη.

		B	
		Z	X
A	Z	1, 1	0, 0
	X	0, 0	1, 1

Παίγνιο τύπου: Συνεργασίας (Coordination game)

Πίνακας 32

Ισορροπία Nash σε παίγνια τύπου «Συνεργασίας»:

$$N.E. = \{(Z, Z), (X, X)\}$$

Στα εν λόγω τύπου παίγνια, οι παίκτες έχουν τις ίδιες αποδόσεις σε κάθε στρατηγικό προφίλ ισορροπίας. Το πρόβλημα είναι ο συντονισμός των παικτών στα προφίλ ισορροπίας.

		B	
		Z	X
A	Z	2, 2	0, 0
	X	0, 0	1, 1

Παίγνιο τύπου: Pareto Coordination
Πίνακας 33

Ισορροπίας Nash σε παίγνια τύπου «Pareto Coordination»:

$$N.E. = \{(Z, Z), (X, X)\}$$

Στα εν λόγω τύπου παίγνια όλοι οι παίκτες προτιμούν περισσότερο κάποιο από τα στρατηγικά προφίλ ισορροπίας.

		B	
		Z	X
A	Z	0, 0	3, 1
	X	1, 3	2, 2

Παίγνιο τύπου: Chicken Game
Πίνακας 34

Ισορροπία Nash σε παίγνια τύπου «Chicken game»:

$$N.E. = \{(Z, X), (X, Z)\}$$

Στα εν λόγω τύπου παίγνια κανείς παίκτης δεν έχει κυρίαρχη στρατηγική και η ισορροπία προκύπτει όταν οι παίκτες επιλέξουν διαφορετικές στρατηγικές. Τα προφίλ ισορροπίας διαφέρουν ως προς τις αποδόσεις που λαμβάνουν οι παίκτες. Άρα το ένα προφίλ είναι προτιμητέο από τον ένα και το άλλο από τον άλλο παίκτη. Ένα προφίλ είναι αμοιβαία απευκταίο και για τους δύο ((Z, Z)) καθώς αποφέρει «οδυνηρή» απόδοση και στους δύο.

		B	
		Z	X
A	Z	4, 2	2, 3
	X	6, -1	0, 0

Παίγνιο τύπου: Pigs Game
Πίνακας 35

Ισορροπία Nash σε παίγνια τύπου «Pigs Game»:

$$N.E. = \{(Z, X)\}$$

Στα εν λόγω τύπου παίγνια ο ένας παίκτης έχει κυρίαρχη στρατηγική ενώ ο άλλος δεν έχει. Η ισορροπία, τουλάχιστον στα παίγνια με δύο παίκτες (n=2), είναι απολύτως προβλέψιμη για τους ορθολογικούς παίκτες.

		B	
		Z	X
A	Z	4, 2	5, 3
	X	6, -1	0, 0

Παίγνιο τύπου: Pigs Game
Πίνακας 36

Βέβαια, πρέπει να τονιστεί ότι το προφίλ ισορροπίας δεν ευνοεί πάντα τον παίκτη που διαθέτει την κυρίαρχη στρατηγική, όπως άλλωστε διαπιστώνεται στον παραπλεύρως πίνακα αποδόσεων.

		B	
		Z	X
A	Z	2, 2	0, 3
	X	3, 0	1, 1

Παίγνιο τύπου: Δίλημμα του Φυλακισμένου (Prisoner's Dilemma)
Πίνακας 37

Ισορροπία Nash σε παίγνια τύπου «Prisoner's Dilemma»: $N.E. = \{(X, X)\}$

Στα εν λόγω τύπου παίγνια και οι δύο παίκτες έχουν την ίδια κυρίαρχη στρατηγική: $BR_i(-i) = (X)$

Η ισορροπία του παιγνίου δεν είναι βέλτιστη κατά Pareto, καθώς αν και οι δύο επιλέξουν να παίξουν τις μη εκλογικευμένες στρατηγικές τους (δηλ. τις κυριαρχούμενες) θα έχουν και οι δύο καλύτερες ατομικές αποδόσεις.

Ισορροπία Nash σε παίγνια τύπου «Matching Pennies»:

$$N.E. = \{\emptyset\}$$

		B	
		Z	X
A	Z	1, -1	-1, 1
	X	-1, 1	1, -1

Στα εν λόγω τύπου παίγνια δεν υπάρχει⁶¹ στρατηγικό προφίλ που να πληροί τις απαιτήσεις του σημείου ισορροπίας Nash.

**Παίγνιο τύπου: Matching Pennies
(στρίψιμο του νομίσματος)
Πίνακας 38**

Τα εν λόγω τύπου παίγνια είναι παίγνια καθαρής σύγκρουσης (pure conflict), όπου οι παίκτες μπορούν μόνο να κερδίσουν ή να χάσουν.

2.3. Αυστηρή Ισορροπία Nash

Ένα στρατηγικό προφίλ s καλείται αυστηρή ισορροπία Nash αν και μόνο αν $\{s_i\} = BR_i(s_{-i})$ για κάθε παίκτη i , δηλαδή η στρατηγική s_i του παίκτη i είναι η **μόνη** βέλτιστη απόκριση σε δεδομένες στρατηγικές των άλλων παικτών.

Σημειώνεται, ότι σε όλα τα προηγούμενα παραδείγματα, όπου υπάρχει ισορροπία Nash αυτή είναι αυστηρή.

Παράδειγμα:

		B		
		X	Y	Z
A	J	5, 6	3, 7 ⁺	0, 4
	K	+8, 3⁺	3, 1	+5, 2
	L	7, 5	4, 4	+5, 6⁺
	M	3, 4	+7, 5⁺	3, 3

Το σετ των στρατηγικών προφίλ ισορροπίας Nash είναι: $N.E. = \{(K, X), (M, Y), (L, Z)\}$

Από να ανωτέρω προφίλ ισορροπίας **μόνο** το (K,X) είναι **αυστηρή** ισορροπία Nash, καθώς η στρατηγική K και η X είναι η **μόνη** βέλτιστη απόκριση της μίας επί της άλλης.

Με το σύμβολο «+», δίπλα από κάθε απόδοση σημειώνεται η βέλτιστη απόκριση του κάθε παίκτη στη δεδομένη στρατηγική επιλογή του άλλου.

Πίνακας 39

Το προφίλ (M,Y) είναι ισορροπία Nash αλλά **όχι αυστηρή** καθώς επιλέγοντας ο A τη στρατηγική M, ο B επιλέγει Y, αλλά αν ο A επέλεγε J, ο B έχει ως βέλτιστη απόκριση πάλι την Y. Δηλ. η Y είναι η βέλτιστη απόκριση του B σε δύο διακριτές εναλλακτικές του A.

Ομοίως, το προφίλ (L,Z) είναι ισορροπία Nash αλλά **όχι αυστηρή** καθώς επιλέγοντας ο B τη στρατηγική Z, ο A έχει ως βέλτιστη απόκριση δύο εξίσου αποδοτικές εναλλακτικές στρατηγικές, την K και την L.

2.4. Ισορροπία σε συνεργατικά παίγνια (Partnership Games)

Γενικά, για την εύρεση της ισορροπίας Nash αναζητείται η βέλτιστη απόκριση του κάθε παίκτη και κατόπιν προσδιορίζονται τα στρατηγικά προφίλ που ικανοποιούν ταυτόχρονα όλους τους παίκτες.

Αυτό δεν είναι τίποτα περισσότερο από την επίλυση ενός συστήματος εξισώσεων.

⁶¹ Όπως θα δειχθεί στη συνέχεια, αν και πράγματι δεν υπάρχει ισορροπία Nash σε αμιγείς στρατηγικές εντούτοις υπάρχει σε μικτές στρατηγικές.

Έστω, λοιπόν, ότι η βέλτιστη απόκριση του παίκτη **A** (BR_A), στην εκτιμώμενη από τον ίδιο, τιμή που θα επιλέξει ο παίκτης B για τη μεταβλητή y , είναι: $BR_A(\bar{y}) = 1 + c \bar{y}$,

και η βέλτιστη απόκριση του παίκτη **B** (BR_B), στην εκτιμώμενη από τον ίδιο, τιμή που θα επιλέξει ο παίκτης B για τη μεταβλητή x , είναι: $BR_B(\bar{x}) = 1 + c \bar{x}$

Μια ισορροπία Nash για το παίγνιο αυτό, είναι το στρατηγικό προφίλ (x^*, y^*) με δεδομένο ότι $x^* \in BR_A(y^*)$ και $y^* \in BR_B(x^*)$

Επειδή στο συγκεκριμένο παράδειγμα οι βέλτιστες αποκρίσεις είναι συναρτήσεις, μπορούμε να γράψουμε:

$$x^* = BR_A(y^*) = 1 + c y^* \text{ και } y^* = BR_B(x^*) = 1 + c x^*$$

Αυτό το σημείο (x^*, y^*) πρέπει να βρίσκεται στη γραφική παράσταση των καμπυλών (στην προκειμένη περίπτωση, των ευθειών) που απεικονίζουν οι συναρτήσεις των βέλτιστων αποκρίσεων. Αφού το σημείο αυτό είναι κοινό (και στις δύο καμπύλες), είναι αυτονόητο ότι οι καμπύλες στο εν λόγω σημείο τέμνονται:

$$\begin{cases} x^* = 1 + c y^* \\ y^* = 1 + c x^* \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^* = \frac{1}{1-c} \\ y^* = \frac{1}{1-c} \end{cases} \Rightarrow N.E. = \left\{ \left(\frac{1}{1-c}, \frac{1}{1-c} \right) \right\}$$

Στο παράδειγμα της επιχείρησης με τους δύο συνεταίρους, είχαμε καταλήξει ότι το σεν των εκλογικευμένων στρατηγικών των δύο συμπαικτών είναι:

$$R = \left\{ \left(\frac{1}{1-c}, \frac{1}{1-c} \right) \right\}$$

Εδώ, διαπιστώνουμε ότι στο συνεργατικό αυτό παίγνιο, **το σεν των εκλογικευμένων στρατηγικών είναι ίδιο με το στρατηγικό προφίλ της ισορροπίας Nash.**

2.5. Συνεργασία και Κοινωνική ευημερία

Ο ορθολογισμός (ομοίως, οι εκλογικευμένες στρατηγικές) δεν είναι απαραίτητο να ταυτίζεται με τη συνεργατική συμπεριφορά των παικτών.

Η ισορροπία Nash, από την άλλη, εφαρμόζει ένα είδος συνεργασίας, επειδή εγγενώς εμπεριέχει την έννοια της συμπίεσης προς ένα συγκεκριμένο στρατηγικό προφίλ. Παρόλα αυτά, η ισορροπία Nash δεν περιλαμβάνει πάντα στρατηγικές που προτιμώνται απ' όλους τους παίκτες. Στο Δίλημμα των Φυλακισμένων (Δ.Φ.), για παράδειγμα, η μοναδική ισορροπία Nash είναι αναποτελεσματική, στο βαθμό που και οι δύο παίκτες θα είχαν καλύτερο αποτέλεσμα αν επέλεγαν διαφορετικές στρατηγικές. Άλλωστε, για το λόγο αυτό, τα παίγνια του τύπου Δ.Φ. είναι κλασικά παραδείγματα στα οποία τα ατομικά κίνητρα δεν συνάδουν με το συλλογικό σκοπό.

Κάποιες φορές βέβαια, το κοινωνικά ανεπαρκές αποτέλεσμα δεν οφείλεται στη σύγκρουση των ατομικών συμφερόντων, αλλά στο ότι υπάρχουν περισσότεροι από ένας τρόποι για συνεργασία.

		B	
		Z	X
A	Z	2, 2	0, 0
	X	0, 0	1, 1

Παίγνιο τύπου: Pareto Coordination
Πίνακας 40

Το εν λόγω παίγνιο, όπως προαναφέρθηκε, έχει δύο ισορροπίες Nash στις οποίες μπορούν ορθολογικά να καταλήξουν οι παίκτες: $N.E. = \{(Z, Z), (X, X)\}$

Η ισορροπία (X, X) είναι αναποτελεσματική, καθώς και οι δύο παίκτες θα προτιμούσαν την ισορροπία (Z, Z) .

Παρόλα αυτά, το στρατηγικό προφίλ (X, X) , δεν παύει να είναι ισορροπία. Με δεδομένο ότι ο ένας από τους παίκτες επιλέγει τη στρατηγική X , ο άλλος έχει ως μόνη ορθολογική στρατηγική να επιλέξει κι εκείνος X .

Μια ισορροπία αμοιβαία αναποτελεσματική, όπως το παραπάνω προφίλ (X, X) , ενδεχομένως να οφείλεται σε εμπεδωμένες –παγιωμένες– πρακτικές οι οποίες παρότι είναι διαπιστωμένο ότι είναι αναποτελεσματικές, οι εμπλεκόμενοι αδυνατούν να απεμπλακούν απ' αυτές καθώς απαιτείται συντονισμός, μιας και η μονομερής παρέκκλιση από την στρατηγική που επιφέρει την υποβέλτιστη ισορροπία έχει κόστος για όλους τους εμπλεκόμενους. Ένα κλασικό παράδειγμα που αναφέρεται στη σχετική βιβλιογραφία για τις παγιωμένες πρακτικές είναι η κατίσχυση του πληκτρολογίου QWERTY σε σχέση με το αποδοτικότερο για τους δακτυλογράφους DSK (Dvorak's Simplified Keyboard).⁶²

2.6. Αναποτελεσματικές ισορροπίες

Διαπιστώσαμε με τα ανωτέρω παραδείγματα, ότι κάποια παίγνια έχουν ορθολογικές εκβάσεις που αποτελούν ισορροπίες Nash, αλλά η σύγκρουση μεταξύ του ατομικού και ομαδικού (συλλογικού) συμφέροντος των παικτών έχει ως αποτέλεσμα η ισορροπία να είναι *αναποτελεσματική*.

Επιπλέον, είδαμε παίγνια όπου η στρατηγική αβεβαιότητα των παικτών έχει επίπτωση στην επίτευξη του αμοιβαία βέλτιστου.

Όμως, η *αναποτελεσματική* έκβαση μιας στρατηγικής αλληλεπίδρασης μπορεί να υπάρξει ακόμα κι αν οι δρώντες έχουν τις **ίδιες προτιμήσεις ως προς τα αποτελέσματα** και ταυτόχρονα ακόμα κι αν **δεν** υπάρχει **στρατηγική αβεβαιότητα**. Δηλαδή, ακόμα κι αν οι δρώντες έχουν υποσκελίσει πλήρως τις δύο βασικές αιτίες μιας αναποτελεσματικής έκβασης.

Έτσι, ακόμα κι αν οι εμπλεκόμενοι σ' ένα στρατηγικό παίγνιο επιτύχουν μια αμοιβαία βέλτιστη και κοινά αποτελεσματική ισορροπία, η τελευταία μπορεί να είναι άκρως *αναποτελεσματική* για ένα πλήθος μη άμεσα εμπλεκόμενων στο παίγνιο αλλά άμεσα θιγομένων από την οικεία ισορροπία⁶³.

2.7. Αρμονική Ρύθμιση (Congruous Set)

		B		
		K	L	M
A	W	<u>9</u> , 5	5, <u>9</u>	2, 2
	Y	5, <u>9</u>	<u>9</u> , 5	2, 2
	Z	2, 2	2, 2	<u>4</u> , <u>4</u>

Υπογραμμίζεται η βέλτιστη απόκριση του κάθε παίκτη στη δεδομένη στρατηγική επιλογή του άλλου.

Πίνακας 41

Όπως διαπιστώνεται, στο παραπλεύρως παίγνιο, το μοναδικό προφίλ ισορροπίας Nash είναι το:

$$N.E. = \{(Z, M)\}$$

Η απόδοση που λαμβάνουν και οι δύο παίκτες στο προφίλ ισορροπίας Nash, είναι μικρότερη σε σχέση με άλλα στρατηγικά προφίλ, που όμως δεν αποτελούν ισορροπίες Nash.

⁶² Αναλυτικά, μεταξύ άλλων, στο Dixit A. και Nalebuff B. (1999) σελ. 226-232 και Watson J. (2013) σελ. 119-122.

⁶³ Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί ένα εμπορικό ολιγοπώλιο στο οποίο συνάπτονται δεσμευτικές συμφωνίες μεταξύ των επιχειρήσεων του κλάδου, με τις οποίες επιτυγχάνονται αποτελεσματικές εκβάσεις για τις επιχειρήσεις αλλά αναποτελεσματικές για τους καταναλωτές.

Στην **αρμονική ρύθμιση**, η στρατηγική αβεβαιότητα περιορίζεται αλλά δεν εξαφανίζεται.

Έστω ότι ο **παίκτης A** είναι πεπεισμένος ότι ο παίκτης B θα επιλέξει είτε τη στρατηγική K είτε την L (αλλά όχι την M), τότε η βέλτιστη απόκρισή του είναι η στρατηγική W και η στρατηγική Y, αντίστοιχα.

Επίσης, αν ο **παίκτης B** είναι πεπεισμένος ότι ο παίκτης A θα επιλέξει W ή Y (αλλά όχι Z), τότε η βέλτιστη απόκρισή του είναι είτε L είτε K, αντίστοιχα.

Αν ονομάσουμε X το καρτεσιανό γινόμενο των εν λόγω στρατηγικών, δηλ. $\{W, Y\} \times \{K, L\} \equiv X$, λέμε ότι το **σύνολο X είναι αρμονικό επειδή ο συντονισμός στο X είναι συνεπής με την κοινή γνώση της συμπεριφοράς βέλτιστης απόκρισης**.

Μαθηματική διατύπωση:

Έστω το σύνολο των στρατηγικών προφίλ $X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ όπου $X \subset S_i$ για κάθε παίκτη i . Το σύνολο X καλείται **αρμονικό** αν για κάθε παίκτη i , μια στρατηγική s_i περιλαμβάνεται στο X_i , και αν και μόνο αν υπάρχει μια πεποίθηση $\theta_{-i} \in \Delta X_{-i}$, τέτοια ώστε η $s_i \in BR(\theta_{-i})$.

Παράδειγμα για την εύρεση της ισορροπίας Nash όταν το στρατηγικό παίγνιο δεν μπορεί να πινακοποιηθεί:

Έστω δύο ανταγωνιστές, η εταιρεία A και η εταιρεία B, οι οποίοι παράγουν ένα ομοιογενές προϊόν. Οι εταιρείες, αφού καθορίσουν ταυτόχρονα και ανεξάρτητα η μια από την άλλη, την τιμή πώλησης έστω ότι αντιμετωπίζουν την εξής καμπύλη ζήτησης: $Q_i = 10 - P_i + P_j$, με $i \neq j$. Θεωρούμε ότι και οι δύο παράγουν με μηδενικό κόστος και διερευνούμε την τιμή πώλησης που θα πρέπει να καθορίσουν ώστε να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη τους.

Οι επιχειρήσεις γνωρίζουν ότι η καμπύλη ζήτησης της κάθε μίας εξαρτάται τόσο από την τιμή που οι ίδιες θα καθορίσουν για το προϊόν τους όσο και από την τιμή που θα καθορίσει η άλλη για το δικό της προϊόν. Επισημαίνεται ότι η απόφαση καθορισμού των τιμών λαμβάνεται ταυτόχρονα και ανεξάρτητα δηλ. χωρίς η μία να γνωρίζει ποια τιμή καθόρισε η άλλη.

Σ' ένα τέτοιο παίγνιο, η ισορροπία Nash είναι ένα προφίλ τιμών για τις δύο εταιρείες, P_A^* και P_B^* , τέτοιο ώστε η P_A^* να αποτελεί τη βέλτιστη απόκριση της εταιρείας A στην τιμή P_B^* που πρόκειται να επιλέξει η εταιρεία B, και η P_B^* να αποτελεί τη βέλτιστη απόκριση της εταιρείας B στην τιμή P_A^* που πρόκειται να επιλέξει η εταιρεία A.

Το κέρδος της κάθε εταιρείας δίνεται από τη συνάρτηση:

$$u_i = Q_i \cdot P_i = (10 - P_i + P_j) \cdot P_i = 10 P_i - P_i^2 + P_j \cdot P_i, \text{ με } i \neq j$$

Ο στρατηγικός χώρος της κάθε εταιρείας, θεωρητικά είναι: $S_A = [0, \infty)$ και $S_B = [0, \infty)$.

Η εταιρεία A μεγιστοποιεί το κέρδος της εκεί όπου η πρώτη μερική παράγωγος της συνάρτησης κέρδους ως προς την τιμή της γίνεται μηδέν, και εφόσον η δεύτερη μερική παράγωγος είναι αρνητική.

$$\text{Δηλαδή, } \frac{\partial u_A}{\partial P_A} = \frac{\partial}{\partial P_A} (10 P_A - P_A^2 + P_B \cdot P_A) = 10 - 2 P_A + P_B = 0 \Rightarrow P_A = 5 + \frac{P_B}{2}$$

$$\text{Και επιπλέον ισχύει: } \frac{\partial^2 u_A}{\partial P_A^2} = -2 < 0.$$

Αντίστοιχα, η εταιρεία B μεγιστοποιεί το κέρδος της εκεί όπου η πρώτη μερική παράγωγος της συνάρτησης κέρδους ως προς την τιμή της γίνεται μηδέν, και εφόσον η δεύτερη μερική παράγωγος είναι αρνητική.

$$\text{Δηλαδή, } \frac{\partial u_B}{\partial P_B} = \frac{\partial}{\partial P_B} (10 P_B - P_B^2 + P_A \cdot P_B) = 10 - 2 P_B + P_A = 0 \Rightarrow P_B = 5 + \frac{P_A}{2}$$

$$\text{Και επιπλέον ισχύει: } \frac{\partial^2 u_B}{\partial P_B^2} = -2 < 0.$$

Επιλύοντας το σύστημα των δύο εξισώσεων με τους δύο αγνώστους καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι: $P_A^* = P_B^* = 10$ και συνεπώς, $N.E. = (P_A^*, P_B^*)$ με απόδοση **(10,10)**.

Γενικεύοντας, η βέλτιστη απόκριση της μιας στη στρατηγική της άλλης είναι:

$$P_i^* = BR_i(P_j^*) = 5 + \frac{P_j^*}{2}, \text{ με } i \neq j$$

2.8. Ισοροπία Nash σε μικτές στρατηγικές.

Υπάρχουν παίγνια τα οποία δεν έχουν ισοροπία Nash (Nash Equilibrium – N.E.) σε αμιγείς στρατηγικές. Ένα τέτοιο παίγνιο είναι το παίγνιο «matching pennies», στο οποίο κανένα στρατηγικό προφίλ δεν είναι *ευσταθές* (διατηρήσιμο⁶⁴). Και δεν είναι *ευσταθές* επειδή κάθε στρατηγικό προφίλ έχει έναν ξεκάθαρο νικητή και έναν ξεκάθαρο ηττημένο. Αυτό το καθαρό αποτέλεσμα (νίκη για τον έναν, ήττα για τον άλλο) είναι μια κατάσταση που μπορεί να ανατραπεί με την μονομερή αλλαγή στρατηγικής του ενός από τους δύο παίκτες (πιο συγκεκριμένα του ηττημένου).

		B	
		«Κ»	«Γ»
A	«Κ»	1, -1	-1, 1
	«Γ»	-1, 1	1, -1

Παίγνιο τύπου: Matching Pennies
Πίνακας 42

Έστω, για παράδειγμα, ότι δύο παίκτες καλούνται να αναγράψουν σε ένα κομμάτι χαρτί, ταυτόχρονα και ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλο, το γράμμα «Κ» ή το «Γ». Αν και οι δύο, εμφανίζοντας την επιλογή τους στον άλλον, έχουν γράψει το ίδιο γράμμα, τότε κερδίζει ο παίκτης A ενώ αν έχουν γράψει διαφορετικό γράμμα κερδίζει ο παίκτης B.

Στον παραπλευρώς πίνακα αποτυπώνονται τα ανωτέρω.

Η επιλογή του παίκτη A κρίνεται ορθολογική εφόσον πιστεύει ότι και ο άλλος παίκτης θα επιλέξει το ίδιο γράμμα, έστω «Κ», αλλά για να επιλέξει ο παίκτης B το γράμμα «Κ» σημαίνει ότι πιστεύει πως ο παίκτης A θα επιλέξει το γράμμα «Γ».

Με άλλα λόγια, ο παίκτης A προκειμένου να κερδίσει το παίγνιο, θα πρέπει να **παραπλανήσει** τον παίκτη B, δηλ. να τον κάνει να πιστέψει ότι θα επιλέξει το γράμμα «Γ» ώστε να τον παρασύρει στο να επιλέξει «Κ», και έτσι επιλέγοντας ο ίδιος «Κ» τελικά να αναδειχθεί νικητής.

Σ' αυτό το παίγνιο, ο συντονισμός των πεποιθήσεων και των συμπεριφορών δεν συμβαδίζουν με τη συμπεριφορά της βέλτιστης απόκρισης.

Στο παράδειγμά μας, το προφίλ των μικτών στρατηγικών $((\frac{1}{2}, \frac{1}{2}), (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}))$, όπου οι δύο παίκτες τυχαιοποιούν εξίσου τις αμιγείς στρατηγικές που διαθέτουν («Κ» και «Γ»), είναι το στρατηγικό προφίλ ισοροπίας (N.E.) του παιγνίου. Αυτό το μικτό στρατηγικό προφίλ αποτελεί για τον κάθε παίκτη βέλτιστη απόκριση στον άλλον.

Γενικά, το **προφίλ ισοροπίας σε μικτές στρατηγικές** είναι ένα προφίλ μικτών στρατηγικών που έχει την ιδιότητα ότι κανείς παίκτης δεν μπορεί να αυξήσει την απόδοση που λαμβάνει αλλάζοντας στρατηγική, με δεδομένη τη στρατηγική του άλλου παίκτη.

⁶⁴ Δηλ. ο ένας παίκτης, με δεδομένη την επιλογή του αντιπάλου, **θέλει** να μεταβάλει τη δική του στρατηγική επιλογή.

Γενικεύοντας, έστω το στρατηγικό προφίλ $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$, όπου $\sigma_i \in \Delta S_i$ για κάθε παίκτη i . Το προφίλ σ είναι μια ισορροπία Nash σε μικτή στρατηγική αν και μόνο αν $u_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) \geq u_i(s'_i, \sigma_{-i})$ για κάθε $s'_i \in S_i$ και για κάθε παίκτη i . Έτσι, σ_i είναι η βέλτιστη απόκριση στην σ_{-i} για κάθε παίκτη i ⁶⁵.

Για να είναι μια μικτή στρατηγική βέλτιστη απόκριση, θα πρέπει να συμμετέχουν στη μικτή αυτή στρατηγική μόνο αμιγείς στρατηγικές που αποτελούν βέλτιστες αποκρίσεις⁶⁶.

2.9. «Lobbing Game», μεταξύ δύο εταιρειών.

Ο ανταγωνισμός των εταιρειών που δραστηριοποιούνται στο ίδιο εμπορικό, κατασκευαστικό ή χρηματοοικονομικό πεδίο δεν αφορά μόνο στη βελτίωση του παρεχόμενου προϊόντος ή υπηρεσίας, ή μόνο στο πεδίο της βελτιστοποίησης της παραγωγικής τους διαδικασίας. Η τιμή πώλησης ενός ομογενοποιημένου προϊόντος ή η διαφοροποίηση, πραγματική ή παρουσιαζόμενη ως τέτοια, είναι πεδία στα οποία οι εταιρείες επενδύουν εξίσου, προκειμένου να προσπορισθούν μεγαλύτερο μερίδιο αγοράς. Μεταξύ των πεδίων ανταγωνισμού είναι και το παρασκηνακό πεδίο επηρεασμού της εκτελεστικής ή της νομοθετικής εξουσίας, γνωστό ως «lobbing».

Ο παρασκηνακός επηρεασμός δεν πρέπει κατ' ανάγκη να ταυτίζεται με μια παράνομη ή ανήθικη ενέργεια, όπως ο χρηματισμός κάποιων αξιωματούχων σε κρίσιμες κυβερνητικές ή μη, θέσεις. Ο παρασκηνακός επηρεασμός μπορεί να αναφέρεται απλά, στην ικανότητα ενός οικονομικού φορέα να αναδείξει ένα πρόβλημα και να υποδείξει τη λύση του μέσω μιας συγκεκριμένης νομοθετικής ρύθμισης ή μιας κυβερνητικής απόφασης, η οποία παράλληλα προάγει προνομιακά τα ειδικότερα συμφέροντά του.

Έστω, λοιπόν, δύο μεγάλες εταιρείες, η **A** και η **B**, που δραστηριοποιούνται σε ένα εξειδικευμένο κατασκευαστικό πεδίο στο οποίο οι μικρότεροι ανταγωνιστές τους έχουν αμελητέο μερίδιο της αγοράς.

Κάθε μία από τις ανταγωνίστριες εταιρείες, ταυτόχρονα και ανεξάρτητα η μια από την άλλη, καλείται να αποφασίσει αν θα επιχειρήσει να επηρεάσει παρασκηνακά (αλλά σύννομα και ηθικά) την Κυβέρνηση για να λάβει μια απόφαση που προάγει το ειδικότερο συμφέρον της.

Το κόστος του παρασκηνακού επηρεασμού, έστω ότι είναι 15 εκ. €

Οι εταιρείες γνωρίζουν ότι αν και οι δύο αποφασίσουν να επενδύσουν στον παρασκηνακό επηρεασμό (**L**) ή και οι δύο αποφασίσουν να μην επενδύσουν (**N**) σ' αυτό το πεδίο, τότε η κυβέρνηση θα λάβει μια ουδέτερη απόφαση που θα αποφέρει σε κάθε μια από 10 εκ. €, σε βάθος χρόνου πέντε ετών.

Έτσι, αν και οι δύο αποφασίσουν να παίξουν **L** τότε η απόδοση που θα λάβει η κάθε μια θα είναι αρνητική, μιας και θα αυξήσουν τα έσοδά τους κατά 10 εκ. € (σε πέντε έτη) αλλά θα δαπανήσουν 15 εκ. € στο «Lobbing», (δηλ. $u_A = 10 - 15 = -5$ εκ. € και $u_B = 10 - 15 = -5$ εκ. €).

Αν και οι δύο αποφασίσουν να παίξουν **N**, τότε οι αποδόσεις τους θα είναι:

⁶⁵ Στον εν λόγω ορισμό, η μικτή στρατηγική σ_i συγκρίνεται με κάθε αμιγή στρατηγική s'_i και όχι με κάθε άλλη μικτή στρατηγική. Αυτό όμως είναι αρκετό, καθώς αν κάποια άλλη μικτή στρατηγική παρείχε υψηλότερη απόδοση από την σ_i τότε αυτή θα αποτελούσε το μέτρο της σύγκρισης με την s'_i . Για το λόγο αυτό ο έλεγχος της διαφοροποίησης ως προς την αμιγή είναι αρκετός.

⁶⁶ Μεταξύ άλλων, Watson, J. (2013), σελ. 133.

$$u_A = u_B = 10\text{εκ. } \text{€}$$

Αν η εταιρεία B επιλέξει **L** και η εταιρεία A επιλέξει **N**, τότε υποθέτουμε ότι η κυβέρνηση λαμβάνει μια απόφαση που ευνοεί αποκλειστικά την B, και θα της αποφέρει πρόσθετα έσοδα 30 εκ. € ή καλύτερα απόδοση, $u_B = 30 - 15 = 15 \text{ εκ. } \text{€}$, ενώ η εταιρεία A δεν θα κερδίσει τίποτα από αυτή την Κυβερνητική απόφαση και ως εκ τούτου η απόδοσή της θα είναι μηδενική ($u_A = 0$).

Τέλος, αν η εταιρεία A επιλέξει **L** και η εταιρεία B επιλέξει **N**, τότε υποθέτουμε ότι η κυβέρνηση λαμβάνει μια απόφαση που ευνοεί αποκλειστικά την A, και θα της αποφέρει πρόσθετα έσοδα 40 εκ. € ή καλύτερα απόδοση $u_A = 40 - 15 = 25 \text{ εκ. } \text{€}$, ενώ η εταιρεία B δεν θα κερδίσει τίποτα από αυτή την κυβερνητική απόφαση και ως εκ τούτου η απόδοσή της θα είναι μηδενική ($u_B = 0$).

		B	
		Lobbing	No
A	Lobbing	-5, -5	<u>25, 0</u>
	No	<u>0, 15</u>	10, 10

Lobbing game

Πίνακας 43

Στον παραπλεύρως πίνακα παρουσιάζονται σε στρατηγική μορφή οι ανωτέρω αναφερόμενες αποδόσεις, βάσει των συνδυασμένων εναλλακτικών στρατηγικών των δύο εταιρειών στο «Lobbing Game».

Οι αποδόσεις που προσφέρουν οι βέλτιστες αποκρίσεις στις στρατηγικές του αντιπάλου, εμφανίζονται με υπογράμμιση.

		B	
		Lobbing	No
A	Lobbing	-5, -5	<u>25, 0</u>
	No	<u>0, 15</u>	10, 10

Αμιγείς ισορροπίες στο Lobbing game

Πίνακας 44

Με βάσει τη σύμπτωση των βέλτιστων αποδόσεων προκύπτουν τα προφίλ ισορροπίας.

Έτσι, με έντονο χρώμα εμφανίζονται τα προφίλ ισορροπίας Nash (N.E.) σε αμιγείς στρατηγικές, τα οποία είναι:

$$N.E. = \{(L, N), (N, L)\}$$

Σε αυτό το παίγνιο υπάρχει άλλο ένα προφίλ ισορροπίας Nash σε μικτές στρατηγικές, το οποίο προσδιορίζεται με τον εξής νοητικό συλλογισμό:

Έστω ότι η εταιρεία A επιλέγει μια μικτή στρατηγική. Για να είναι η μικτή αυτή στρατηγική βέλτιστη για την εταιρεία A (ως απόκριση σε μια στρατηγική της άλλης εταιρείας), θα πρέπει η αναμενόμενη απόδοση που της παρέχει η στρατηγική **L** να ισούται με την αναμενόμενη απόδοση που της παρέχει η στρατηγική **N**, διαφορετικά η εταιρεία θα προτιμούσε αυστηρά να επιλέξει είτε τη μια είτε την άλλη αμιγή στρατηγική.

Το ότι οι στρατηγικές **L** και **N** αποφέρουν την ίδια αναμενόμενη απόδοση στην εταιρεία A, οφείλεται στη συμπεριφορά της εταιρείας B, η οποία δημιουργεί αυτή την προσδοκία στην A. Καθώς, αν η εταιρεία B επέλεγε μια αμιγή στρατηγική, τότε η A θα είχε αυστηρή προτίμηση σε κάποια από τις δικές τις αμιγείς στρατηγικές.

Έστω λοιπόν q η πιθανότητα να επιλέξει η εταιρεία B τη στρατηγική **L**, και $1 - q$ η πιθανότητα να επιλέξει **N**. Η μικτή στρατηγική $(q, 1 - q)$ είναι η εικαζόμενη μικτή στρατηγική της εταιρείας B.

Το αναμενόμενο όφελος της εταιρείας A, σε σχέση με την αμιγή στρατηγική που η ίδια θα επιλέξει, απέναντι στην εικαζόμενη μικτή στρατηγική της B, είναι:

$u_A^L = (-5) \cdot q + 25 \cdot (1 - q) = 25 - 30 \cdot q$, αν επιλέξει την αμιγή L , και

$u_A^N = (0) \cdot q + 10 \cdot (1 - q) = 10 - 10 \cdot q$, αν επιλέξει την αμιγή N

Για να θελήσει, λοιπόν, η εταιρεία A να επιλέξει μικτή στρατηγική και όχι κάποια από τις δυο εναλλακτικές αμιγείς που διαθέτει, θα πρέπει οι αποδόσεις που της αποφέρουν αυτές οι εναλλακτικές (πάντα σε σχέση με την εικαζόμενη στρατηγική του αντιπάλου) να είναι **αδιαφοροποίητες**, δηλ. ίσες.

Έτσι, $u_A^L = u_A^N \Rightarrow 25 - 30 \cdot q = 10 - 10 \cdot q \Rightarrow q = \frac{3}{4}$

Με άλλα λόγια, η βέλτιστη απόκριση της εταιρείας A θα είναι μια μικτή στρατηγική, αν η εικαζόμενη στρατηγική της εταιρείας B είναι: $(\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$, δηλ. αν η A έχει την πεποίθηση ότι η B θα παίξει με πιθανότητα $\frac{3}{4}$ τη στρατηγική L και με πιθανότητα $\frac{1}{4}$ τη στρατηγική N , τότε η αποδόσεις που της αποφέρουν οι δικές της αμιγείς είναι ίσες και ως εκ τούτου θα πρέπει να αναζητήσει μικτή στρατηγική που υπόσχεται μεγαλύτερη απόδοση.

Έστω, τώρα, ότι η εταιρεία B υποθέτει ότι η ανταγωνίστριά της θα επιλέξει L με πιθανότητα p και N με πιθανότητα $1 - p$.

Η αναμενόμενη απόδοση της εταιρείας B, θα είναι:

$u_B^L = (-5) \cdot p + 15 \cdot (1 - p) = 15 - 20 \cdot p$, αν επιλέξει την αμιγή L , και

$u_B^N = (0) \cdot p + 10 \cdot (1 - p) = 10 - 10 \cdot p$, αν επιλέξει την αμιγή N .

Η εταιρεία B θα είναι αδιάφορη μεταξύ των δύο αμιγών στρατηγικών που η ίδια διαθέτει όταν: $u_B^L = u_B^N \Rightarrow 15 - 20 \cdot p = 10 - 10 \cdot p \Rightarrow p = \frac{1}{2}$

Με άλλα λόγια, η βέλτιστη απόκριση της εταιρείας B θα είναι μια μικτή στρατηγική, αν η εικαζόμενη στρατηγική της εταιρείας A είναι: $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

Συνεπώς, το μικτό στρατηγικό προφίλ $\left\{ \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right), \left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4} \right) \right\}$ είναι η ισορροπία Nash σε μικτές στρατηγικές για το εν λόγω παίγνιο.

Όπως αναφέρει ο Joel Watson⁶⁷, η εύρεση ισορροπίας σε μικτές στρατηγικές συνεπάγεται μια ενδιαφέρουσα συστροφή: **Αναζητούμε μια μικτή στρατηγική για τον ένα παίκτη που κάνει τον άλλον αδιάφορο μεταξύ των αμιγών στρατηγικών του.**

2.10. Παράδειγμα εύρεσης μικτών στρατηγικών ισορροπίας στο Ποδόσφαιρο.

Στα ομαδικά αθλήματα η εύρεση της βέλτιστης απόκρισης στη στρατηγική του αντιπάλου είναι μια αυτονόητη πρακτική υποχρέωση του κάθε προπονητή. Με την κατίσχυση του επαγγελματικού πρωταθλητισμού η «πρακτική» δηλ. η εμπειρική - διαισθητική προσπάθεια προγραμματισμού του τρόπου με τον οποίο θα ανταποκριθεί μια ομάδα στις απαιτήσεις ενός αγώνα με έναν δεδομένο αντίπαλο, έπαψε να στηρίζεται στο διαισθητικό χάρισμα ενός ατόμου (του προπονητή) και έγινε αντικείμενο μελέτης από εξειδικευμένα άτομα που συνδράμουν με τις εισηγήσεις τους στη λήψη των σχετικών αποφάσεων από τον επαγγελματία προπονητή.

⁶⁷ Watson J. (2013) σελ. 134.

Πέρα από τα γενικότερα θέματα που εξετάζονται κατά την προετοιμασία της ομάδας για έναν αγώνα, όπως τα άτομα του roster της ομάδας που θα ξεκινήσουν τον αγώνα, το σύστημα ανάπτυξης της ομάδας, η διατροφή τους, το μεταβαλλόμενο επίπεδο έντασης των προπονήσεων της εβδομάδας πριν τον αγώνα κ.α., εξετάζονται και ειδικότερα θέματα που μπορούν να δώσουν ένα «στρατηγικό προβάδισμα» στην ομάδα, στην περίπτωση που συμβεί κάποιο συγκεκριμένο γεγονός κατά τη διάρκεια του αγώνα.

Για να γίνουμε σαφέστεροι, επιλέγεται ένα απλοϊκό παράδειγμα από το επαγγελματικό ποδόσφαιρο⁶⁸:

Έστω ότι μια ομάδα είχε στο roster της την προηγούμενη αγωνιστική περίοδο τον Τερματοφύλακα **T** και το γνωστό αστέρι της Επίθεσης **E**.

Το μέλος του προπονητικού Team της ομάδας που ήταν επιφορτισμένο με τη σχετική αρμοδιότητα, μετά από μακρά στατιστική ανάλυση των λακτισμάτων πέναλτι στις προπονήσεις, έχει καταγράψει τις επιδόσεις του **E** απέναντι στον **T**, και αντιστρόφως, οι οποίες φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί:

		Τερματοφύλακας (T)		
		A	K	Δ
Επιθετικός (E)	A	0, 5	2, 3	2, 3
	K	2, 3	0, 5	3, 2
	Δ	5, 0	3, 2	2, 3

Όπου:

A: Αριστερή γωνία

K: Κέντρο της εστίας

Δ: Δεξιά γωνία

Πίνακας 45 –Μικτές στρατηγικές στα πέναλτι

Ενδεικτικά αναφέρεται ότι όταν ο συγκεκριμένος επιθετικός **E** επιλέγει να σημαδέψει στην αριστερή (**A**) γωνία του συγκεκριμένου Τερματοφύλακα **T** και αυτός επιλέξει να καλύψει τη δεξιά (**Δ**) γωνία της εστίας του, η απόδοση του **T** είναι 3 ενώ η απόδοση του **E** είναι 2 (ο επιθετικός είναι μάλλον άστοχος όταν επιλέγει να στοχεύσει στην αριστερή γωνία...).

Την επόμενη αγωνιστική περίοδο το αστέρι της ομάδας (δηλ ο παίκτης **E**) παίρνει μεταγραφή στον «αιώνιο» αντίπαλο της προηγούμενης ομάδας του. Μαζί με τον παίκτη, η αντίπαλη ομάδα αγόρασε και τον ανωτέρω πίνακα.

Η νέα αγωνιστική περίοδος βρίσκεται σε εξέλιξη και οι δύο ομάδες τίθενται αντιμέτωπες. Η προετοιμασία για το μεγάλο derby είναι σε πλήρη εξέλιξη, και τα προπονητικά επιτελεία εργάζονται πυρετωδώς για την καλύτερη προετοιμασία των ομάδων τους. Μεταξύ των στοιχείων που αναλύει η παλαιά ομάδα του **E** είναι και ο τρόπος που εκτελεί τα πέναλτι, ώστε να δώσει τις κατάλληλες συμβουλές στον τερματοφύλακα **T** που θα υπερασπιστεί τα goalpost της ομάδας στο συγκεκριμένο derby.

Ας δούμε λοιπόν την ανάλυση που κάνει στον Τερματοφύλακα το προπονητικό team της ομάδας του:

Η στρατηγική **A** του Επιθετικού είναι κυριαρχούμενη από τη μικτή **K** και **Δ**, έτσι:

(α) Αν ο Τερματοφύλακας επιλέξει **A**, τόσο η **K** όσο και η **Δ** δίνουν στον **E** υψηλότερη απόδοση απ' ότι η **A**,

⁶⁸ Το εν λόγω παράδειγμα είναι μια σύνθεση των papers: Walker M. And Wooders J, Minimax Play at Wimbledon, The American Economic Review 91 No 5 (2001): 1521-1538, και Chiappori A., Levitt S. and Groseclose T. Testing Mixed-Strategy Equilibria When Players Are Heterogeneous: The Case of Penalty Kicks in Soccer, The American Economic Review, Vol. 92, No4 (2002):1138-1151. Ως αποδόσεις για τον Πίνακα χρησιμοποιούνται οι αντίστοιχες από το παράδειγμα του Watson (2013), στο Randomization in Sports, σελ. 135.

(β) Αν ο Τερματοφύλακας επιλέξει K , η μικτή K και Δ δίνουν στον E υψηλότερη απόδοση απ' ότι η A , αρκεί ο E να θέσει αρκετά υψηλή πιθανότητα στην Δ ,

(γ) Αν ο Τερματοφύλακας επιλέξει Δ , η μικτή K και Δ δίνουν στον E υψηλότερη απόδοση απ' ότι η A , αρκεί ο E να θέσει αρκετά υψηλή πιθανότητα στην K .

Για να γίνει ευδιάκριτο αυτό, αναφέρεται:

Έστω ότι ο E επιλέγει με πιθανότητα q τη στρατηγική K και με πιθανότητα $1 - q$ τη στρατηγική Δ (δηλ. επιλέγει την μικτή $(q, 1 - q)$).

Αν ο T επιλέξει K , τότε η αναμενόμενη απόδοση του E είναι:

$u_E = (0) \cdot q + 3 \cdot (1 - q) = 3 - 3q$, για να κυριαρχεί η μικτή αυτή στρατηγική έναντι της αμιγούς A θα πρέπει: $3 - 3q > 2 \Rightarrow q < \frac{1}{3}$ και $1 - q > \frac{2}{3}$. Αυτό σημαίνει ότι αν ο Επιθετικός παίζει τη μικτή στρατηγική K και Δ και επιπλέον αν επιλέγει τη Δ με πιθανότητα μεγαλύτερη από $\frac{2}{3}$ θα έχει υψηλότερη απόδοση απ' αυτή που θα είχε αν επέλεγε την αμιγή A .

Αντίστοιχα, μπορεί ναδειχθεί ότι η μικτή K και Δ αποφέρει στον E υψηλότερη απόδοση από ότι η A , αρκεί να επιλέγει την K με υψηλότερη πιθανότητα.

Αφού λοιπόν η στρατηγική του Επιθετικού να σημαδέψει την αριστερή (A) γωνία του Τερματοφύλακα είναι κυριαρχούμενη στρατηγική από μια μικτή των K και Δ , τότε η εν λόγω στρατηγική διαγράφεται από το σύνολο των ορθολογικών εναλλακτικών στρατηγικών του Επιθετικού και συνεπώς ο πίνακας αποδόσεων γίνεται:

		Τερματοφύλακας (T)		
		A	K	Δ
Επιθετικός (E)	K	2, 3	0, 5	3, 2
	Δ	5, 0	3, 2	2, 3

Πίνακας 46

Από τον ανωτέρω πίνακα διαπιστώνεται ότι η στρατηγική A του Τερματοφύλακα είναι κυριαρχούμενη από τη στρατηγική K , καθώς οι αποδόσεις που λαμβάνει είναι σταθερά υψηλότερες επιλέγοντας την K σε σχέση με την A , ανεξαρτήτως της επιλογής του Επιθετικού. Συνεπώς, στο επόμενο βήμα της διαδικασίας απαλοιφής των κυριαρχούμενων στρατηγικών, ο πίνακας λαμβάνει την εξής μορφή:

		Τερματοφύλακας (T)	
		K	Δ
Επιθετικός (E)	K	0, <u>5</u>	<u>3</u> , 2
	Δ	<u>3</u> , 2	2, <u>3</u>

Το σετ των εκλογικευμένων στρατηγικών προφίλ του παιγνίου είναι πλέον το:

$$R = \{(K, \Delta), (K, \Delta)\}$$

Οι αποδόσεις που προσφέρουν οι βέλτιστες αποκρίσεις στις στρατηγικές του αντιπάλου, εμφανίζονται με υπογράμμιση

Πίνακας 47

Από τον ανωτέρω πίνακα είναι φανερό ότι δεν υπάρχει ισορροπία Nash (N.E.) σε αμιγείς στρατηγικές.

Άρα θα αναζητήσουμε N.E. σε μικτές στρατηγικές:

Έστω λοιπόν ότι ο Επιθετικός επιλέγει τη στρατηγική K με πιθανότητα p και τη στρατηγική Δ με πιθανότητα $1 - p$,

ενώ ο Τερματοφύλακας επιλέγει τη στρατηγική K με πιθανότητα q και τη στρατηγική Δ με πιθανότητα $1 - q$.

Οι αποδόσεις του E σε σχέση με τη μικτή στρατηγική του αντιπάλου είναι:

$u_E^K = (0) \cdot q + 3 \cdot (1 - q) = 3 - 3q$, η απόδοση όταν επιλέγει τη στρατηγική K , και

$u_E^\Delta = (3) \cdot q + 2 \cdot (1 - q) = 2 + q$, η απόδοση όταν επιλέγει τη στρατηγική Δ .

Προκειμένου ο Επιθετικός να είναι αδιάφορος μεταξύ των αποδόσεων που του αποφέρουν οι δύο αμιγείς στρατηγικές, και συνεπώς να καταφύγει στην υιοθέτηση μιας μικτής στρατηγικής, θα πρέπει $3 - 3q = 2 + q \Rightarrow q = \frac{1}{4}$ και $1 - q = \frac{3}{4}$

Αντίστοιχα, οι αποδόσεις του T σε σχέση με τη μικτή στρατηγική του αντιπάλου είναι:

$u_T^K = (5) \cdot p + 2 \cdot (1 - p) = 2 + 3p$, αν επιλέξει την αμιγή K , και

$u_T^\Delta = (2) \cdot p + 3 \cdot (1 - p) = 3 - p$, αν επιλέξει την αμιγή Δ .

Προκειμένου ο Τερματοφύλακας να είναι αδιάφορος μεταξύ των αποδόσεων που του προσφέρουν οι δύο αμιγείς στρατηγικές, και συνεπώς να καταφύγει στην υιοθέτηση μιας μικτής στρατηγικής, θα πρέπει $2 + 3p = 3 - p \Rightarrow p = \frac{1}{4}$ και $1 - p = \frac{3}{4}$

Συνεπώς, η μικτή στρατηγική ισορροπίας από την οποία κανείς από τους παίκτες δεν έχει

κίνητρο να παρεκκλίνει μονομερώς είναι $N.E. = \left\{ \left(0, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right), \left(0, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right) \right\}$

Συμπερασματικά το προπονητικό επιτελείο της ομάδας του Τερματοφύλακα, αν έπρεπε τη στιγμή της εκτέλεσης των πέναλτι να δώσει μια ξεκάθαρη οδηγία στον Τερματοφύλακα, θα του έλεγε να «πέφτει» Δεξιά με συχνότητα $\frac{3}{4}$ και να «κάθεται» στο κέντρο της εστίας του με συχνότητα $\frac{1}{4}$, καθώς αυτή η στρατηγική εμφανίζεται ως η βέλτιστη στρατηγική απόκρισης στη μικτή στρατηγική του αντιπάλου του.

Πρέπει να αποσαφηνιστεί ότι αυτή η επιλογή δεν διασφαλίζει στον Τερματοφύλακα βέβαιη απόκρουση του λακτίσματος του αντιπάλου. Του προσφέρει απλώς την καλύτερη **αναμενόμενη** απόδοση. Άλλωστε, ακόμα κι αν επιλέξουν και οι δύο αντίπαλοι την ίδια γωνία (συγχρονισμός των μικτών στρατηγικών), δεν σημαίνει ότι η μπάλα δεν θα καταλήξει τελικά στα «δίχτυα» του Τερματοφύλακα...

Συνοπτικά, τα βήματα που ακολουθήσαμε προκειμένου να προσδιορίσουμε τις μικτές στρατηγικές των δύο αντιπάλων, είναι:

(1). Εύρεση του σετ των εκλογικευμένων στρατηγικών των δύο αντιπάλων, με τη διαδικασία της απαλοιφής των αυστηρώς κυριαρχούμενων στρατηγικών,

(2). Εστίαση της προσοχής στις εκλογικευμένες στρατηγικές. Καταγραφή εξισώσεων -που χαρακτηρίζουν τις πιθανότητες επιλογής κάθε στρατηγικής- για κάθε παίκτη, οι οποίες κάνουν τον άλλο παίκτη αδιάφορο μεταξύ των διαθέσιμων αμιγών στρατηγικών του.

(3). Επίλυση των εξισώσεων και καθορισμός της ισορροπίας σε μικτές στρατηγικές.

Αν στο παράδειγμά μας, ο ένας από τους παίκτες είχε τρεις εκλογικευμένες αμιγείς στρατηγικές (δηλ. (A, K, Δ)), τότε οι έλεγχοι που θα έπρεπε να γίνουν θα ήταν: $(A, K, 0)$, $(A, 0, \Delta)$, $(0, K, \Delta)$ και (A, K, Δ) .

Ένα γενικό θεώρημα που έχει αποδειχθεί και παρουσιάστηκε από τον **John Nash**⁶⁹ είναι ότι **κάθε πεπερασμένο παίγνιο (με πεπερασμένο αριθμό παικτών και πεπερασμένο στρατηγικό χώρο) έχει τουλάχιστον μια ισορροπία σε καθαρές ή μικτές στρατηγικές.** Κατόπιν, η ισορροπία αυτή, προς τιμή του Nash, αναφέρεται στη βιβλιογραφία ως Nash Equilibrium.

2.11. Εύρεση μικτής ισορροπίας όταν οι αποδόσεις είναι σε συναρτησιακή μορφή.

Στο προηγούμενο παράδειγμα είδαμε ότι κάθε προφίλ στρατηγικής είχε μια καθορισμένη απόδοση για κάθε παίκτη. Υπάρχει όμως και η περίπτωση τα διάφορα προφίλ στρατηγικής να αποδίδονται με μια ορισμένη συνάρτηση. Στα παραδείγματα που ακολουθούν θα υποδειχθεί ο τρόπος προσδιορισμού των μικτών στρατηγικών σε αντίστοιχες περιπτώσεις.

2.11.1. Ολιγοπώλιο

Ο **Augustin Cournot**⁷⁰ δημιούργησε ένα μοντέλο στρατηγικής αλληλεπίδρασης μεταξύ δύο εταιρειών, στο οποίο η μια εταιρεία ανταγωνίζεται την άλλη στην επιλογή της παραγόμενης ποσότητας ενός ομογενοποιημένου αγαθού. Μια παραλλαγή του μοντέλου έχει ως εξής⁷¹:

Έστω ότι η εταιρεία A και η εταιρεία B παράγουν ακριβώς το ίδιο προϊόν –δηλ. δεν υπάρχει αγοραία διαφοροποίηση και έτσι οι καταναλωτές είναι αδιάφοροι για το ποιας εταιρείας το προϊόν θα επιλέξουν.

Ταυτόχρονα και ανεξάρτητα η μια από την άλλη, οι εταιρείες επιλέγουν τον αριθμό (δηλ. τα τεμάχια) των προϊόντων που θα παράγουν.

Έστω, λοιπόν, ότι q_A η ποσότητα του παραγόμενου προϊόντος (σε χιλιάδες τεμάχια) από την εταιρεία A, και q_B η ποσότητα του παραγόμενου προϊόντος (σε χιλιάδες τεμάχια) από την εταιρεία B με $q_A, q_B > 0$.

Το συνολικό παραγόμενο προϊόν στη αγορά είναι $q_A + q_B$

Θεωρείται ότι το συνολικό παραγόμενο προϊόν, δηλ. κάθε επίπεδο παραγωγής, διατίθεται και καταναλώνεται στην αγορά, αλλά η τιμή πώλησης εξαρτάται από το ύψος της παραγόμενης ποσότητας (μεγαλύτερη ποσότητα παραγωγής συνεπάγεται μικρότερη τιμή διάθεσης). Έτσι, η ζήτηση για το προϊόν δίνεται από μια αντίστροφη σχέση μεταξύ ποσότητας και τιμής: $q_A + q_B = 1000 - P$, όπου P η τιμή πώλησης του προϊόντος στην αγορά.

Τέλος, έστω ότι το κόστος παραγωγής για κάθε 1000 τεμάχια του προϊόντος είναι 100€.

Στο εν λόγω παίγνιο, οι εταιρείες επιλέγουν ποσότητα παραγωγής q_i , με $i = A, B$, και συνεπώς ο στρατηγικός χώρος της εταιρείας A είναι $S_A = [0, \infty)$ και της B $S_B = [0, \infty)$

Η απόδοση της κάθε εταιρείας είναι το κέρδος της, ήτοι:

$$u_A(q_A, q_B) = P q_A - 100 q_A = (1000 - q_A - q_B) q_A - 100 q_A = 900 q_A - q_A^2 - q_B q_A, \text{ και}$$

$$u_B(q_A, q_B) = P q_B - 100 q_B = (1000 - q_A - q_B) q_B - 100 q_B = 900 q_B - q_B^2 - q_B q_A$$

⁶⁹ Nash J. Non-Cooperative Games, Annals of Mathematics, 51 (1951):286-295

⁷⁰ **Augustin Cournot** (1838), Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth, (translated by Nathaniel Bacon), Macmillan and CO Ltd, London

⁷¹ Watson (2013), σελ 113-115

Με δεδομένη την αλληλεξάρτηση των εταιρικών κερδών, η εταιρεία Α θα πρέπει να επιλέξει ένα επίπεδο παραγωγής (q_A^*) το οποίο θα αποτελεί τη βέλτιστη απόκρισή της στο επίπεδο παραγωγής που θα επιλέξει η εταιρεία Β, και αντίστοιχα η εταιρεία Β θα πρέπει να επιλέξει ένα επίπεδο παραγωγής (q_B^*) το οποίο θα αποτελεί τη βέλτιστη απόκρισή της στο επίπεδο παραγωγής που θα επιλέξει η εταιρεία Α.

$$\text{Έτσι για την εταιρεία Α, } \frac{\partial u_A}{\partial q_A} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial q_A} (900 q_A - q_A^2 - q_B q_A) = 900 - 2 q_A + q_B = 0$$

$$\text{Και επιπλέον ισχύει: } \frac{\partial^2 u_A}{\partial q_A^2} = -2 < 0.$$

Συνεπώς, η βέλτιστη απόκριση της **εταιρείας Α** είναι:

$$q_A^* = BR_A(q_B^*) = 450 + \frac{q_B^*}{2},$$

Αντίστοιχα, και επειδή το παίγνιο είναι συμμετρικό, για την **εταιρεία Β** η βέλτιστη απόκριση είναι:

$$q_B^* = BR_B(q_A^*) = 450 + \frac{q_A^*}{2},$$

Επιλύοντας τις δύο εξισώσεις με τους δύο αγνώστους, καταλήγουμε: $q_A^* = q_B^* = 300$ τεμ.

Συνεπώς το στρατηγικό προφίλ για το οποίο ισχύει ότι $u_i(q_i^*, q_{-i}^*) \geq u_i(q_i', q_{-i}^*)$ για κάθε $q_i' \in S_i$ και για κάθε παίκτη i , με $q_i^* \in BR_i(q_{-i}^*)$ για κάθε παίκτη i , είναι το (q_A^*, q_B^*) και ως εκ τούτου $N.E. = (q_A^*, q_B^*) = (300, 300)$, με απόδοση (90.000€, 90.000€).

Έτσι, παράγοντας η κάθε εταιρεία από 300 χιλ. τεμάχια θα έχει κέρδος 90.000€.

Η ισορροπία Nash στο Cournot game είναι **αναποτελεσματική** για τις εταιρείες, καθώς αν παρήγαγαν από 250 χιλ. τεμάχια η κάθε μια θα είχαν κέρδος από 100.000 €, δηλαδή θα επιτύγχαναν υψηλότερο κέρδος από εκείνο που επιτυγχάνουν επιλέγοντας η κάθε μια τη βέλτιστη στρατηγική απόκριση στη στρατηγική της άλλης.

Σημειώνεται ότι η τιμή πώλησης του προϊόντος (σε χιλ. τεμάχια) στην ισορροπία Nash είναι 400€, ενώ η τιμή πώλησης με μειωμένη παραγωγή (250,250) θα ήταν 500€. Έτσι, η ισορροπία Nash μπορεί να είναι αναποτελεσματική για τις εταιρείες, αλλά ενδεχομένως αποτελεσματικότερη σε όρους λειτουργίας της αγοράς δηλ. αποτελεσματικότερη για τον καταναλωτή⁷².

Από αυτή την άποψη, το Cournot game ομοιάζει με το Δίλημμα των Φυλακισμένων. Η βέλτιστη απόκριση στη στρατηγική του αντιπάλου δεν συνεπάγεται ότι είναι και η αποτελεσματικότερη (για τους παίκτες), δηλ. δεν είναι υποχρεωτικά και βέλτιστη κατά Pareto.

Στην ισορροπία Nash, οι εταιρείες παράγουν στο βέλτιστο **κοινό** επίπεδο παραγωγής. Αυτή η «υπερπαραγωγή» των εταιρειών στο N.E. οφείλεται στο ότι η κάθε εταιρεία δεν αξιολογεί (δεν συνεκτιμά) στους υπολογισμούς της το κέρδος της άλλης.

⁷² Διαβάζοντας ο Adam Smith το Cournot game και τη γενίκευση της ισορροπίας Nash, είναι βέβαιο ότι θα χαμογελούσε, και ενδεχομένως θα πρόσθετε τουλάχιστον άλλο ένα λεπτομερειακό παράδειγμα της λειτουργίας της «αόρατης χείρας της αγοράς» του.

Για να γίνει εμφανές αυτό, ας υποθέσουμε μια οριακή αύξηση στην ποσότητα που επιλέγει να παράξει η μια μόνο από τις δύο εταιρείες. Αυτή η αυξημένη ποσότητα, διευρύνει τις πωλήσεις της συγκεκριμένης εταιρείας (παράγει $q + \Delta q$ και πουλάει $q + \Delta q$), αλλά μειώνει την αγοραία τιμή (κατά, $\Delta P = (1000 - q_1 - q_2) - (1000 - q_1 - q_2 - \Delta q) = \Delta q$), η οποία σχετίζεται με τη συνολική ποσότητα παραγωγής. Η εταιρεία που αύξησε οριακά την παραγωγή της, εξισορροπεί αυτές τις δύο αντίστροφες επιδράσεις, μέσω της οριακής αύξησης του κέρδους της.

Παρόλα αυτά, το πρόσθετο εταιρικό όφελος (κέρδος) και το κόστος (δηλ. η μείωση της τιμής) από την αύξηση της ποσότητας, **δεν ισούνται με το κοινό κόστος και όφελος των δύο εταιρειών**. Ειδικότερα, η αύξηση της ποσότητας (από τη μία μόνο εταιρεία) έχει αρνητική επίδραση στα κέρδη της άλλης, λόγω της μείωσης της αγοραίας τιμής. Επειδή, λοιπόν, η επίδραση της τιμής στα κέρδη της κάθε εταιρείας υποεκτιμά την επίδραση της κοινής τιμής, οι εταιρείες έχουν κίνητρο να παράγουν περισσότερα τεμάχια σε σχέση με το κοινό αποτελεσματικό, για τη μεγιστοποίηση του κέρδους τους, επίπεδο.

2.11.2. Bertrand Duopoly Model

Στο μοντέλο του Cournot, θεωρήθηκε ως δεδομένο ότι η τιμή πώλησης του ομογενοποιημένου προϊόντος, που παράγουν οι δύο εταιρείες, είναι κοινή. Μια φαινομενικά μικρή αλλά ουσιαστική τροποποίηση στο ανωτέρω μοντέλο είναι το μοντέλο του **Bertrand**.

Σύμφωνα με αυτό, οι δύο μοναδικές εταιρείες στην αγορά που παράγουν ένα συγκεκριμένο ομογενοποιημένο αγαθό, αντιμετωπίζουν την ίδια καμπύλη ζήτησης με εκείνη του μοντέλου του Cournot: $q_A + q_B = 1000 - P$, όπου P η τιμή πώλησης του προϊόντος στην αγορά. Η διαφορά εδώ είναι ότι οι επιχειρήσεις δεν καλούνται να αποφασίσουν για το ύψος των τεμαχίων (ποσότητα) που θα παράξουν, αλλά για την τιμή διάθεσης που θα καθορίσει η καθεμιά. Για τη δόμηση του μοντέλου υποθέτουμε ότι οι εταιρείες αποφασίζουν ταυτόχρονα και ανεξάρτητα η μία από την άλλη για την **τιμή διάθεσης του προϊόντος τους**⁷³, ενώ και οι δύο έχουν ίδιο κόστος παραγωγής (100€ ανά χίλια τεμάχια, όπως και στο Cournot game).

Στο μοντέλο του Bertrand, θεωρείται ότι η επιχείρηση που θα τιμολογήσει σε υψηλότερη τιμή από την άλλη, δεν θα πουλήσει κανένα τεμάχιο από το προϊόν της.

Στο εν λόγω παίγνιο, λοιπόν, οι εταιρείες επιλέγουν τιμή πώλησης p_i , με $i = A, B$, και συνεπώς ο στρατηγικός χώρος της εταιρείας A είναι, θεωρητικά, $S_A = [0, \infty)$ και της B $S_B = [0, \infty)$.

Η απόδοση της κάθε εταιρείας είναι το κέρδος της, ήτοι:

$$u_i(p_i, p_j) = p_i \cdot (1000 - p_i) - 100(1000 - p_i) = (1000 - p_i)(p_i - 100), \text{ με } i \neq j \text{ και } i, j = A, B.$$

Με τις επισημάνσεις:

(α) αν $p_i > p_j$ τότε $u_i = 0$

(β) αν $p_i < p_j$ τότε $u_j = 0$, και

⁷³ Ένα αντίστοιχο μοντέλο αναλύθηκε από τον **Joseph Bertrand**, *Theorie Mathematique de la Richesse Sociale*, Journal des Savants 68 (1883) :499-508. Η εν λόγω αναφορά γίνεται στο Watson (2013) σελ. 115, όπου ορθώς αναφέρεται ότι οι οικονομολόγοι θεωρούν τον Cournot ως τον θεμελιωτή των θεωριών της επιλογής παραγόμενης ποσότητας προϊόντων, καθώς και της επιλογής τιμής για διαφοροποιημένα προϊόντα. Αντίθετα, ο Bertrand εστίασε την έρευνά του στην τιμολόγηση (καθορισμό τιμής) ομογενοποιημένων αγαθών.

(γ) αν $p_i = p_j$ τότε $u_i = u_j = \frac{1}{2} (1000 - p)(p - 100)$

Η επίλυση του παιγνίου του Bertrand απαιτεί διαφορετική αναλυτική τεχνική, απ' αυτή που χρησιμοποιήθηκε στο Cournot game, επειδή η συνάρτηση βέλτιστης απόκρισης στο μοντέλο του Bertrand δεν είναι τόσο προφανής:

Έτσι, αφενός πρέπει $p_i, p_j \geq 100$, προκειμένου οι επιχειρήσεις να καλύπτουν το κόστος παραγωγής τους. Σε διαφορετική περίπτωση, η επιχείρηση που θα τιμολογήσει με λιγότερο από 100€ (ανά χίλια τεμάχια), θα έχει καθαρές ζημιές.

Επίσης, αν $p_i > p_j > 100$, τότε αυτή η περίπτωση δεν μπορεί να είναι ισορροπία Nash (N.E.) καθώς όταν $p_j > 100$ η εταιρεία i (με $i \neq j$ και $i, j = A, B$) θα επιλέξει μια τιμή μεταξύ 100 και p_j και έτσι θα κερδίσει όλη την αγορά. **Άρα, $p_j > 100$ δεν αποτελεί στρατηγική βέλτιστης απόκρισης.**

Αν $p_j = 100$ και $p_i > p_j$ τότε η εταιρεία j μπορεί να αυξήσει το προσδοκώμενο κέρδος της αυξάνοντας την τιμή της μέχρι του σημείου που παραμένει μικρότερη της τιμής που χρεώνει η επιχείρηση i . **Άρα, $p_j = 100$ δεν αποτελεί στρατηγική βέλτιστης απόκρισης.**

Αν, τέλος, $p_i = p_j > 100$, τότε η περίπτωση αυτή δεν μπορεί να είναι N.E. επειδή κάθε εταιρεία λαμβάνει το μισό μερίδιο της αγοράς, αλλά θα μπορούσε να το κερδίσει όλο αν μείωνε κατά ένα πολύ μικρό ποσό την τιμή της. **Άρα, η $p_i = p_j > 100$ δεν αποτελεί στρατηγική βέλτιστης απόκρισης.**

Συνεπώς, η μόνη πιθανή ισορροπία Nash είναι στο σημείο $p_i = p_j = 100$, δηλ. στο σημείο που οι εταιρείες έχουν κοινή τιμή πώλησης και ίση με το κόστος παραγωγής τους.

Το προφίλ $p_i = p_j = 100$ αποτελεί ισορροπία Nash, καθώς καμία από τις δύο εταιρείες δεν έχει κίνητρο να αυξήσει ή να μειώσει την τιμή της, με δεδομένη την επιλογή της άλλης.

Από τη συγκριτική ανάλυση των δύο μοντέλων συνάγονται πολύ ενδιαφέροντα συμπεράσματα:

Στο παίγνιο καθορισμού τιμής πώλησης (**Bertrand**) οι ανταγωνιστές έχουν μηδενικό κέρδος, ενώ στο παίγνιο καθορισμού ποσότητας παραγωγής (**Cournot**) οι ανταγωνιστές έχουν θετικό κέρδος.

Στο μοντέλο του Bertrand, οι τιμές πώλησης είναι χαμηλότερες ενώ η ποσότητα παραγωγής μεγαλύτερη⁷⁴.

Επιπλέον, στο μοντέλο του Bertrand οι εταιρείες έχουν πάντα κίνητρο να μειώσουν την τιμή τους όσο η κοινή τιμή υπερβαίνει το οριακό κόστος, γνωρίζοντας ότι έτσι θα κατακτήσουν όλη την αγορά. Αντίθετα, στο μοντέλο του Cournot οι εταιρείες πρέπει να αυξήσουν κατά πολύ την ποσότητα παραγωγή τους προκειμένου να αποσπάσουν μεγαλύτερο μερίδιο αγοράς, και φυσικά μεγάλη ποσότητα παραγωγής σημαίνει μεγάλη μείωση της τιμής, που έχει ισχυρή επίπτωση στο κέρδος.

Αυτοί, λοιπόν, είναι οι λόγοι για τους οποίους στην αγορά ομογενοποιημένων προϊόντων ο ανταγωνισμός στον καθορισμό της τιμής είναι αδυσώπητος για τις εταιρείες, ενώ ο ανταγωνισμός στον καθορισμό της παραγόμενης ποσότητας είναι ήπιος.

⁷⁴ Η παραγόμενη ποσότητα (σε χιλ. τμχ) στο σημείο N.E. του μοντέλου του Cournot είδαμε ότι είναι (300,300) ενώ στο σημείο N.E. του μοντέλου του Bertrand είναι (450,450).

2.11.3. Μοντέλο Bertrand με μικτές στρατηγικές ισορροπίας.

Έστω ότι δύο εταιρείες παράγουν ένα ομογενοποιημένο προϊόν και ανταγωνίζονται στον καθορισμό της τιμής (Bertrand Game). Υποθέτουμε ότι οι επιχειρήσεις παράγουν με μηδενικό κόστος και ότι υπάρχουν μόνο δέκα (10) καταναλωτές αυτού του ιδιόμορφου αγαθού (το οποίο με όρους της οικονομικής ανάλυσης δεν είναι «πολυτελείας⁷⁵»). Καθένας από τους εν λόγω καταναλωτές θα ήθελε να αγοράσει ένα τεμάχιο αυτού του προϊόντος⁷⁶ και είναι διατεθειμένος να πληρώσει έως και 10 χιλ. €.

Οι εταιρείες ταυτόχρονα και ανεξάρτητα η μία από την άλλη επιλέγουν τιμή για το προϊόν τους.

Έστω, λοιπόν, ότι P_A είναι η τιμή της πρώτης εταιρείας (εταιρεία A) και P_B είναι η τιμή της δεύτερης εταιρείας (εταιρεία B).

Αν η παραγωγική δυναμικότητα της κάθε εταιρείας ήταν τέτοια που θα επέτρεπε σε κάθε μια από αυτές να παράξουν το σύνολο της ζητούμενης ποσότητας, τότε το παίγνιο θα ήταν αντίστοιχο με τη μορφή του μοντέλου του Bertrand που εξετάστηκε ανωτέρω, στο οποίο οι καταναλωτές αγοράζουν το ομογενοποιημένο προϊόν από την εταιρεία που καθορίζει τη χαμηλότερη τιμή, με τον πρόσθετο περιορισμό ότι η τιμή αυτή θα πρέπει να είναι μικρότερη ή ίση με την τιμή που είναι διατεθειμένοι οι καταναλωτές να πληρώσουν για την αγορά του προϊόντος (δηλ. ≤ 10 χιλ. €). Όπως έχει ήδη αναφερθεί, αν οι εταιρείες καθορίσουν ίδια τιμή για το προϊόν, τότε οι καταναλωτές θα μοιραστούν εξίσου και έτσι οι μισοί θα αγοράσουν από τη μία εταιρεία και οι άλλοι μισοί από την άλλη.

Σύμφωνα με το μοντέλο που ήδη εξετάσαμε, και εφόσον το κόστος παραγωγής είναι μηδενικό, η μοναδική ισορροπία Nash στο παίγνιο θα πρέπει να είναι: $P_A = P_B = 0$.

Η διαφορά με το μοντέλο που ήδη εξετάσαμε είναι ότι στο παρόν παίγνιο θα θέσουμε έναν πρόσθετο περιορισμό σχετικό με την **παραγωγική δυναμικότητα** της κάθε επιχείρησης. Έτσι, υποθέτουμε ότι κάθε εταιρεία έχει τη δυνατότητα να παράξει (και συνεπώς να πουλήσει) το πολύ οκτώ (8) τεμάχια από το προϊόν αυτό, και αναζητούμε τη βέλτιστη στρατηγική της κάθε εταιρείας προκειμένου να βελτιστοποιήσει τη συνάρτηση κέρδους της.

Ο νοητικός συλλογισμός που ακολουθούμε έχει ως εξής:

Αν οι εταιρείες χρεώνουν την ίδια τιμή, δηλ. $P_A = P_B \leq 10$ χιλ. €, τότε πέντε καταναλωτές θα αγοράσουν από την εταιρεία A και πέντε από την εταιρεία B.

Όμως, αν κάποια από τις εταιρείες, έστω i , καθορίσει χαμηλότερη τιμή από ότι η άλλη, έστω j , έτσι ώστε $P_i < P_j \leq 10$ χιλ. €, τότε οκτώ καταναλωτές θα αγοράσουν από την εταιρεία i σε τιμή P_i και οι εναπομείναντες δύο θα αγοράσουν από την εταιρεία j σε τιμή P_j .

Στο σημείο αυτό πρέπει να αναφερθούν κάποιες σημαντικές παρατηρήσεις που διευκολύνουν την ανάλυση:

(α) Η πρώτη αυτονόητη παρατήρηση είναι ότι η επιλογή τιμής μεγαλύτερης των 10 χιλ. €, είναι **ανορθολογική** και για τις δύο εταιρείες γιατί μια τέτοια επιλογή εγγυάται μηδενική

⁷⁵ Η κλασική οικονομική θεωρία υποστηρίζει ότι όταν μειώνεται η τιμή ενός αγαθού «πολυτελείας» μειώνεται και η ζήτησή του, εν αντιθέσει με τα κανονικά αγαθά.

⁷⁶ Το παράδειγμα θα είχε ακριβώς την ίδια μορφή αν στη θέση των δύο εταιρειών είχαμε δυο μικροπωλητές δροσερών εμφιαλωμένων νερών που πωλούν τον περιορισμένο αριθμό τεμαχίων που διαθέτουν στους μοναδικούς δέκα (10) διψασμένους τουρίστες που βρίσκονται έξω από τον αρχαιολογικό χώρο της Ακρόπολης, οι οποίοι είναι διατεθειμένοι να πληρώσουν το πολύ 1€ για κάθε μπουκάλι.

απόδοση στις εταιρείες (κάνεις καταναλωτής δεν πρόκειται να αγοράσει το προϊόν εάν η τιμή του είναι μεγαλύτερη από 10 χιλ. €).

(β) Κάθε εταιρεία i έχει εγγυημένη απόδοση (κέρδος) τουλάχιστον 20 χιλ. € θέτοντας τιμή ανά τεμάχιο ίση με 10 χιλ. € στο προϊόν της, ακόμα κι αν η άλλη εταιρεία επιλέξει πολύ χαμηλή τιμή. Έτσι, η εταιρεία με τη χαμηλή τιμή ανά τεμάχιο θα πουλήσει όλη της την παραγωγή, δηλ. οκτώ τεμ. και συνεπώς οι εναπομείναντες καταναλωτές θα αγοράσουν από την εταιρεία i . Αυτή η παρατήρηση μας βοηθάει να προσδιορίσουμε το στρατηγικό χώρο των εταιρειών, ο οποίος είναι: $P_A, P_B \in [0, 10]$ σε χιλ. €

(γ) Η τρίτη σημαντική παρατήρηση είναι ότι δεν υπάρχει ισορροπία Nash σε αμιγείς στρατηγικές. Ειδικότερα,

- Αν $P_A = P_B > 0$, κάθε εταιρεία έχει κίνητρο να παρεκκλίνει μονομερώς από την ισορροπία αυτή, καθορίζοντας μια χαμηλότερη τιμή προκειμένου να κερδίσει το μερίδιο της αγοράς των οκτώ τεμαχίων (που αποτελεί και το επίπεδο της παραγωγικής της δυναμικότητας), και όχι των πέντε που εγγυάται το προφίλ της ταυτόσημης θετικής τιμής.

- Αν $P_A = P_B = 0$, τότε κάποια από τις εταιρείες θα έχει όφελος να καθορίσει την τιμή του αγαθού της στις 10 χιλ. €, προκειμένου να αποκομίσει κέρδος από τους δύο εναπομείναντες καταναλωτές.

- Αν $P_i < P_j \leq 10$ χιλ. €, τότε, στην περίπτωση αυτή, η εταιρεία j θα καθορίσει τιμή $P_j = 10$ χιλ. € και τότε η εταιρεία i , που έθεσε τιμή P_i , θα έχει διαρκώς το κίνητρο να αυξήσει αυτή την τιμή σε $P_i + dP_i$ (δηλ. θα έχει διαρκώς κίνητρο να παρεκκλίνει από το προφίλ ισορροπίας αυξάνοντας την αρχικώς καθορισθείσα τιμή της προκειμένου να αυξήσει τα κέρδη της).

Συμπερασματικά, δεν υπάρχει προφίλ τιμών που να συνιστούν ισορροπία Nash σε αμιγείς στρατηγικές.

Συνεπώς, και βάσει του γενικού θεωρήματος του Nash, πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον μια ισορροπία σε μικτές στρατηγικές.

Θα δειχθεί κατωτέρω ότι υπάρχει μια ισορροπία Nash σε μικτές στρατηγικές, η οποία είναι συμμετρική και τυχαία στο διάστημα $[P, 10]$ σε χιλ. €.

Έστω F μια **συνάρτηση αθροιστικής κατανομής** η οποία παρουσιάζει την αθροιστική πιθανότητα της κατανομής των μικτών στρατηγικών για κάθε μία από τις εταιρείες. Δηλαδή, για κάθε εταιρεία i , η συνάρτηση $F(x)$ είναι η πιθανότητα η εταιρεία αυτή να καθορίσει μια τιμή $P_i \leq x$

Η συνάρτηση F θα πρέπει να είναι συνεχής, διαφορετικά η κάθε εταιρεία θα έχει κίνητρο να παρεκκλίνει επιλέγοντας τιμή ελαφρώς χαμηλότερη από το σημείο ασυνέχειας, και επιπλέον θεωρούμε ότι η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα.

Το πεδίο ορισμού της Συνάρτησης είναι το $[0,10]$ σε χιλ. € και το πεδίο τιμών $[0,1]$, δηλ. $F: [0, 10] \rightarrow [0, 1]$.

Όπως έχει επανειλημμένως αναφερθεί, η ύπαρξη και συνεπώς η εύρεση της μικτής στρατηγικής στηρίζεται στο γεγονός ότι ο παίκτης θα την αναζητήσει όταν είναι αδιάφορος μεταξύ των αποδόσεων που του αποφέρουν οι αμιγείς εναλλακτικές στρατηγικές που διαθέτει. Όταν, δηλαδή, οι αποδόσεις που αναμένει να λάβει από τις αμιγείς στρατηγικές του -βάσει της πεποιθήσής του για τη στρατηγική που θα ακολουθήσει ο άλλος παίκτης- δεν διαφοροποιούνται (είναι ίσες).

Έστω, λοιπόν, ότι μια από τις δύο εταιρείες (έστω η j) επιλέγει την τιμή του προϊόντος της βάσει της συνάρτησης αθροιστικής κατανομής F , και η άλλη εταιρεία (έστω η i) καθορίζει μια τιμή για το δικό της προϊόν P_i , τότε η αναμενόμενη απόδοση της i θα είναι:

$$u_i = 8 \cdot P_i(1 - F(P_i)) + 2 P_i \cdot F(P_i)$$

Όπου, $F(P_i)$ είναι η πιθανότητα η εταιρεία j να καθορίσει μια τιμή $P_j < P_i$, και $1 - F(P_i)$ είναι η πιθανότητα η εταιρεία j να καθορίσει μια τιμή $P_j > P_i$

Αν λοιπόν η εταιρεία i καθορίσει $P_i = 10$ χιλ. € τότε επειδή $F_{(10.000)} = 1$, η αναμενόμενη απόδοσή της θα είναι: $u_i = 8 P_i(1 - 1) + 2 P_i 1 = 2 \cdot 10.000€ = 20.000€$

Έτσι λοιπόν υπάρχει ένα διάστημα τιμών, έστω $[P^+, 10]$ ⁷⁷, στο οποίο η μία από τις δύο εταιρείες θα έχει σταθερή αναμενόμενη απόδοση και ίση με 20.000€

Άρα, για κάθε τιμή $x \in [P^+, 10]$, $8x(1 - F(x)) + 2x F(x) = 20.000 \Rightarrow F(x) = \frac{4x - 20.000}{3x}$

Γνωρίζουμε, όμως, εξ' ορισμού ότι $F_{(P^+)} = 0$.

Συνεπώς, $4x - 20.000 = 0 \Rightarrow x = 5.000$ €

Συμπερασματικά, το προφίλ στρατηγικών ισορροπίας σε μικτές στρατηγικές θα βρίσκεται στο διάστημα $[5.000, 10.000]$ και οι εταιρείες θα καθορίζουν τυχαίοποιημένα τιμές στο διάστημα αυτό σύμφωνα με τη συνάρτηση αθροιστικής κατανομής. Κάθε εταιρεία θα έχει αναμενόμενη απόδοση στο N.E. ίση με 20.000 €.

Σε σύγκριση με το παίγνιο του Bertrand διαπιστώνουμε ότι ένας απλός περιορισμός στην παραγωγή οδηγεί τις εταιρείες να επιλέξουν τυχαία την καθορισθείσα τιμή. Η τυχαιοποίηση των πιθανοτήτων εξισορροπεί δύο αντίθετες δυνάμεις. Αυξάνοντας την τιμή, η εταιρεία αυξάνει το κέρδος της, αλλά μειώνει την πιθανότητα να έχει μικρότερη τιμή από την ανταγωνίστριά της και συνεπώς υψηλότερο μερίδιο αγοράς.

2.12. Ισορροπία Nash σε παίγνιο με μη πεπερασμένο αριθμό παικτών

Έστω ότι έχουμε ένα παίγνιο με n αριθμό παικτών.

Ταυτόχρονα και ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλο, όλοι οι παίκτες επιλέγουν μεταξύ δύο εναλλακτικών στρατηγικών, έστω X και Y .

Η απόδοση του όποιου παίκτη i θα είναι μία (1) μονάδα αν επιλέξει τη στρατηγική Y . Αν ο παίκτης i επιλέξει τη στρατηγική X , η απόδοσή του θα είναι διακόσιες (200) μονάδες στην περίπτωση που κανείς άλλος δεν επιλέξει X και μηδέν (0) αν τουλάχιστον άλλος ένας παίκτης επιλέξει επίσης X .

Για την εύρεση ισορροπίας σε μικτές στρατηγικές, σκεφτόμαστε ότι ένας τουλάχιστον παίκτης i θα πρέπει να είναι αδιάφορος μεταξύ των αποδόσεων που του αποφέρουν οι αμιγείς εναλλακτικές του στρατηγικές, X και Y .

Υποθέτουμε ότι καθένας από τους υπόλοιπους παίκτες ($n - 1$) επιλέγουν Y με πιθανότητα α . Επειδή όλοι οι παίκτες επιλέγουν ταυτόχρονα και ανεξάρτητα, η πιθανότητα να επιλέξουν στο σύνολό τους (δηλ. και οι $n-1$) τη στρατηγική Y είναι: α^{n-1} . Σ' αυτή την περίπτωση ο παίκτης i θα επιτύχει απόδοση 200 μονάδες επιλέγοντας τη στρατηγική X . Σε

⁷⁷ Όπου P είναι η τιμή που καθορίζει η ανταγωνίστρια εταιρεία, και συνεπώς P^+ η οριακά μεγαλύτερη τιμή πέρα από την οποία καθορίζεται το ανωτέρω διάστημα.

διαφορετική περίπτωση, η επιλογή της στρατηγικής X θα αποφέρει στον παίκτη i απόδοση μηδέν (0).

Έτσι, η αναμενόμενη απόδοση του παίκτη i επιλέγοντας τη στρατηγική X , είναι:

$$u_i^X = 200 \cdot \alpha^{n-1} + 0 \cdot (1 - \alpha^{n-1}) = 200 \cdot \alpha^{n-1}$$

Η αναμενόμενη απόδοσή του στην περίπτωση που επιλέγει τη στρατηγική Y , είναι:

$$u_i^Y = 1$$

Εξισώνοντας τις αποδόσεις ώστε ο παίκτης i να είναι αδιάφορος μεταξύ των δύο αμιγών στρατηγικών του, και συνεπώς να επιλέξει μικτή στρατηγική, έχουμε:

$$200 \alpha^{n-1} = 1 \Rightarrow \alpha^{n-1} = \frac{1}{200} \text{ ή, ομοίως, } \alpha = \left(\frac{1}{200}\right)^{\frac{1}{n-1}}$$

Συνεπώς, υπάρχει μια μικτή στρατηγική ισορροπίας στην οποία κάθε παίκτης επιλέγει τη στρατηγική Y με πιθανότητα $\alpha = \left(\frac{1}{200}\right)^{\frac{1}{n-1}}$.

2.13. Γραφική απεικόνιση των αποδόσεων στους κλασικούς τύπους παιγνίων.

Έχοντας προσδιορίσει τις αμιγείς στρατηγικές ισορροπίας στα μοντέλα των «κλασικών» τύπων παιγνίων και έχοντας αναφέρει τη διαδικασία εύρεσης των στρατηγικών μικτής ισορροπίας, είναι χρήσιμο να παρουσιάσουμε τη γραφική απεικόνιση του συνόλου των λύσεων στα παίγνια αυτά και να ελέγξουμε αν οι ισορροπίες Nash είναι και άριστες κατά Pareto.

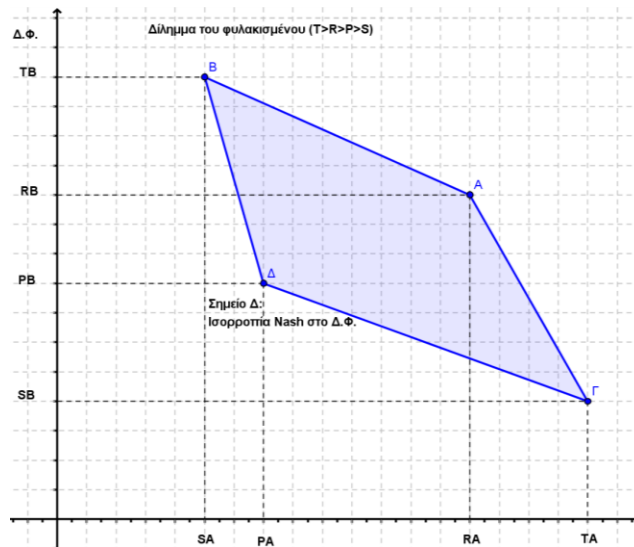
Όπως είπαμε, η **ισορροπία Nash** (σε αμιγείς ή μικτές στρατηγικές) είναι μια κατάσταση, μια πιθανή έκβαση του παιγνίου, από την οποία οι παίκτες δεν έχουν συμφέρον να απομακρυνθούν **μονομερώς** όταν είναι δεδομένο ότι οι άλλοι παίκτες θα διατηρήσουν τις στρατηγικές επιλογές που έκαναν. Αυτή η κατάσταση δεν συνεπάγεται ότι η ισορροπία Nash εγγυάται μια άριστη κατά Pareto έκβαση, δηλ. μια έκβαση από την οποία είναι αδύνατη η αύξηση της απόδοσης ενός παίκτη χωρίς τη μείωση της απόδοσης κάποιου άλλου.

1. Σύνολο λύσεων στα παίγνια τύπου «Δίλημμα των Φυλακισμένων» (Δ.Φ.)

		B	
		Συνεργασία	Παρασπονδία
A	Συνεργασία	R_A, R_B	S_A, T_B
	Παρασπονδία	T_A, S_B	P_A, P_B

Όπου, $T_i > R_i > P_i > S_i$ με $i = A, B$

Πίνακας 48 – Γενική μήτρα παιγνίων τύπου Δ.Φ.

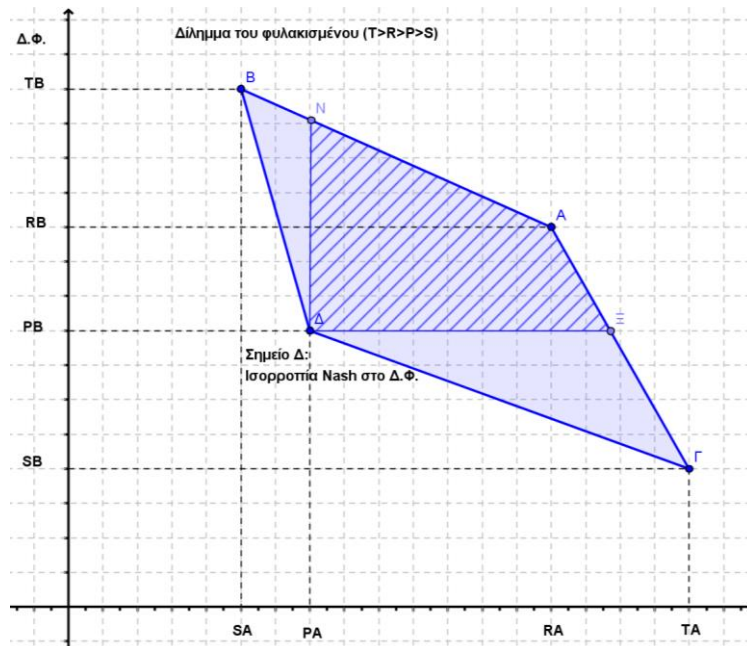


Διάγραμμα 10 – Απεικόνιση των αποδόσεων σε παίγνια τύπου Δ.Φ.

Η κυρίαρχη στρατηγική που έχουν και οι δύο παίκτες οδηγεί στο προφίλ ισορροπίας Nash, η οποία απεικονίζεται στο διάγραμμα ως σημείο Δ. Είναι φανερό ότι υπάρχει προφίλ αμιγών στρατηγικών που οδηγεί σε μια κατάσταση Pareto (σημείο Α) από την οποία δεν μπορεί να βελτιωθεί η απόδοση του ενός αν δεν μειωθεί η απόδοση του άλλου.

Σε σχέση με το σημείο ισορροπίας (Δ) υπάρχουν άλλες εκβάσεις σε μικτές στρατηγικές οι οποίες αποφέρουν μεγαλύτερη απόδοση και στους δύο παίκτες αλλά δεν αποτελούν ευσταθείς ισορροπίες ή αλλιώς διατηρήσιμες εκβάσεις.

Στο κατωτέρω διάγραμμα, το σκιασμένο τετράπλευρο ΝΑΞΔ περιέχει τα προφίλ μικτών στρατηγικών που αποφέρουν υψηλότερη απόδοση και στους δύο εμπλεκόμενους από την απόδοση που τους παρέχει το σημείο Δ.



Διάγραμμα 11

2. Σύνολο λύσεων στα παίγνια τύπου «Αδιεξόδου» (ΑΔ)

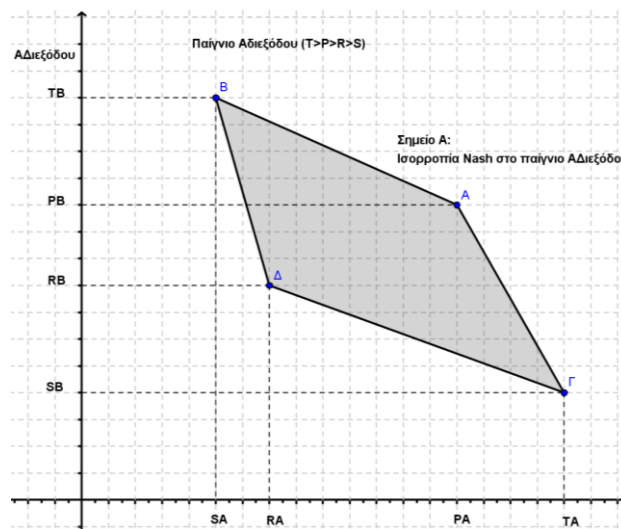
		B	
		Συνεργασία	Παρασπονδία
A	Συνεργασία	R_A, R_B	S_A, T_B
	Παρασπονδία	T_A, S_B	P_A, P_B

Όπου, $T_i > P_i > R_i > S_i$ με $i = A, B$

Πίνακας 49 – Μήτρα αποδόσεων σε παίγνια τύπου ΑΔ

Ο κάθε παίκτης, όπως και στο τύπου Δ.Φ., έχει κυρίαρχη στρατηγική (τη στρατηγική της «παρασπονδίας»), αλλά, πλέον⁷⁸, το προφίλ των κυρίαρχων στρατηγικών των δύο παικτών (παρασπονδία, παρασπονδία) οδηγεί σε έκβαση που είναι **αμυβαία** προτιμότερη από το διάλυμα που θα κατέληγαν σε περίπτωση που και οι δύο εμπλεκόμενοι συνεργάζονταν.

Η ισορροπία Nash σε αμιγείς στρατηγικές αποτελεί και βέλτιστη κατά Pareto έκβαση.



Διάγραμμα 12

3. Σύνολο λύσεων στα παίγνια τύπου Battle of Sexes.

Στα εν λόγω τύπου παίγνια, κάθε παίκτης έχει μια ισχυρή προτίμηση προς μια έκβαση, αλλά η προτίμησή του αυτή δεν είναι ικανή να αποτελέσει κυρίαρχη στρατηγική. Συνεπώς κανείς παίκτης δεν έχει κυρίαρχη αμιγή στρατηγική.

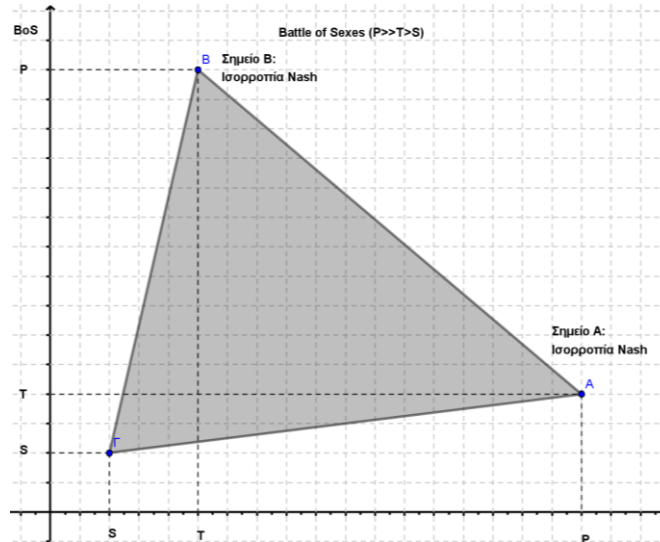
		B	
		Προτίμηση A	Προτίμηση Γ
A	Προτίμηση A	P, T	S, S
	Προτίμηση Γ	S, S	T, P

$$P \gg T > S$$

Πίνακας 50 – Μήτρα αποδόσεων σε παίγνια τύπου B.S.

Τα παίγνια του τύπου αυτού έχουν δύο σημεία ισορροπίας. Το σημείο ισορροπίας A αποτελεί προτιμητέα ισορροπία για τον παίκτη A και το σημείο ισορροπίας B προτιμητέα για τον παίκτη B. Καθένα από τα σημεία ισορροπίας είναι και βέλτιστα κατά Pareto.

⁷⁸ Στο παίγνιο τύπου Δ.Φ. η κατάταξη των προτιμήσεων είναι: $T_i > R_i > P_i > S_i$, ενώ στο παίγνιο Αδιεξόδου η κατάταξη των προτιμήσεων είναι: $T_i > P_i > R_i > S_i$



Διάγραμμα 13

4. Σύνολο λύσεων στα παίγνια τύπου Chicken Game

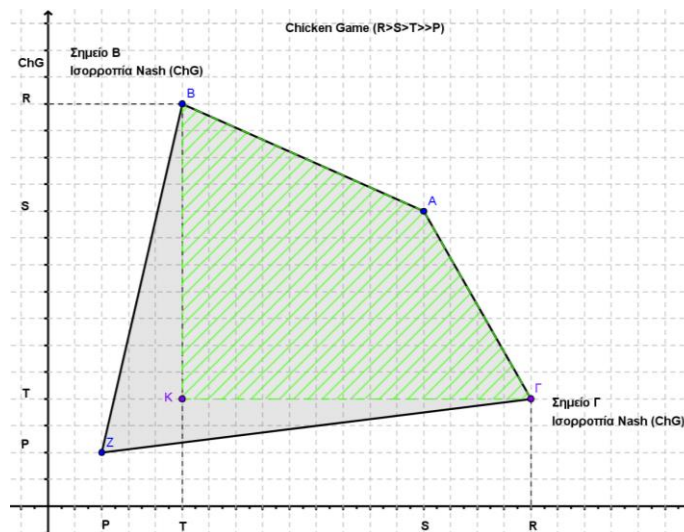
Το **παίγνιο του δειλού** είναι ένα υπόδειγμα καταστάσεων ισχυρού ανταγωνισμού στο οποίο ο ένας παίκτης επιθυμεί να αποφύγει την υποταγή του στον άλλον. Στην περίπτωση που κανένας δεν υποχωρήσει τότε και οι δύο οδηγούνται στη χειρότερη δυνατή έκβαση.

		B	
		Επιβολή	Υποταγή
A	Επιβολή	<i>P, P</i>	<i>R, T</i>
	Υποταγή	<i>T, R</i>	<i>S, S</i>

με $R > S > T \gg P$

Πίνακας 51 – Μήτρα παιγνίων τύπου chicken game

Στα παίγνια αυτού του τύπου υπάρχουν δύο προφίλ ισορροπίας Nash, το ένα ευνοεί τον ένα παίκτη και το άλλο τον άλλον. Το σημείο Γ στο γράφημα απεικονίζει τις αποδόσεις στο προφίλ ισορροπίας που ευνοεί τον παίκτη A και το σημείο B ευνοεί τον παίκτη B. Και τα δύο προφίλ ισορροπίας είναι βέλτιστα κατά Pareto.



Διάγραμμα 14

Το γραμμοσκιασμένο τετράπλευρο ΒΑΓΚ δείχνει τα προφίλ τα οποία αντιπροσωπεύουν καλύτερες εκβάσεις για τον παίκτη που βρίσκεται στη μη-προτιμητέα γι' αυτόν ισορροπία.

Έτσι, όταν η έκβαση του παιγνίου είναι στο σημείο Γ κάθε άλλη έκβαση (που όμως δεν προέρχεται από μονομερείς ενέργειες) με αποδόσεις εντός του γραμμοσκιασμένου τετραπλεύρου αποφέρει υψηλότερη απόδοση στον παίκτη Β, αλλά μειώνει την απόδοση του παίκτη Α. Η εν λόγω παρατήρηση έχει αξία για τις περιπτώσεις επαναλαμβανόμενων παιγνίων αυτού του τύπου.

5. Σύνολο λύσεων στα παίγνια τύπου Assurance game

Όπως έχει αναφερθεί, στα παίγνια αυτού του τύπου οι παίκτες καλούνται να επιλέξουν μεταξύ ενός βέβαιου προσωπικού οφέλους (προσωπική ασφάλεια) και ενός υπέρτερου σε μέγεθος προσωπικού οφέλους που, όμως, η επίτευξή του προϋποθέτει τη συνεργασία και των δύο εμπλεκομένων.

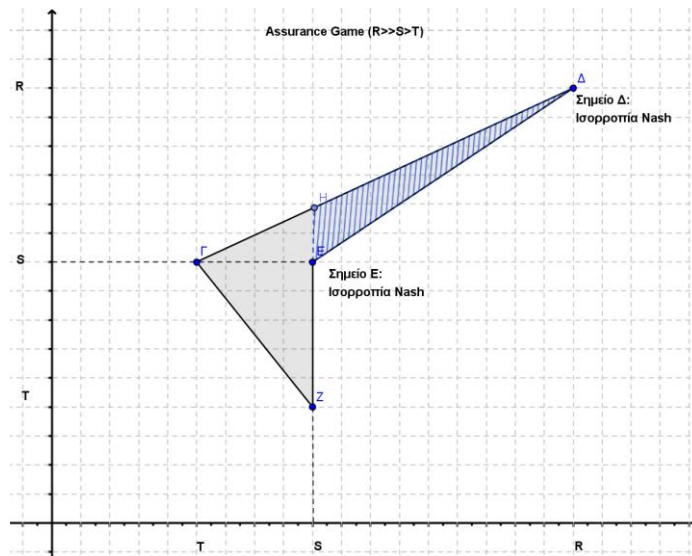
		B	
		Ομαδικά	Ατομικά
A	Ομαδικά	R, R	T, S
	Ατομικά	S, T	S, S

με $R \gg S > T$

Πίνακας 52 – Μήτρα αποδόσεων παιγνίου τύπου Assurance

Οι παίκτες δεν διαθέτουν κυρίαρχη στρατηγική, και το παίγνιο έχει δύο ισορροπίες Nash. Στο ένα προφίλ ισορροπίας το οποίο δεν αποτελεί βέλτιστη κατά Pareto έκβαση, οι παίκτες λαμβάνουν τις αποδόσεις ασφαλείας. Στο άλλο προφίλ οι παίκτες επιτυγχάνουν ισορροπία Nash η οποία αποτελεί και βέλτιστη κατά Pareto έκβαση.

Το σημείο Δ αποτελεί ισορροπία Nash και η έκβαση αυτή είναι βέλτιστη κατά Pareto. Αντίθετα, το σημείο Ε που αποτελεί κι αυτό ισορροπία Nash δεν είναι βέλτιστη έκβαση σε όρους Pareto καθώς οποιοδήποτε προφίλ μικτών στρατηγικών που αποφέρει αποδόσεις στο γραμμοσκιασμένο τρίγωνο ΔΗΕ παρέχει και στους δύο εμπλεκόμενους υψηλότερες απολαβές.



Διάγραμμα 15

6. Βελτιστοποίηση κατά Pareto.

Όπως έχει αναφερθεί, η απόδοση που λαμβάνει ένας παίκτης σε κάθε ενδεχόμενη έκβαση ενός παιγνίου σχετίζεται με την προσκτηθείσα χρησιμότητα (ομοίως ωφέλεια ή ικανοποίηση) που προσλαμβάνει από τη συγκεκριμένη κάθε φορά έκβαση.

Ο κάθε παίκτης, όπως έχουμε θέσει ως προϋπόθεση, είναι σε θέση να αξιολογήσει και συνεπώς να κατατάξει τις ενδεχόμενες εκβάσεις του παιγνίου με βάση την ωφέλεια που προσλαμβάνει απ' αυτές, και έτσι να προτιμά κάποιες εκβάσεις περισσότερο από κάποιες άλλες ή να είναι αδιάφορος μεταξύ εκβάσεων που του παρέχουν την ίδια χρησιμότητα.

Επιπλέον, επειδή η ποσότητα ωφέλειας (ικανοποίησης) που λαμβάνει ο παίκτης από μια κατάσταση (έκβαση) είναι μια απολύτως υποκειμενική υπόθεση, κανένας εξωτερικός παρατηρητής δεν είναι σε θέση να προβεί σε συγκρίσεις ωφελιμότητας ανάμεσα σε ξεχωριστά άτομα. Είναι δυνατόν όμως, για έναν εξωτερικό παρατηρητή να αναπτύξει ένα μέσο είτε εκτίμησης «καταστάσεων» (π.χ. εκβάσεις) είτε «μεταβολής καταστάσεων» μέσω της αποτελεσματικότητάς τους.

Υποστηρίζουμε, λοιπόν, ότι αυξάνεται η «ευημερία» όλων των εμπλεκόμενων παικτών αν μια υφιστάμενη «κατάσταση» L μεταβληθεί σε μια «νέα κατάσταση» L' στην οποία: (α) ο κάθε παίκτης βελτιώνει το προσωπικό του επίπεδο χρησιμότητας ή (β) τουλάχιστον ένας παίκτης βελτιώνει το επίπεδο χρησιμότητάς του χωρίς να χειροτερεύει το επίπεδο χρησιμότητας που λαμβάνει καθένας από τους άλλους εμπλεκόμενους παίκτες.

Αν λοιπόν σε οποιαδήποτε δεδομένη κατάσταση, διαπιστωθεί ότι **είναι αδύνατο** να επιφέρουμε *οποιαδήποτε* αλλαγή χωρίς να χειροτερεύσει η χρησιμότητα που προσλαμβάνει κάποιος από τους εμπλεκόμενους παίκτες, τότε λέμε ότι η κατάσταση αυτή είναι **αποτελεσματική κατά Pareto** ή ότι το αποτέλεσμα (έκβαση) είναι άριστο κατά Pareto⁷⁹.

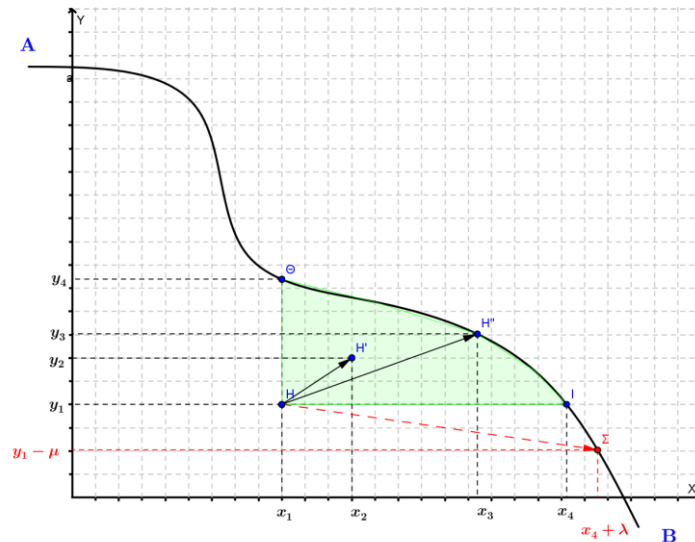
Αντίστροφα, αν σε μια δεδομένη κατάσταση διαπιστωθεί ότι **είναι δυνατό** να βελτιωθεί για τουλάχιστον έναν παίκτη η χρησιμότητα που προσλαμβάνει, χωρίς ταυτόχρονα να χειροτερεύσει η θέση κανενός άλλου εμπλεκόμενου, τότε λέμε ότι η κατάσταση αυτή **δεν είναι αποτελεσματική κατά Pareto**.

Είναι σημαντικό να τονιστεί, ότι η συνθήκη **αποτελεσματικότητας Pareto** «δεν λέει ότι κάθε μεταστροφή από μια μη-άριστη σε μια άριστη κατάσταση κατά Pareto αποτελεί το ίδιο το άριστο του Pareto. Ο κανόνας περιγράφει τα χαρακτηριστικά μιας αλλαγής και δεν συνδέεται άμεσα με το χαρακτηριστικό μιας κατάστασης ή συνθήκης πριν ή μετά την αλλαγή⁸⁰».

Για παράδειγμα, έστω ότι στους δύο άξονες του κατωτέρω διαγράμματος μετριέται η χρησιμότητα (ωφέλεια, ικανοποίηση) του παίκτη Y και του παίκτη X , μέσω της έκφρασης των προτιμήσεων τους για τις διάφορες εκβάσεις σε μια κατάσταση στρατηγικής αλληλεπίδρασης. Κάθε σημείο κατά μήκος της οριακής καμπύλης AB αντιπροσωπεύει μια ισορροπία βέλτιστη κατά Pareto. Κάθε κίνηση από ένα τέτοιο σημείο προς ένα άλλο σημείο επάνω ή μέσα στο όριο μειώνει την ωφέλεια του ενός εκ των δύο παικτών.

⁷⁹ Buchanan J. και Tullock G. (1999), σελ. 297-301

⁸⁰ Ο.π. σελ. 299



Διάγραμμα 16

Έστω, ότι η αρχική κατάσταση ισορροπίας είναι το σημείο **H** όπου το διάνυσμα απόδοσης που επιτυγχάνεται είναι (x_1, y_1) . Επειδή θεωρήσαμε ότι όλες οι άριστες κατά Pareto εκβάσεις κείτονται επί της καμπύλης AB, η ισορροπία στο σημείο H δεν είναι άριστη κατά Pareto (ομοίως είναι αναποτελεσματική κατά Pareto).

Μια αλλαγή ισορροπίας από το σημείο **H** στο σημείο **H''** δημιουργεί μια νέα κατάσταση **αποτελεσματική κατά Pareto** καθώς και οι δύο παίκτες στο σημείο **H''** (το οποίο είναι άριστο κατά Pareto, αφού κείται επί της καμπύλης AB) λαμβάνουν υψηλότερη χρησιμότητα από εκείνη που λάμβαναν στο σημείο H, μιας και $x_3 > x_1$ και $y_3 > y_1$.

Αντίθετα, μια μετακίνηση από το σημείο **H** στο σημείο **Σ** (το οποίο είναι άριστο κατά Pareto, αφού κείται επί της καμπύλης AB) **δεν** δημιουργεί μια νέα **αποτελεσματική** κατά Pareto ισορροπία μιας και βελτιώνει τη χρησιμότητα του παίκτη X ($x_4 + \lambda > x_1$), αλλά μειώνει τη χρησιμότητα του παίκτη Y ($y_1 - \mu < y_1$).

Έτσι, το κριτήριο Pareto δεν μας λέει ότι κάθε μετακίνηση από μια μη-άριστη κατά Pareto ισορροπία προς μια άριστη κατά Pareto είναι ταυτόχρονα και **αποτελεσματική κατά Pareto**.

Μια αλλαγή ισορροπίας από το σημείο **H** στο σημείο **Θ** ή από το σημείο **H** στο σημείο **I** είναι αποτελεσματική κατά Pareto καθώς βελτιώνει τη χρησιμότητα του ενός παίκτη χωρίς να χειροτερεύει τη χρησιμότητα του άλλου.

Επίσης, η μετατόπιση από το σημείο **H** στο **H'** είναι καθαυτή αποτελεσματική κατά Pareto καθώς βελτιώνει ταυτόχρονα τη χρησιμότητα και των δύο παικτών, παρότι αυτή η μετατόπιση πηγαίνει την ισορροπία από μια μη-άριστη σε μια επίσης μη-άριστη ισορροπία. Η μετατόπιση είναι αποτελεσματική κατά Pareto, αλλά το νέο σημείο ισορροπίας δεν είναι αποτελεσματικό κατά Pareto.

7. Ισορροπίες Nash και Nash-Pareto στα 2x2 κλασικά παίγνια.

Για μια συγκριτική παρουσίαση θεωρούμε την κατάταξη αποδόσεων $T > R > P > S$ η οποία είναι κοινή και για τους δύο εμπλεκόμενους και έτσι οι μήτρες των παιγνίων έχουν ως εξής:

		B	
		X	Y
A	X	R, R	S _A , T
	Y	T, S	P, P

Μήτρα τύπου Δ.Φ.

		B	
		X	Y
A	X	P, P	S, T
	Y	T, S	R, R

Μήτρα τύπου ΑΔιεξόδου

		B	
		X	Y
A	X	T, P	S, S
	Y	S, S	P, T

Μήτρα τύπου Β.ο.Σ.

		B	
		X	Y
A	X	S, S	T, P
	Y	P, T	R, R

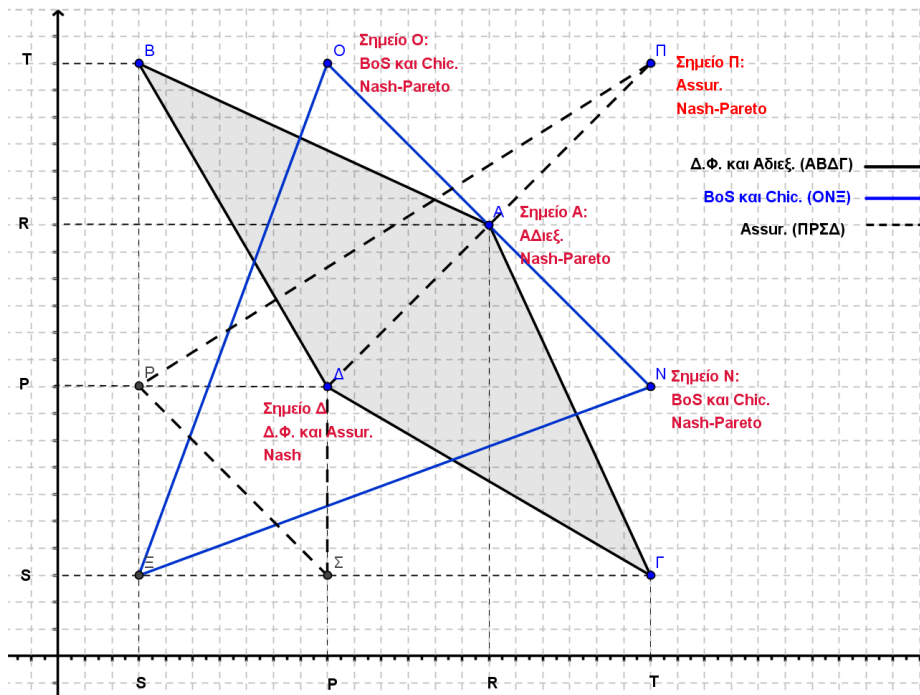
Μήτρα τύπου Chic.

		B	
		X	Y
A	X	T, T	S, P
	Y	P, S	P, P

Μήτρα τύπου Assur.

Πίνακας 53

Στο κατωτέρω διάγραμμα παρουσιάζεται μια θεωρητική κατάσταση στην οποία ελέγχονται οι ισορροπίες Nash και οι ισορροπίες Nash-Pareto, σε σχέση με τον τύπο του παιγνίου στο οποίο εμπλέκονται δύο παίκτες, οι οποίοι έχουν δεδομένη κατάταξη προτιμήσεων (συμμετρική και για τους δύο) και δύο όμοιες εναλλακτικές στρατηγικές.



Διάγραμμα 17

2.14. Ανταγωνιστικά παίγνια δύο παικτών.

Αυστηρώς ανταγωνιστικά παίγνια δύο παικτών είναι τα παίγνια στα οποία οι δύο παίκτες έχουν ακριβώς αντίθετες προτιμήσεις ως προς τις προκύπτουσες αποδόσεις.

Με μαθηματικούς όρους, ένα αυστηρώς ανταγωνιστικό παίγνιο δύο παικτών έχει την ιδιότητα ότι για κάθε δύο στρατηγικά προφίλ $s, s' \in S$ η απόδοση του ενός παίκτη $u_1(s) > u_1(s')$ αν και μόνο αν $u_2(s) < u_2(s')$.

Έτσι, συγκρίνοντας τα διάφορα στρατηγικά προφίλ, όταν αυξάνει η απόδοση του ενός παίκτη, μειώνεται υποχρεωτικά η απόδοση του άλλου παίκτη.

Τα αυστηρώς ανταγωνιστικά παίγνια δεν παρέχουν στρατηγικό προφίλ για κοινό όφελος ή για συμβιβασμό.

		B	
		Z	X
A	M	3, 2	0, 4
	N	6, 1	1, 3

Ανταγωνιστικού τύπου παίγνιο
Πίνακας 54

Στο παραπλεύρως ανταγωνιστικό παίγνιο ο παίκτης A έχει υψηλότερες αποδόσεις σε σχέση με τον παίκτη B, στα στρατηγικά προφίλ (M,Z) και (N,Z).

Ο παίκτης B έχει υψηλότερες αποδόσεις σε σχέση με τον παίκτη A, στα στρατηγικά προφίλ (M,X) και (N,X).

Ένα ειδικότερο παράδειγμα αυστηρώς ανταγωνιστικού παιγνίου είναι το παίγνιο «**Matching Pennies**»

		B	
		Z	X
A	Z	1, -1	-1, 1
	X	-1, 1	1, -1

Παίγνιο: Matching Pennies
(στρίψιμο του νομίσματος)
Πίνακας 55

Σ' αυτό το παίγνιο υπάρχουν μόνο δύο διακριτά προφίλ αποδόσεων, (1,-1) και (-1,1), από τα οποία το ένα ευνοεί τον ένα παίκτη και το άλλο τον άλλον.

Το ειδικότερο του εν λόγω αυστηρώς ανταγωνιστικού παιγνίου είναι ότι το άθροισμα των αποδόσεων των παικτών σε κάθε στρατηγικό προφίλ είναι μηδέν. Για το λόγο αυτό ονομάζονται και **παίγνια μηδενικού αθροίσματος**⁸¹.

2.15. Στρατηγικές Ασφαλείας (Security Strategy)

Η έννοια της ασφαλούς στρατηγικής σχετίζεται με την αξιολόγηση της χειρότερης δυνατής έκβασης (worst case scenarios).

Σε κάθε παίγνιο η **χειρότερη απόδοση** που ο παίκτης i μπορεί να επιτύχει όταν παίζει τη στρατηγική s_i συμβολίζεται ως: $W_i(s_i) \equiv \min_{s_j \in S_j} u_i(s_i, s_j)$

Για την εύρεση της στρατηγικής ασφάλειας, ελέγχουμε τις στρατηγικές του παίκτη j για να εντοπίσουμε εκείνη που δίνει στον παίκτη i τη χαμηλότερη απόδοση, με δεδομένο ότι ο παίκτης i θα επιλέξει s_i .

Η ουσία της στρατηγικής ασφάλειας είναι ότι αν ο παίκτης i επιλέξει τη στρατηγική αυτή (έστω s_i) τότε είναι δεδομένο ότι η απόδοση που θα λάβει θα είναι τουλάχιστον $W_i(s_i)$. Είναι δηλαδή η ελάχιστη απολαβή που μπορεί να αναμένει ο παίκτης παίζοντας μια συγκεκριμένη στρατηγική.

Ο εντοπισμός της στρατηγικής ασφάλειας για έναν παίκτη έχει αξία καθόσον του διασφαλίζει ένα ελάχιστο επίπεδο απόδοσης που μπορεί να αναμένει από το παίγνιο. Η στρατηγική ασφάλειας έχει την ιδιότητα ότι παρέχει στον παίκτη που την επιλέγει την «**καλύτερη από τις χειρότερες δυνατές αποδόσεις**».

⁸¹ Στα παίγνια μηδενικού αθροίσματος εστίασαν οι J. Von Neumann και O. Morgenstern Theory of Games and Economic Behavior, Princeton University Press, Princeton, 1944.

Μαθηματικός ορισμός: Μια στρατηγική $s_i \in S_i$ του παίκτη i καλείται **ασφαλής στρατηγική** αν η απόδοση που παρέχει στον παίκτη i είναι: $\max_{s_i \in S_i} W_i(s_i)$, ομοίως, $\max_{s_i \in S_i} \min_{s_j \in S_j} u_i(s_i, s_j)$

		B	
		Z	X
A	M	3, 0	1, 4
	N	4, 3	6, 2

Πίνακας 56

Στο παραπλεύρως παίγνιο:

$W_A(M) = 1$, είναι η χειρότερη απόδοση που μπορεί να λάβει ο παίκτης A επιλέγοντας τη στρατηγική M.

$W_A(N) = 4$, είναι η χειρότερη απόδοση που μπορεί να λάβει ο παίκτης A επιλέγοντας τη στρατηγική N.

Συνεπώς η στρατηγική ασφαλείας του παίκτη A είναι η N που του παρέχει την καλύτερη από τις χειρότερες δυνατές απόδοσης, και το επίπεδο ασφαλείας είναι: $\max \min u_A(N, Z) = 4$

Για τον παίκτη B,

$W_B(Z) = 0$, είναι η χειρότερη απόδοση που μπορεί να λάβει ο παίκτης B επιλέγοντας τη στρατηγική Z.

$W_B(X) = 2$, είναι η χειρότερη απόδοση που μπορεί να λάβει ο παίκτης B επιλέγοντας τη στρατηγική X.

Συνεπώς η στρατηγική ασφαλείας του παίκτη B είναι η X που του παρέχει την καλύτερη από τις χειρότερες δυνατές απόδοσης, και το επίπεδο ασφαλείας είναι: $\max \min u_B(X, N) = 2$

		B	
		Z	X
A	M	3, 0	1, 4
	N	4, 3	6, 2

Υπογραμμίζεται η βέλτιστη απόκριση του κάθε παίκτη στη δεδομένη στρατηγική επιλογή του άλλου.

Πίνακας 57

Παραπλεύρως εμφανίζονται γραμμοσκιασμένα τα στρατηγικά προφίλ των στρατηγικών ασφαλείας των δύο παικτών.

Παρατηρείται ότι το προφίλ ισορροπίας Nash σε αμιγείς στρατηγικές του παιγνίου είναι: $N.E. = \{(N, Z)\}$, το οποίο ταυτίζεται με το προφίλ **maxmin** του παίκτη A, και παρέχει καλύτερη απόδοση στον παίκτη B απ' ό,τι του παρέχει το δικό του προφίλ **maxmin**.

2.16. Στρατηγική ασφαλείας σε μικτές στρατηγικές.

Ο ορισμός της στρατηγικής ασφαλείας διατυπώθηκε σε όρους αμιγών στρατηγικών.

Μια άλλη έκφραση της έννοιας της ασφαλούς στρατηγικής είναι η περίπτωση της **μικτής στρατηγικής ασφαλείας**.

Μια μικτή στρατηγική $\sigma_i \in \Delta S_i$ για τον παίκτη i καλείται **μικτή στρατηγική ασφάλειας** αν η απόδοση που παρέχει η στρατηγική σ_i στον παίκτη i είναι $\max_{\sigma_i \in \Delta S_i} \min_{s_j \in S_j} u_i(s_i, s_j)$

Η βασική διαφορά της στρατηγικής ασφάλειας σε αμιγείς στρατηγικές σε σχέση με τη στρατηγική ασφάλειας σε μικτές στρατηγικές, είναι ότι στην πρώτη περίπτωση η απόδοση του παίκτη είναι βέβαιη κατ' ελάχιστο, ενώ στη δεύτερη υποδεικνύει ένα χαμηλό επίπεδο **αναμενόμενης απόδοσης** για τον παίκτη που την επιλέγει. Εμφατικότερα, παίζοντας ένας παίκτης τη **στρατηγική ασφαλείας σε μικτή στρατηγική** ο παίκτης **αναμένει** να λάβει τουλάχιστον τη μέγιστη από τις ελάχιστες αποδόσεις **κατά μέσο όρο**, αλλά ενδεχομένως να λάβει και μικρότερη.

Η απόδοση ασφαλείας σε μικτές στρατηγικές πρέπει να είναι τουλάχιστον ίση με την απόδοση σε αμιγείς στρατηγικές, καθώς η επιλογή ασφαλούς σε αμιγείς είναι πάντοτε μια δυνατότητα στο πρόβλημα βελτιστοποίησης των αποδόσεων σε μικτές στρατηγικές.

Δεν υπάρχει κάποια γενική συσχέτιση μεταξύ των στρατηγικών ασφαλείας και της ισορροπίας Nash. Εντούτοις, μια σημαντική εξαίρεση υπάρχει στα αυστηρώς ανταγωνιστικά παίγνια.

Έτσι, αν ένα παίγνιο δύο παικτών, A και B, είναι **αυστηρώς ανταγωνιστικό** και έχει ισορροπία Nash $s^* \in S$, τότε s_A^* είναι στρατηγική ασφαλείας για τον παίκτη A και s_B^* είναι στρατηγική ασφαλείας για τον παίκτη B⁸².

Πρόταση: αν s_i είναι μια στρατηγική ισορροπίας Nash για τον παίκτη i σε ένα αυστηρώς ανταγωνιστικό παίγνιο, τότε η s_i εγγυάται στον παίκτη i απόδοση τουλάχιστον ίση με το επίπεδο της απόδοσης ασφαλείας, και ο παίκτης αυτός δεν μπορεί να βελτιώσει αυτό το κατώτατο όριο επιλέγοντας τυχαιοποίηση (randomizing).

Γενικά, έστω s^* το προφίλ της ισορροπίας Nash σ' ένα **αυστηρώς ανταγωνιστικό παίγνιο**, με s_j^* να είναι η βέλτιστη απόκριση στην s_i^* . Κάθε απόκλιση από την s_j^* θα απομειώσει την απόδοση του παίκτη j και επειδή το παίγνιο είναι αυστηρώς ανταγωνιστικό, θα αυξήσει την απόδοση του παίκτη i . Για το λόγο αυτό γνωρίζουμε ότι στο προφίλ ισορροπίας s^* , ο παίκτης i λαμβάνει τη χαμηλότερη απόδοση με δεδομένο ότι επιλέγει s_i^* . Συνεπώς, το επίπεδο απόδοσης της στρατηγικής ασφαλείας του παίκτη i είναι $u_i(s_i^*)$.

Έτσι, επιλέγοντας s_i^* ο παίκτης i διασφαλίζει τουλάχιστον την απόδοση ισορροπίας, είτε ο παίκτης j επιλέξει τη στρατηγική ισορροπίας του (βέλτιστη απόκριση) είτε όχι.

Απόδειξη της Πρότασης:

Επειδή το προφίλ s^* είναι ισορροπία Nash, ο παίκτης j δεν μπορεί να βελτιώσει την απόδοσή του παρεκκλίνοντας **μονομερώς** από τη στρατηγική βέλτιστης απόκρισης s_j^* , το οποίο σημαίνει ότι: $u_j(s_i^*, s_j) \leq u_j(s^*)$, για κάθε στρατηγική s_j .

Όμως, επειδή το παίγνιο είναι αυστηρώς ανταγωνιστικό, μπορούμε να πούμε για τον παίκτη i ότι: $u_i(s_i^*, s_j) \geq u_i(s^*)$ για κάθε στρατηγική s_j .

Έτσι, στο στρατηγικό προφίλ ισορροπίας s^* , ο παίκτης i λαμβάνει τη χαμηλότερη δυνατή απόδοση με δεδομένο ότι επιλέγει τη βέλτιστη στρατηγική ισορροπίας s_i^* , δηλ.

$$u_i(s^*) = W_i(s_i^*).$$

Επειδή το προφίλ s^* είναι N.E., ο παίκτης i δεν μπορεί να κερδίσει μεγαλύτερη απόδοση αποκλίνοντας **μονομερώς** από την s_i^* , το οποίο σημαίνει ότι: $u_i(s^*) \geq u_i(s_i, s_j^*)$ για κάθε στρατηγική s_i .

Επιπροσθέτως είναι γνωστό ότι η απόδοση $u_i(s_i, s_j^*)$ δεν είναι μικρότερη από την $W_i(s_i)$, επειδή η τελευταία είναι η χειρότερη περίπτωση όταν ο παίκτης i επιλέγει s_i .

Συνεπώς συμπεραίνεται ότι: $W_i(s_i^*) = u_i(s^*) \geq W_i(s_i)$ για κάθε στρατηγική s_i , και ως εκ τούτου η s_i^* είναι στρατηγική ασφαλείας.

Για να αποδείξουμε το δεύτερο σκέλος της αξίωσης, ότι δηλ. το επίπεδο της απόδοσης που προσφέρει η αμιγής στρατηγική ασφαλείας δεν μπορεί να είναι μικρότερο απ' αυτό που

⁸² Η μαθηματική πρόταση διατυπώθηκε από τον J. Von Neumann, Zur Theorie der Gesellschaftsspiele, Mathematische Annalen 100 (1928):295-300. Η αναφορά γίνεται στο Watson (2013) σελ. 150.

μπορεί να παρέχει μια μικτή στρατηγική ασφαλείας, χρησιμοποιούμε τη μέθοδο της εις άτοπο απαγωγής:

Υποθέτουμε ότι η αξίωση είναι λανθασμένη και κατόπιν αποδεικνύουμε τη λογική αντίφαση που ανακύπτει από την υπόθεση αυτή.

Για να είναι η αξίωση λανθασμένη θα πρέπει να μπορούμε να βρούμε ένα παράδειγμα με την ακόλουθη ιδιότητα για κάποιον παίκτη i :

$$u_i(s^*) < \max_{\sigma_i \in \Delta S_i} \min_{s_j \in S_j} u_i(\sigma_i, s_j) = \min_{s_j \in S_j} u_i(\bar{\sigma}_i, s_j)$$

Όπου $\bar{\sigma}_i$ η μικτή στρατηγική ασφαλείας του παίκτη i .

$$\text{Έτσι, } u_i(s^*) < u_i(\bar{\sigma}_i, s_i^*)$$

Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει μια αμιγής στρατηγική $s_i \in S_i$ τέτοια ώστε $u_i(s_i, s_j^*) > u_i(s^*)$. Η τελευταία ανίσωση συνεπάγεται ότι η s_i αποτελεί τη βέλτιστη απόκριση του i στη στρατηγική s_j^* , κάτι όμως που δεν μπορεί να ισχύει καθώς στο προφίλ s^* (δηλ. στην ισορροπία Nash) περιλαμβάνονται οι βέλτιστες αποκρίσεις των δύο παικτών.

Συνεπώς, η υπόθεση ότι η αξίωση είναι λανθασμένη θα πρέπει να απορριφθεί.

Ισορροπία Nash σε μικτές στρατηγικές σε αυστηρώς ανταγωνιστικό παίγνιο.

Ένα αυστηρώς ανταγωνιστικό παίγνιο δύο παικτών έχει την ιδιότητα ότι για κάθε ζεύγος μικτών στρατηγικών προφίλ σ και σ' , η απόδοση του ενός παίκτη $u_1(\sigma) > u_1(\sigma')$ **αν και μόνο αν** $u_2(\sigma) < u_2(\sigma')$

Αν σ^* είναι το προφίλ της ισορροπίας Nash σε μικτές στρατηγικές στο παίγνιο, τότε σ_1^* είναι *maximin* στρατηγική για τον ένα παίκτη και σ_2^* είναι *maximin* στρατηγική για τον άλλον.

2.17. Εκλογικευμένες στρατηγικές και στρατηγικές ασφαλείας.

Όπως προαναφέρθηκε η **στρατηγική ασφαλείας** παρέχει (τουλάχιστον) την ελάχιστη απολαβή που μπορεί να αναμένει ο παίκτης επιλέγοντάς την.

Εκλογικευμένες στρατηγικές είναι εκείνες που απομένουν μετά από τους διαδοχικούς γύρους απαλοιφής των κυριαρχούμενων στρατηγικών (δηλ. μετά την ολοκλήρωση της διαδικασίας «επαναλαμβανόμενης κυριαρχίας», όπως ειδικότερα έχει περιγραφεί).

Ένα ερώτημα που ανακύπτει είναι αν κάθε στρατηγική ασφαλείας είναι και εκλογικευμένη στρατηγική.

		B	
		Z	X
A	M	<u>3</u> , <u>5</u>	-1, 1
	N	2, <u>6</u>	<u>1</u> , 2

Στο παραπλεύρως παίγνιο ο **παίκτης B** έχει μια εκλογικευμένη στρατηγική $R_B = \{Z\}$, ενώ ο **παίκτης A**, μετά τον πρώτο γύρο της διαδικασίας «επαναλαμβανόμενης κυριαρχίας (όπου διαγράφεται η κυριαρχούμενη στρατηγική X του παίκτη B), έχει κι αυτός μια εκλογικευμένη στρατηγική $R_A = \{M\}$

Υπογραμμίζεται η βέλτιστη απόκριση του κάθε παίκτη στη δεδομένη στρατηγική επιλογή του άλλου.

$$N.E. = \{(M, Z)\}$$

Πίνακας 58

Η στρατηγική ασφαλείας σε αμιγείς στρατηγικές για τον **παίκτη A**, προσδιορίζεται ως εξής:

$W_A(M) = -1$ και $W_A(N) = 1$, συνεπώς $\max\min u_A(N, X) = 1$ και άρα η στρατηγική ασφαλείας του παίκτη A είναι η **N**.

Έτσι, για τον παίκτη A η στρατηγική ασφαλείας (**N**) **δεν είναι εκλογικευμένη στρατηγική** (δηλ. **N** δεν ανήκει στο R_A).

Αντίθετα, η στρατηγική ασφαλείας σε αμιγείς στρατηγικές για τον **παίκτη B**, είναι:

$W_B(Z) = 5$ και $W_B(X) = 1$, συνεπώς $\max\min u_B(Z, M) = 5$ και άρα η στρατηγική ασφαλείας του παίκτη B είναι η **Z** $\in R_B$ (δηλ. η ασφαλής στρατηγική είναι ταυτόχρονα και εκλογικευμένη).

Συμπερασματικά, **δεν είναι κάθε ασφαλής στρατηγική και εκλογικευμένη**.

2.18. Ειδικότερα Θέματα Δυναμικών Παιγνίων

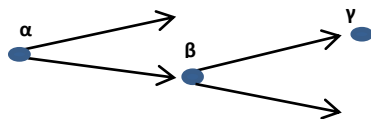
Οι έννοιες των εκλογικευμένων στρατηγικών και της ισορροπίας Nash αναπτύχθηκαν μέσα από παραδείγματα που δόθηκαν κυρίως με παίγνια σε κανονική (ομοίως, στρατηγική) μορφή. Άλλωστε, όπως δείχθηκε, τα παίγνια σε εκτεταμένη μορφή⁸³ μπορούν να περιγραφούν και σε στρατηγική μορφή. Η ανάλυση, όμως, των παιγνίων στην εκτεταμένη τους μορφή έδωσε τη δυνατότητα σε θεωρητικούς των παιγνίων να προβούν σε εκλεπτύνσεις των εννοιών των εκλογικευμένων στρατηγικών και της ισορροπίας Nash.

Με τη βοήθεια της μορφής αυτής, το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στις πληροφορίες που έχουν στη διάθεσή τους οι παίκτες στα διάφορα στάδια της εξέλιξης ενός παίγνιου. Επιπλέον, τονίζεται η στρατηγική σκέψη που οφείλει να κάνει ο ορθολογικός παίκτης πριν τη λήψη μια απόφασης (ή των διαδοχικών αποφάσεων) που θα κληθεί να λάβει σ' ένα παίγνιο. Καλείται, όπως στο σκάκι, να προνοήσει όχι μόνο για την τρέχουσα επιλογή που τον αφορά, αλλά και για το πώς η κάθε τρέχουσα επιλογή θα αξιολογηθεί από τους άλλους συμμετέχοντες στο παίγνιο, πώς δηλαδή θα «αντιδράσουν», και σε τι κατάσταση θα βρεθεί ο ίδιος μετά από αυτές τους τις αντιδράσεις. Καλείται, με άλλα λόγια, να «κοιτάξει το μέλλον», να ιχνηλατήσει και να αξιολογήσει τις συνέπειες και τις προοπτικές μιας απόφασης που πρόκειται να λάβει.

Κάποιοι τεχνικής φύσεως ορισμοί είναι απαραίτητοι προκειμένου οι έννοιες που αναπτύσσονται να γίνουν σαφέστερες.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί ένα παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή αποτελείται από **κόμβους** και **κλάδους**. Κάθε κόμβος είναι το σημείο λήψης μιας απόφασης από έναν παίκτη, και κάθε κλάδος είναι μία από τις διαθέσιμες εναλλακτικές στρατηγικές που μπορεί να επιλέξει ο παίκτης.

Κάποιοι κόμβοι έχουν κάποιες ειδικότερες σχέσεις μεταξύ τους.



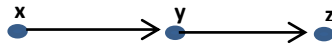
Έτσι, στο παραπλεύρως σχήμα οι κόμβοι **β** και **γ** είναι **διάδοχοι** (successors) κόμβοι του κόμβου **α**. Με άλλα λόγια, οι β και γ κόμβοι στηρίζουν την ύπαρξή τους στον κόμβο α.

Διάγραμμα 18-Διάδοχοι κόμβοι

Ο κόμβος **β** είναι **άμεσος διάδοχος** (immediate successor) του κόμβου α, και **άμεσος προκάτοχος** (immediate predecessor) του κόμβου γ.

⁸³ Συχνά στη ελληνική βιβλιογραφία χρησιμοποιείται ο όρος **παίγνια εκτατικής μορφής**. Μεταξύ άλλων συγγραφέων που προτιμούν αυτή τη διατύπωση, Σολδάτος Γ. (2005).

Έτσι, ένας κόμβος y είναι διάδοχος ενός κόμβου x αν και μόνο αν ο x είναι προκάτοχος του y .



Διάγραμμα 19 –Μεταβατική διαδοχή

Επίσης, για τους κόμβους x, y, z αν ο x είναι προκάτοχος του y και ο y προκάτοχος του z , τότε ο x θα είναι υποχρεωτικά προκάτοχος του z . Έτσι, **στα δένδρα λήψης στρατηγικών αποφάσεων ισχύουν οι σχέσεις μεταβατικής διαδοχής.**

Κανόνας 1^{ος}: Κάθε κόμβος είναι διάδοχος του αρχικού κόμβου⁸⁴, και ο αρχικός κόμβος είναι ο μόνος που έχει αυτή την ιδιότητα.

«**Μονοπάτι**», είναι μια διαδρομή κατά μήκος του δέντρου και είναι μια ακολουθία από κόμβους που:

- (α) ξεκινά από τον αρχικό κόμβο,
- (β) τελειώνει σ’ έναν τερματικό κόμβο, και
- (γ) έχει την ιδιότητα ότι οι διάδοχοι κόμβοι στην ακολουθία είναι άμεσοι διάδοχοι ο ένας του άλλου.

Κάθε μεμονωμένη διαδρομή (μονοπάτι), λοιπόν, είναι ένας τρόπος προσπέλασης του δένδρου λήψης αποφάσεων από την αρχή του έως έναν από τους τερματικούς κόμβους του. Ενώ, το σύνολο των διακριτών μεμονωμένων διαδρομών είναι αρκετό για την πλήρη ιχνηλάτηση του δένδρου.

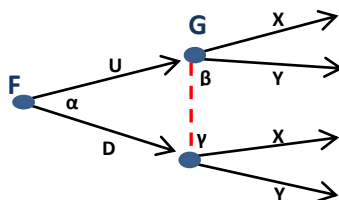
Σε κάθε τερματικό κόμβο καταλήγει μόνο ένα μονοπάτι (μια διαδρομή), κατά μήκος του δένδρου. Έτσι, **δεν υπάρχουν ζεύγη διαδρομών που να διασταυρώνονται**. Από αυτή την προϋπόθεση για το σχηματισμό ενός δένδρου στρατηγικών αποφάσεων εξάγεται ο 2^{ος} κανόνας:

Κανόνας 2^{ος}: Κάθε κόμβος, εκτός του αρχικού, έχει ακριβώς έναν άμεσο προκάτοχο. Ο αρχικός κόμβος δεν έχει προκατόχους.

Οι **κλάδοι** αντιπροσωπεύουν «δράσεις», δηλ. εναλλακτικές στρατηγικές αποφάσεις που καλούνται οι παίκτες να λάβουν στους κόμβους απόφασης.

Κανόνας 3^{ος}: Πολλαπλοί κλάδοι που εκκινονται από τον ίδιο κόμβο, δεν μπορεί να αφορούν στην ίδια «δράση».

Τα **σύνολα πληροφόρησης** (information sets) αντιπροσωπεύουν περιοχές όπου οι παίκτες καλούνται να λάβουν αποφάσεις. Τυπικά, ένα σύνολο πληροφόρησης είναι ένα σύνολο από κόμβους όπου ο παίκτης καλείται να λάβει **μια απόφαση**, χωρίς να μπορεί να διακρίνει σε ποιον από τους κόμβους αυτούς βρίσκεται.



Στο παραπλεύρως δένδρο, ο παίκτης G καλείται να λάβει μια απόφαση μεταξύ των δύο εναλλακτικών επιλογών (X,Y) που έχει, χωρίς να γνωρίζει σε ποιον από τους κόμβους (β ή γ) βρίσκεται, καθώς δεν γνωρίζει την επιλογή (U ή D) του παίκτη F.

Διάγραμμα 20 -Παίγνιο Ατελούς πληροφόρησης

⁸⁴ Όπως έχει ήδη αναφερθεί, αρχικός κόμβος (initial node) είναι ο κόμβος από τον οποίο εκκινεί ένα στρατηγικό παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή.

Ένα σύνολο πληροφόρησης συμβολίζεται με διακεκομμένη γραμμή που συνδέει τους κόμβους απόφασης του παίκτη⁸⁵ που εντάσσονται στο σύνολο αυτό.

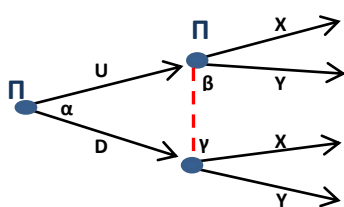
Κανόνας 4^{ος}: Κάθε σύνολο πληροφόρησης περιλαμβάνει κόμβους απόφασης για έναν μόνο από τους παίκτες.

Κανόνας 5^{ος}: Όλοι οι κόμβοι σ' ένα δεδομένο σύνολο πληροφόρησης πρέπει να έχουν τον ίδιο αριθμό άμεσων διαδόχων και τις ίδιες εναλλακτικές που οδηγούν στους διαδόχους αυτούς.

Επισημαίνεται ότι ο 5^{ος} κανόνας αναφέρεται σε **ίδιο αριθμό άμεσων διαδόχων** και όχι στους ίδιους άμεσους διαδόχους. Οι εναλλακτικές, όμως, οφείλουν να είναι **ίδιες** (ίσο πλήθος και ταυτόσημες).

Πέραν των ανωτέρω θεμελιωδών κανόνων στη σχηματοποίηση και την εννοιολόγηση των δέντρων λήψης στρατηγικών αποφάσεων, είναι λογικό, αλλά αναγκαίο να τονιστεί ότι υποτίθεται (λαμβάνεται ως δεδομένο) ότι όλοι οι παίκτες είναι σε θέση να θυμούνται τις προηγούμενες επιλογές τους, καθώς και ότι παρατηρούν κάθε δράση και αντίδραση που λαμβάνει χώρα κατά την εξέλιξη του παιγνίου.

Ένα παίγνιο που ικανοποιεί αυτή την υπόθεση λέγεται ότι παρουσιάζει **τέλεια ανάκληση** (τέλεια θύμηση, ανάμνηση –perfect recall-).



Το παραπλεύρως παίγνιο παρουσιάζει **ατελή ανάκληση**, καθώς ο παίκτης Π αρχικά επιλέγει μεταξύ των εναλλακτικών U και D, και κατόπιν μεταξύ των εναλλακτικών X και Y. Το ότι οι κόμβοι β και γ βρίσκονται στο ίδιο σύνολο πληροφορίας, σημαίνει ότι ο παίκτης όταν καλείται να αποφασίσει μεταξύ των εναλλακτικών X και Y έχει ξεχάσει (δεν θυμάται) την επιλογή που ο ίδιος έκανε στον προηγούμενο κόμβο (κόμβο α). Ο ίδιος δηλ. δεν θυμάται αν επέλεξε U ή D.

Διάγραμμα 21 -Παράδειγμα ατελούς ανάκλησης

Όπως αναφέρει ο Watson⁸⁶, δεν είναι λίγες οι περιπτώσεις που στην πραγματική ζωή συμβαίνει αυτό (πού πάρακα το αυτοκίνητό μου; πού άφησα τα κλειδιά μου; κ.ο.κ.). Παρόλα αυτά η θεωρία παιγνίων εστιάζει σε μοντέλα με τέλεια ανάκληση (ομοίως, ανάμνηση). Κατά τον Watson, «...πληροφορίες αναφέρουν ότι σημαντικοί θεωρητικοί των παιγνίων ασχολήθηκαν με παίγνια ατελούς ανάκλησης, αλλά δεν θυμούνται που έχουν αφήσει τις σημειώσεις τους...»⁸⁷.

Συνοπτικά, κάθε παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή ανταποκρίνεται στους προαναφερόμενους κανόνες (Κανόνες 1 έως 5).

Σ' ένα παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή **αν κάθε σύνολο πληροφόρησης αποτελείται από έναν κόμβο** (ομοίως, αν δεν υπάρχουν διακεκομμένες γραμμές στο σκαρίφημα του δένδρου), **τότε λέμε ότι το παίγνιο είναι τέλει πληροφόρησης** (perfect information), σε διαφορετική περίπτωση το παίγνιο είναι ατελούς πληροφόρησης (imperfect information).

⁸⁵ Εναλλακτικός συμβολισμός για ένα σύνολο πληροφόρησης είναι η ένταξη των κόμβων που το αποτελούν σε ένα κλειστό σχήμα που τους περιλαμβάνει. Μεταξύ άλλων, που κάνουν χρήση του εν λόγω συμβολισμού είναι ο καθηγητής Πετράκης Εμμανουήλ (2011) και οι Dixit A. και Skeath S. (2004)

⁸⁶ Watson (2013), σελ. 177

⁸⁷ Εμφατική διασκευή του «Some game theorists have studied imperfect recall, but they seem to have misplaced their notes», Watson (2013), σελ. 177.

Απόρροια του χαρακτηριστικού της **ατελούς πληροφόρησης** είναι ότι σ' ένα τέτοιο παίγνιο υπάρχει τουλάχιστον μια περίπτωση στην οποία ο παίκτης που καλείται να λάβει μια απόφαση δεν γνωρίζει με ακρίβεια σε ποιο κόμβο λήψης απόφασης βρίσκεται.

Ένα από τα θέματα τα οποία θα αναλυθούν ειδικότερα είναι η περίπτωση της εμφάνισης τυχαίων και απρόβλεπτων γεγονότων κατά την εξέλιξη ενός στρατηγικού παιγνίου. Γεγονότα δηλαδή που συμβαίνουν πέρα και έξω από τον έλεγχο των παικτών που συμμετέχουν στο παίγνιο, όπως π.χ. μια καταρρακτώδης βροχή κατά τη στιγμή εκτέλεσης του πέναλτι του παραδείγματός μας, ή η ξαφνική αποστροφή στα παγωτά γρανίτας από τους λουόμενων του παραδείγματός μας λόγω μια έκτακτης είδησης για τα συντηρητικά που χρησιμοποιούνται σε τέτοια προϊόντα κ.λ.π. Έτσι, η ενσωμάτωση των χαρακτηριστικών της ατελούς πληροφόρησης κάνει τα μοντέλα της θεωρίας περισσότερο ρεαλιστικά.

2.19. Παιγνία σε εκτεταμένη μορφή με άπειρες εναλλακτικές.

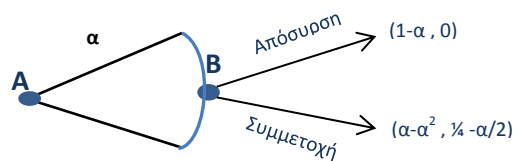
Σε κάποια παίγνια οι παίκτες καλούνται να λάβουν μια απόφαση μεταξύ άπειρου αριθμού εναλλακτικών.

Για παράδειγμα, ένα παίγνιο μεταξύ δύο υποψήφιων πολιτευτών του ίδιου κόμματος στην ίδια εκλογική περιφέρεια, στο οποίο ο πολιτευτής A αποφασίζει για το κόστος της διαφημιστικής του εκστρατείας και κατόπιν ο υποψήφιος B, αφού παρατηρήσει την απόφαση του A, αποφασίζει για το αν θα παραμείνει ή θα αποσύρει την υποψηφιότητά του⁸⁸.

Υποθέτουμε, λοιπόν, ότι ο υποψήφιος A έχει την οικονομική επιφάνεια να δαπανήσει για την προεκλογική του εκστρατεία το σύνολο του επιτρεπόμενου ποσού από την εκλογική νομοθεσία, το οποίο έστω ότι είναι 10 χιλ. €.

Επειδή ο υποψήφιος αυτός μπορεί να επιλέξει μεταξύ άπειρων εναλλακτικών, είναι αδύνατη η αποτύπωση κάθε δυνατής εναλλακτικής στο δέντρο λήψης στρατηγικών αποφάσεων.

Η αποτύπωση του ενδεχόμενου των άπειρων εναλλακτικών γίνεται με ένα τόξο που συνδέει τους κλάδους που αντιπροσωπεύουν τις ακραίες τιμές που μπορεί να λάβει η στρατηγική απόφαση του ενός παίκτη.



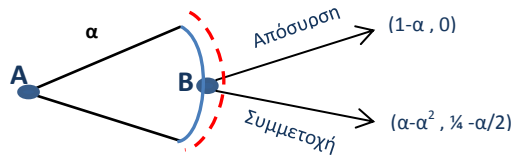
Διάγραμμα 22 - Παιγνίο σε εκτεταμένη μορφή με άπειρες εναλλακτικές

Η μεταβλητή α είναι η επιλογή του παίκτη A, δηλ. το ποσό που θα «επενδύσει» ο υποψήφιος πολιτευτής A στην προεκλογική προβολή της υποψηφιότητάς του, δηλ.

⁸⁸ Για να αναδειχθεί ο ρεαλισμός του παιγνίου, θεωρείται ότι η συγκεκριμένη εκλογική περιφέρεια είναι μονοεδρική ή ότι το κόμμα των υποψηφίων είναι απίθανο να κερδίσει περισσότερες από μια έδρες.

$\alpha \in [0,10]$ σε χιλ. €. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα και εντελώς ενδεικτικά οι αποδώσεις των παικτών είναι συναρτήσεις της τιμής της μεταβλητής α .

Ένα άλλο ενδεχόμενο, σ' ένα παρόμοιο με το προηγούμενο παίγνιο, είναι ο παίκτης B να καλείται να αποφασίσει για τη στρατηγική που θα ακολουθήσει χωρίς να γνωρίζει τη στρατηγική απόφαση που έλαβε ο A.



Διάγραμμα 23 - Παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή με άπειρες εναλλακτικές και ατελή πληροφόρηση

Η περίπτωση της ατελούς πληροφόρησης αναπαρίσταται γραφικά με διακεκομμένη γραμμή στον οικείο κόμβο απόφασης.

2.20. Μοντέλο διαπραγμάτευσης: Ανελαστική προσφορά

Μια έκφανση της οικονομικής ανάλυσης είναι η μελέτη του τρόπου με τον οποίο οι άνθρωποι (είτε ως άτομα, είτε ως οργανωμένες συσσωματώσεις –π.χ. εταιρείες) εμπορεύονται διάφορα προϊόντα ή/και υπηρεσίες. Η μελέτη, δηλαδή, της αλληλεπίδρασης που ασκείται μεταξύ της οντότητας που αγοράζει και της οντότητας που πουλάει ένα αγαθό ή του τρόπου με τον οποίο γίνονται οι διαπραγματεύσεις γι' αυτές τις εμπορικές συναλλαγές. Η οικονομική ανάλυση ενδιαφέρεται επίσης και για τον προσδιορισμό εκείνων των παραγόντων που είναι καθοριστικοί για τη διαμόρφωση των κανόνων που αφορούν στη σύναψη συμφωνιών μεταξύ εθνικών ή υπερεθνικών (πολυεθνικές εταιρείες) οντοτήτων.

Σε κάποιες αγορές⁸⁹ το εμπόριο των προϊόντων γίνεται σε καθορισμένες (fixed) τιμές, και το περιθώριο διαπραγμάτευσης είναι πολύ μικρό. Σε άλλες αγορές, οι αγοραστές και οι πωλητές διαπραγματεύονται την τιμή της συναλλαγής. Η διαπραγμάτευση είναι μέρος της διαδικασίας αγοράς μιας κατοικίας, ενός αυτοκινήτου, ενός ενθυμίου από έναν τουριστικό προορισμό κ.λ.π. Ως κανόνας, λοιπόν, ανεξαρτήτως του αντικείμενου της εμπορίας, η διαπραγμάτευση της τιμής είναι μια πράξη που αφορά τους πάντες.

Ας υποθέσουμε ότι ένα άτομο, έστω A, θέλει να πουλήσει ένα εμπράγματο δικαίωμα στο άτομο B. Ο A είναι αδιάφορος για το εν λόγω αντικείμενο που έχει στην κατοχή του, δηλ. δεν έχει για τον ίδιο κάποια αξία ούτε κάποιο κόστος που οφείλει να καταβάλει για τη διατήρησή του.

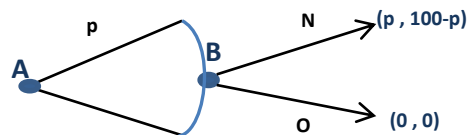
Ο παίκτης B (αγοραστής), έστω ότι εκτιμά την αξία αυτού του αντικείμενου στα 100 €. Έτσι, σε όποια τιμή κι αν πουληθεί το αντικείμενο, στο διάστημα $(0,100]$, και οι δύο συναλλασσόμενοι θα έχουν κάποιο όφελος, σε σχέση με την περίπτωση που δεν πραγματοποιηθεί η συναλλαγή. Άρα, και οι δύο συναλλασσόμενοι έχουν κίνητρο να έρθουν σε συμφωνία.

⁸⁹ «Αγορές», τόσο υπό την έννοια του ειδικότερου εμπορικού κλάδου, όσο και με την έννοια του χώρου, της γεωγραφικής περιοχής που διεξάγεται η εμπορική συναλλαγή.

Υπάρχουν αρκετοί τρόποι με τους οποίους μπορεί να γίνει η διαπραγμάτευση επί της τιμής. Ένας απ' αυτούς είναι η «ανελαστική προσφορά διαπραγμάτευσης» (Ultimatum-offer bargaining).

Υποθέτουμε ότι αν τα συναλλασσόμενα μέρη δεν καταλήξουν γρήγορα σε συμφωνία επί της τιμής, θα χαθεί η δυνατότητα συναλλαγής. Υπό τον περιορισμό αυτό, υπάρχει χρόνος για μια μόνο προσφορά (take-it-or-leave-it), και έστω ότι ο πωλητής είναι αυτός που τη διατυπώνει.

Συνεπώς, ο πωλητής καθορίζει την τιμή που επιθυμεί να πουλήσει το αντικείμενο και κατόπιν ο αγοραστής είτε αποδέχεται (συμβολίζεται με «N»), είτε απορρίπτει (συμβολίζεται με «O») την προσφορά. Αν η προσφορά απορριφθεί δεν υπάρχει συναλλαγή. Αν ο αγοραστής αποδεχθεί την προσφορά το αντικείμενο μεταβιβάζεται σ' αυτόν στην τιμή προσφοράς. Το παίγνιο αποτυπώνεται σε εκτεταμένη μορφή ως εξής:



Διάγραμμα 24 - Παίγνιο διαπραγμάτευσης Take-it-or-leave-it σε εκτεταμένη μορφή με άπειρες εναλλακτικές

Όπως αποτυπώνεται και στο δένδρο, αν η συναλλαγή δεν γίνει οι δύο παίκτες δεν λαμβάνουν κάτι, και η απόδοσή τους είναι $(0,0)$. Αν η συναλλαγή πραγματοποιηθεί, ο παίκτης A (πωλητής) κερδίζει το αντίτιμο της εμπορικής συναλλαγής (p) και ο παίκτης B (αγοραστής) κερδίζει τη διαφορά της εκτιμώμενης αξίας του αντικειμένου με την τιμή που κατέβαλε για να το αγοράσει $(100 - p)$.

Στο εν λόγω παίγνιο η στρατηγική του παίκτη A είναι ένας απλός αριθμός (η τιμή του p) που καλείται να προσδιορίσει, ο οποίος υποθέσαμε ότι μπορεί να κυμαίνεται από μηδέν έως 100. Έτσι, ο στρατηγικός χώρος του παίκτη A είναι: $S_A = [0, 100]$

Αν και ο παίκτης B (αγοραστής) έχει να επιλέξει μεταξύ δύο μόνο εναλλακτικών («N» ή «O»), εντούτοις η **στρατηγική** του είναι πιο περίπλοκη. Και αυτό γιατί ο παίκτης B έχει έναν άπειρο αριθμό από σύνολα πληροφόρησης (information sets), ένα για κάθε ενδεχόμενη τιμή προσφοράς⁹⁰ του παίκτη A. Έτσι, επειδή υπάρχει ένας άπειρος αριθμός σημείων στο διάστημα $[0,100]$, ο παίκτης B έχει έναν άπειρο αριθμό από σύνολα πληροφόρησης.

Υπενθυμίζεται, σύμφωνα με όσα έχουν αναφερθεί έως τώρα, ότι η **στρατηγική** για έναν παίκτη είναι ένα πλήρες και συνεκτικό σχέδιο δράσης («complete contingent plan»). Έτσι, η στρατηγική του παίκτη B πρέπει να εξειδικεύει την επιλογή του μεταξύ των εναλλακτικών επιλογών («N» και «O») για κάθε ένα από τα σύνολα πληροφόρησης που ο ίδιος διαθέτει. Μαθηματικά, η στρατηγική του παίκτη B μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση που περιγράφει την προσφερόμενη τιμή p από τον παίκτη A, στο σύνολο $\{N, O\}$.

Έτσι, θεωρώντας ότι $p \in [0,100]$, μπορούμε να εκφράσουμε τη στρατηγική του παίκτη B ως συνάρτηση $S_B: [0, 100] \rightarrow \{N, O\}$. Άρα, για όποια τιμή κι αν αποφασίσει ο παίκτης A, η στρατηγική απόκριση το B θα είναι $S_B(p)$.

Ας δούμε κάποια παραδείγματα στρατηγικής απόκρισης του παίκτη B στο συγκεκριμένο παίγνιο της «Ανελαστικής προσφοράς διαπραγμάτευσης».

⁹⁰ Μια ενδεχόμενη τιμή προσφοράς μπορεί να είναι 37,5 € αλλά επίσης μπορεί να είναι 48,87 €...

Μια πραγματικά απλή στρατηγική είναι μια σταθερή συνάρτηση, π.χ. $S_B(p) = N$, για κάθε p . Με αυτή τη στρατηγική ο παίκτης Β αποδέχεται την προσφορά του παίκτη Α, όποια κι αν είναι αυτή, αρκεί $p \in [0,100]$.

Μια άλλη στρατηγική που μπορεί να ακολουθήσει ο παίκτης Β είναι το «**Κατώφλι Τιμών**» («cutoff-rule»), με την οποία αποδέχεται την προσφορά αν η τιμή είναι μικρότερη ή ίση μ' ένα ορισμένο μέγεθος (το μέγεθος του «κατωφλιού»), και την απορρίπτει αν υπερβαίνει αυτό το όριο.

Έτσι, για δεδομένο όριο (κατώφλι) τιμής, έστω \check{p} , ο παίκτης Β έχει την εξής στρατηγική:

$$S_B(p) = \begin{cases} N, & \text{αν } p \leq \check{p} \\ 0, & \text{αν } p > \check{p} \end{cases}$$

Για να δούμε το νοητικό συλλογισμό που οδηγεί το παίγνιο σε ισορροπία Nash, θα δώσουμε ένα αριθμητικό παράδειγμα:

Έστω, λοιπόν, ότι σ' αυτό το παίγνιο (take-it-or-leave-it), ο πωλητής (παίκτης Α) καθορίζει την τιμή $p = 35$ € και ο αγοραστής (παίκτης Β) επιλέγει τη στρατηγική «cutoff-rule», με κατώφλι $\check{p} = 35$ €. Δηλ. η στρατηγική του Β είναι:

$$s_B(p) = \begin{cases} N, & \text{αν } p \leq 35 \\ 0, & \text{αν } p > 35 \end{cases}$$

Στο προφίλ στρατηγικής $(p, s_B(p))$ οι παίκτες λαμβάνουν απόδοση $(35,65)$.

Αν ο Παίκτης Α επιλέξει μονομερώς μια μειωμένη τιμή προσφοράς p' (με $p' < p$), τότε η απόδοσή του μειώνεται σε σχέση με την απόδοση που λαμβάνει στο προφίλ (p, \check{p}) . Συνεπώς, δεν έχει κίνητρο να μειώσει την προσφερόμενη τιμή.

Αν πάλι, ο ίδιος παίκτης επιλέξει **μονομερώς** να αυξήσει την τιμή ($p' > p$) προσφοράς, τότε ο **παίκτης Β** δεν συναλλάσσεται και επομένως ο παίκτης Α λαμβάνει μηδενική απόδοση.

Σε κάθε λοιπόν περίπτωση, η μονομερής απόκλιση του **παίκτη Α** από το προφίλ $(p, s_B(p))$ του αποφέρει μικρότερες αποδόσεις, και ως εκ τούτου δεν έχει κίνητρο να παρεκκλίνει μονομερώς από το προφίλ $(p, s_B(p))$.

Αν, τώρα, ο παίκτης Β παρεκκλίνει **μονομερώς** από το προφίλ $(p, s_B(p))$, που του αποφέρει απόδοση 65€, όταν το όριο τιμής (κατώφλι διαπραγμάτευσης) είναι $\check{p} = 35$ €, τότε η απόδοσή του μειώνεται. Ειδικότερα, αν μειώσει το όριο τιμής η συναλλαγή δεν θα πραγματοποιηθεί (καθώς η τιμή προσφοράς θα είναι υψηλότερη αυτού του ορίου) και συνεπώς η απόδοση που θα λάβει θα είναι μηδενική, ενώ αν αυξήσει το όριο τιμής η τελική του απόδοση μένει αμετάβλητη.

Σε κάθε περίπτωση, λοιπόν, η μονομερής απόκλιση του **παίκτη Β** από το προφίλ $(p, s_B(p))$ είτε μειώνει είτε διατηρεί αμετάβλητη την απόδοση που λαμβάνει, και ως εκ τούτου δεν έχει κίνητρο να παρεκκλίνει μονομερώς από το προφίλ $(p, s_B(p))$.

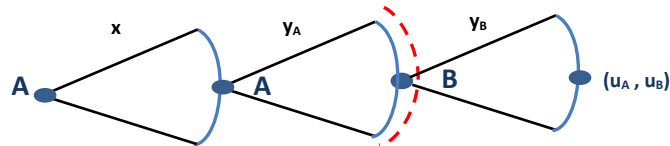
Αυτή όμως η έκβαση, στην οποία και οι δύο εμπλεκόμενοι παίκτες δεν έχουν κίνητρο να παρεκκλίνουν μονομερώς από το εν λόγω προφίλ ισορροπίας, αποτελεί την παρακαταθήκη του Nash στη θεωρία παιγνίων.

Γενικεύοντας, για κάθε $p \in [0,100]$, σ' ένα παίγνιο τύπου Take-it-or-leave-it με στρατηγική απόκρισης το «κατώφλι τιμής» \check{p} , υπάρχει μια ισορροπία Nash στην οποία επιτυγχάνεται συμφωνία σε δεδομένη τιμή, αρκεί $p \equiv \check{p}$

2.21. Ένα τροchioδεικτικό παράδειγμα και μια επισήμανση

Έστω ένα παίγνιο δύο παικτών, A και B, όπου ο παίκτης A επιλέγει έναν οποιοδήποτε αριθμό x , μεγαλύτερο ή ίσο με το μηδέν. Ο παίκτης B παρατηρεί την επιλογή του A. Κατόπιν, ταυτόχρονα και ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλον, ο παίκτης A επιλέγει ένα αριθμό y_A και ο παίκτης B έναν αριθμό y_B . Το παίγνιο ολοκληρώνεται, και η απόδοση του παίκτη A δίνεται από τη συνάρτηση: $u_A = y_A y_B + \sqrt[3]{x} y_A - y_A^2 - \frac{1}{3} x^3$, ενώ η απόδοση του παίκτη B είναι: $u_B = -(y_A - y_B)^2$.

Η παρουσίαση ενός τέτοιου παιγνίου σε εκτεταμένη μορφή έχει ως εξής:



Διάγραμμα 25- Παιγνιο σε εκτεταμένη μορφή με άπειρες εναλλακτικές και για τους δύο παίκτες και ατελή πληροφόρηση

Σε στρατηγική μορφή το εν λόγω παίγνιο αποδίδεται ως εξής:

		B
		y_B
A	$x y_A$	u_A, u_B

Πίνακας 59

Είναι λοιπόν σαφές ότι σε τέτοιου είδους παίγνια η στρατηγική μορφή παρουσίασης «αποσιωπά», τουλάχιστον, σχηματικά, κάποιες κρίσιμες πληροφορίες (σύνολα πληροφόρησης).

Έτσι, στα παίγνια σε στρατηγική μορφή δεν απεικονίζεται η πληροφόρηση που οι παίκτες έχουν όταν βρίσκονται στην «αρένα» του παιγνίου.

Τυπικά, βέβαια, τα παίγνια σε στρατηγική μορφή παρουσιάζουν μια «ex ante» κατάσταση των παικτών οι οποίοι ταυτόχρονα και ανεξάρτητα ο ένας από τους άλλους καλούνται να επιλέξουν στρατηγικές. Έτσι, σε μια «ex ante» κατάσταση το παίγνιο χαρακτηρίζεται από **ατελή πληροφόρηση**, επειδή οι παίκτες δεν εξαρτούν τις δικές τους επιλεγόμενες στρατηγικές από τις στρατηγικές που επέλεξαν οι άλλοι παίκτες. Για την ακρίβεια, οι στρατηγικές τους εξαρτώνται από την πεποίθηση που οι ίδιοι έχουν αναφορικά με τις στρατηγικές που εικάζουν ότι θα ακολουθήσουν οι άλλοι παίκτες.

Συνοπτικά, υποστηρίζεται ότι, τα παίγνια σε στρατηγική μορφή εκθέτουν κατά κανόνα καταστάσεις στρατηγικής αλληλεπίδρασης με όρους ατελούς πληροφόρησης.

Ενότητα 3 – Εκλεπτύνσεις στην έννοια της Ισορροπίας Nash

3.1. Διαδοχικός Ορθολογισμός και Υποπαίγνια.

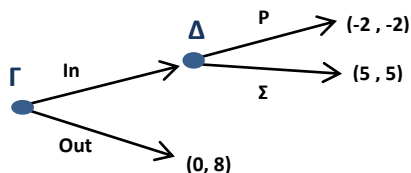
Μέχρι το σημείο αυτό, η ανάλυση της **ορθολογικής συμπεριφοράς** βασίστηκε κυρίως σε παίγνια που παρουσιάζονται σε στρατηγική μορφή. Παρότι οι έννοιες (ορθολογική συμπεριφορά, εκλογικευμένες στρατηγικές, προφίλ ισορροπίας κ.ο.κ.) που χρησιμοποιούνται στα παίγνια στρατηγικής μορφής παρουσίασης έχουν ισχύ σε κάθε παίγνιο, είναι περισσότερο πειστικές για τα παίγνια στα οποία οι αποφάσεις των παικτών λαμβάνονται ταυτόχρονα και ανεξάρτητα του ενός από τους άλλους.

Στην ενότητα αυτή θα αναλυθούν παίγνια με ενδιαφέρουσες **δυναμικές ιδιότητες** στα οποία, με την εκτεταμένη μορφή παρουσίασης, περιγράφεται παραστατικότερα η σειρά των κινήσεων (στρατηγικών επιλογών) των παικτών και η δομή της πληροφόρησης που κατέχουν οι παίκτες σε κάθε στάδιο εξέλιξης του παιχνιδιού.

Έστω δύο επιχειρηματικοί όμιλοι, Γ και Δ. Ο όμιλος Δ δραστηριοποιείται ήδη στην αγορά ενός τυποποιημένου προϊόντος στην οποία κατέχει μονοπωλιακή θέση. Ο όμιλος Γ ενδιαφέρεται να εισέλθει στην εν λόγω αγορά.

Αν ο όμιλος Γ μείνει εκτός της συγκεκριμένης αγοράς (συμβολίζεται με «Out») δεν κερδίζει τίποτα απ’ αυτό τον εμπορικό κλάδο, και η Δ διατηρεί τα μονοπωλιακά της κέρδη. Αν ο όμιλος Γ αποφασίσει να εισέλθει στην αγορά (συμβολίζεται με «In»), τότε ο όμιλος Δ θα επιλέξει αν θα εμπλακεί σ’ ένα **πόλεμο τιμών** (συμβολίζεται με «P») ή θα **συμβιβαστεί** (συμβολίζεται με «Σ») μ’ αυτή την εξέλιξη. Στον πόλεμο τιμών και οι δύο όμιλοι έχουν απώλειες, ενώ αν ο Δ αποφασίσει **συμβιβασμό** τότε οι δύο επιχειρηματικοί όμιλοι θα μοιραστούν τα κέρδη.

Η παρουσίαση του παιχνιδιού σε εκτεταμένη και σε κανονική μορφή έχει ως εξής:



Παίγνιο Ομίλων σε εκτεταμένη μορφή
Σχήμα 2

		Δ	
		P	Σ
Γ	In	-2, -2	<u>5, 5</u>
	Out	<u>0, 8</u>	<u>0, 8</u>

Παίγνιο Ομίλων σε κανονική μορφή

Σε αμιγείς στρατηγικές το παίγνιο έχει δύο προφίλ ισορροπίας Nash:

$$N.E. = \{(In, \Sigma), (Out, P)\}$$

Έτσι, αν ο όμιλος Γ αποφασίσει να διεισδύσει στην αγορά, το καλύτερο που έχει να επιλέξει ο όμιλος Δ είναι να συμβιβαστεί και να μοιραστούν τα κέρδη⁹¹.

Το δεύτερο προφίλ ισορροπίας (**Out, P**) χρήζει περισσότερης ερμηνείας:

Έστω, λοιπόν, ότι οι παίκτες δεν επιλέγουν τις στρατηγικές τους σε πραγματικό χρόνο (δηλ. καθώς εξελίσσεται το παίγνιο) αλλά εκ των προτέρων (ex ante / in advance), όπως δηλαδή συμβαίνει στα παίγνια στρατηγικής μορφής παρουσίασης. Το προφίλ ισορροπίας (**Out, P**) υποδεικνύει ότι ο όμιλος Γ προτιμά να μην εισέλθει στην αγορά αν αναμένει ότι ο Δ θα προσφύγει σε **πόλεμο τιμών**. Αυτό σημαίνει ότι ο Γ **ανταποκρίνεται** σε μια απειλή που

⁹¹ Θεωρούμε ότι το άθροισμα των μονοπωλιακών κερδών υστερεί του αθροίσματος των κερδών του δυοπωλίου, καθώς αυξάνεται η προβολή του αγαθού στο καταναλωτικό κοινό και συνεπώς ή ζήτηση.

διατυπώνει ο Δ, ότι, δηλαδή, θα καταφύγει σε *πόλεμο τιμών* στην περίπτωση που ο Γ αποφασίσει να εισέλθει στην αγορά. Στη Θεωρία Παιγνίων αυτό το προφίλ ισορροπίας Nash ερμηνεύεται ως μια *ex ante* δήλωση βούλησης εκ μέρους του Δ με την οποία προειδοποιεί τον Γ ότι εφόσον εισέλθει στη συγκεκριμένη αγορά θα καταφύγει σε *πόλεμο τιμών*.

Πολλοί θεωρητικοί πιστεύουν ότι το προφίλ ισορροπίας **(Out, P)** δεν είναι εύλογο, επειδή αφενός τα στρατηγικά παίγνια σπανίως παίζονται με τις εξαντλητικά σχεδιαζόμενες θεωρητικές στρατηγικές, και αφετέρου επειδή το προφίλ αυτό αγνοεί τη διάσταση του χρόνου. Υποστηρίζουν δηλαδή, ότι ακόμα κι αν ο Δ σχεδιάζει να υιοθετήσει τη στρατηγική P, αφού τελικά ο Γ δεν θα εισέλθει στην αγορά (βάσει αυτού του προφίλ ισορροπίας), πώς θα μπορέσει να την υλοποιήσει;

Υπάρχουν πολλά παίγνια, όπως αυτό, όπου η ισορροπία καθορίζει μια δράση (στρατηγική ενέργεια) που δεν είναι συνεπής με την ειδικότερη πληροφόρηση που είναι διαθέσιμη στους παίκτες.

Ειδικότερα, στο συγκεκριμένο παίγνιο μπορεί κάποιος εύκολα να διαπιστώσει ότι ο Δ έχει μια ασθενώς κυρίαρχη στρατηγική (τη στρατηγική Σ) την οποία και θα επιλέξει. Ο Γ μπορεί να διαγνώσει ότι εφόσον εισέλθει στην αγορά η μόνη ορθολογική αντίδραση του ανταγωνιστή του είναι να **Συμβιβαστεί**, καθώς δεν τον συμφέρει να υλοποιήσει την *ex ante* απειλή του. Με τον τρόπο αυτό η *απειλή* του Δ καθίσταται *αναξιόπιστη* και συνεπώς το προφίλ ισορροπίας **(Out, P)** δεν φαντάζει ορθολογικό σε πραγματικούς όρους.

3.2. Stackelberg⁹² Duopoly Game - «Αξιόπιστες απειλές»

Μια επιχείρηση, έστω A, επιλέγει παραγόμενη ποσότητα $q_A \in [0,12]$ για ένα ομοιογενές αγαθό. Το επιλεγόμενο ύψος παραγωγής παρατηρείται από την επιχείρηση B, και κατόπιν κι αυτή επιλέγει τη δική της παραγόμενη ποσότητα $q_B \in [0,12]$ για το ίδιο αγαθό.

Η απόδοση της A είναι: $u_A = P \cdot q_A = (12 - q_A - q_B) \cdot q_A$, και

η απόδοση της B είναι: $u_B = P \cdot q_B = (12 - q_A - q_B) \cdot q_B$.

Η στρατηγική της επιχείρησης B εκφράζεται ως συνάρτηση $s_B: [0,12] \rightarrow [0,12]$, που καθορίζει την παραγόμενη ποσότητα της B ως απόκριση στην ποσότητα που θα επιλέξει η επιχείρηση A. Κάθε, λοιπόν, τιμή της q_A δίνει ένα σαφές σύνολο πληροφόρησης στην επιχείρηση B.

Ας υποθέσουμε ότι η συνάρτηση που καθορίζει τη στρατηγική της επιχείρησης B είναι: $s_B(q_A) = \frac{12 - q_A}{2}$ και έστω ότι $q_A = 0$. Τότε, η επιλεχθείσα στρατηγική υποδεικνύει στην επιχείρηση B ότι θα πρέπει να παράξει $q_B = 6$. Η απόδοση της επιχείρησης B σε αυτό το επίπεδο παραγωγής -και με δεδομένο ότι η επιχείρηση A δεν παράγει προϊόν και συνεπώς $u_A = 0$ - είναι $u_B = (12 - 0 - 6) \cdot 6 = 36$.

Αυτή η απόδοση είναι η μέγιστη απόδοση που μπορεί να επιτύχει η επιχείρηση B, επειδή:

$$\frac{du_B}{dq_B} = 0 \Rightarrow \frac{d(12 \cdot q_B - q_A \cdot q_B - q_B^2)}{dq_B} = 0 \Rightarrow 12 - q_A - 2q_B = 0 \text{ ή } q_B = 6 \text{ και } \frac{du_B^2}{dq_B^2} = -2 < 0$$

Δηλαδή, η ποσότητα παραγωγής $q_B = 6$ μεγιστοποιεί την $u_B = (12 - q_B) \cdot q_B$

⁹² Ο **Heinrich Von Stackelberg** ήταν από τους πρώτους που μελέτησαν τις διαδοχικές κινήσεις στις αγορές: H. von Stackelberg, *Marketform un Gleichgewicht* (Vienna: Springer, 1934). Σε μετάφραση: *The Theory of the Market Economy*, A.T. Peacock (trans), London: William Hodge, 1952. Αναφορά στο Watson (2013), σελ. 185

Σημειώνεται ότι η ανωτέρω στρατηγική μεγιστοποιεί την απόδοση της επιχείρησης Β στην ειδικότερη περίπτωση που η παραγόμενη ποσότητα από την επιχείρηση Α είναι μηδενική.

Έστω, λοιπόν, ότι η επιχείρηση Β διαφοροποιεί τη στρατηγική της και αποφασίζει ότι θα ακολουθήσει διακριτή παραγωγική πολιτική, ως ακολούθως:

$$s_B(q_A) = \begin{cases} 6 & , \text{αν } q_A = 0 \\ 12 - q_A & , \text{αν } q_A \neq 0 \end{cases}$$

Έτσι, αν η επιχείρηση Α παράξει μια θετική ποσότητα ($q_A \neq 0$), τότε η επιχείρηση Β θα παράξει εκείνη την ποσότητα που ωθεί την τιμή πώλησης ($12 - q_A - q_B$)⁹³ στο μηδέν.

Ελέγχοντας την ισορροπία του παιγνίου, διαπιστώνεται ότι η **επιχείρηση Α**, σε σχέση με τη στρατηγική (βελτιστοποίησης) του αντιπάλου $s_B(0) = 6$, και με δεδομένη την ανωτέρω παρατήρηση, δεν κερδίζει κάτι αν αποκλίνει μονομερώς από την $q_A = 0$. Επιπλέον, η **επιχείρηση Β** και με δεδομένη τη στρατηγική του αντιπάλου ($q_A = 0$), δεν έχει κίνητρο μονομερούς παρέκκλισης από το προφίλ ισορροπίας ($0, s_B(0)$), καθώς σε αυτό το προφίλ μεγιστοποιεί το κέρδος της.

Επιπλέον, οποιαδήποτε εναλλακτική συνάρτηση ($s_B(q_A)$) στρατηγικής κι αν επιλέξει η **επιχείρηση Β** για $q_A \neq 0$, δεν επηρεάζεται η απόδοση της όταν $q_A = 0$.

Συνοπτικά, το προφίλ ($0, s_B(0)$) αποτελεί ισορροπία Nash και ουσιαστικά «επιβάλλεται» εκ προοιμίου στην επιχείρηση Α κατόπιν της **απολύτως αξιόπιστης απειλής** που διατύπωσε η επιχείρηση Β με τη στρατηγική απόκρισης $s_B(q_A)$.

Όλα αυτά ισχύουν στο ακέραιο πριν την πραγματική λήψη των στρατηγικών αποφάσεων από τις δύο επιχειρήσεις. Όμως, αν η **επιχείρηση Α** δεν «πεισθεί» από την «απολύτως αξιόπιστη απειλή» της ανταγωνίστριας εταιρείας και αποφασίσει να ρισκάρει παράγοντας κάποια ποσότητα από το ομοιογενές προϊόν (π.χ. $q_A = 6$), τότε η **επιχείρηση Β** θα λειτουργήσει ανορθολογικά και ενάντια στο άμεσο συμφέρον της αν επιμείνει στην απειλή της και παράξει κι αυτή εκείνη την ποσότητα που ωθεί την κοινή τιμή στο μηδέν. Αντίθετα, με δεδομένη την q_A μπορεί να προσδιορίσει εκείνο το ύψος παραγωγής που θα της μεγιστοποιήσει το κέρδος της, το οποίο βέβαια θα είναι σαφώς μικρότερο εκείνου που θα επιτύγχανε αν η αρχική απειλή της απέτρεπε την Α από την παραγωγή του αγαθού.

Το συμπέρασμα από το παίγνιο του Stackelberg είναι ότι παρότι το προφίλ ($0, s_B(0)$) είναι ισορροπία Nash, δεν είναι λογικά συνεπές για κάθε σύνολο πληροφόρησης της επιχείρησης Β. Στην πραγματικότητα, μάλιστα, η διακριτή στρατηγική $s_B(q_A)$ που προτίθεται να εφαρμόσει η επιχείρηση Β περιγράφει ορθολογική συμπεριφορά μόνο για $q_A = 0$ και $q_A = 12$.

3.3. Δυναμικά παίγνια ή Παίγνια ακολουθίας (Sequential Games)

Όπως με σχολαστικότητα έδειξε το παίγνιο του Stackelberg δεν αρκεί η ορθολογική επιλογή της κατάλληλης στρατηγικής άπαξ και ex ante, δηλ. πριν τη λήψη των πραγματικών στρατηγικών αποφάσεων. Η εμμονή σε ορθολογικές ex ante στρατηγικές, κάποιες φορές και ειδικότερα όταν δεν επαναξιολογούνται, μπορούν να οδηγήσουν τον προσηλωμένο σ' αυτές παίκτη σε σημαντικά ανορθολογικές αποφάσεις κατά το στάδιο χρησιμοποίησής τους. Έτσι, οι παίκτες θα πρέπει να επιδεικνύουν σε κάθε στάδιο της εξέλιξης ενός παιγνίου ορθολογική συμπεριφορά με βάση τα σύνολα πληροφόρησης που διαθέτουν στο συγκεκριμένο κάθε φορά στάδιο (φάση) εξέλιξης. Αυτή η επισήμανση, όπως αναφέρει ο

⁹³ Αν $q_B = 12 - q_A$, τότε $P = 12 - q_A - q_B = 12 - q_A - (12 - q_A) = 0$

Watson, μπορεί να ορισθεί ως **ακολουθία ορθολογικών αποφάσεων** (sequential rationality)⁹⁴.

Συνοπτικά, η ακολουθία ορθολογικών αποφάσεων είναι μια βέλτιστη στρατηγική (δηλ. μια ακολουθία αποφάσεων) για έναν παίκτη που μεγιστοποιεί την αναμενόμενη απόδοσή του σε σχέση με το σύνολο πληροφόρησης που κάθε φορά έχει ο παίκτης όταν καλείται να λάβει μια απόφαση.

Αυτό σημαίνει ότι η στρατηγική του παίκτη i θα πρέπει να καθορίζει μια βέλτιστη κίνηση (επιλογή) για καθ' ένα από τα σύνολα πληροφόρησης του παίκτη i , ακόμα και για εκείνα που ο ίδιος πιστεύει (ex ante) ότι δεν θα χρειαστούν για το παίγνιο.

Αν η ακολουθία ορθολογικών αποφάσεων (ομοίως, **διαδοχική εκλογίκευση**) είναι **κοινή γνώση** μεταξύ των παικτών σε κάθε σύνολο πληροφόρησης, τότε κάθε παίκτης οφείλει να προνοεί (να προσπαθεί να διαπιστώσει) για το ποια θα είναι η μελλοντική απόκριση των άλλων παικτών στη δική του επιλογή σε κάθε συγκεκριμένο σύνολο πληροφόρησης στο παίγνιο.

Για να γίνει λειτουργική η έννοια της **διαδοχικής εκλογίκευσης**, και να μπορεί να αξιολογηθεί ως τέτοια από έναν εξωτερικό παρατηρητή του παιγνίου, θα πρέπει ο παρατηρητής αυτός να είναι σε θέση να αναλύσει πολύπλοκες καταστάσεις που αφορούν στις πεποιθήσεις των παικτών σε κάθε σύνολο πληροφόρησης. Επιπλέον, υπάρχουν περιπτώσεις που η οπτική της ανάλυσης, από τον εξωτερικό παρατηρητή, είναι προσανατολισμένη στην **εκλογίκευση** (στη διαδικασία της επαναλαμβανόμενης κυριαρχίας) και άλλες φορές είναι προσανατολισμένη στην επίτευξη (στον προσδιορισμό) της/των ισορροπίας/ιών Nash.

Κατά τη διάρκεια των προηγούμενων δεκαετιών, οι ερευνητές ανέπτυξαν πλήθος βελτιώσεων και εκλεπτύνσεων βασιζόμενοι σε διαφορετικές υποθέσεις σχετικά με τις πεποιθήσεις και το σκοπό της συμπεριφοράς βέλτιστης απόκρισης.

Μια τέτοια προσπάθεια συμβιβασμού των αντιφάσεων που ανακύπτουν στις αναλύσεις οι οποίες είναι προσανατολισμένες στο καθορισμό των ισορροπιών Nash σε σχέση με εκείνες που είναι προσανατολισμένες στη διαδοχική εκλογίκευση των στρατηγικών πριν την κατάληξη στην ή στις ισορροπίες Nash, είναι η **subgame perfect Nash equilibrium (SPE)**.

3.4. Οπισθοβατική Επαγωγή (Backward Induction)

Ο απλούστερος τρόπος παρουσίασης της **διαδοχικής εκλογίκευσης** (της ακολουθίας ορθολογικών αποφάσεων) είναι μέσω της **οπισθοβατικής επαγωγής**⁹⁵. Η οπισθοβατική επαγωγή είναι μια διαδικασία προσδιορισμού της βέλτιστης δράσης για κάθε παίκτη σε κάθε σύνολο πληροφόρησης στο οποίο καλείται να λάβει μια απόφαση.

Θεωρούμε ένα παίγνιο **πλήρους πληροφόρησης** στο οποίο η επαναφορά (ανάκληση-recall) έχει **μονομελή σύνολα πληροφόρησης** (singleton information sets), δηλαδή, σχηματικά, δεν υπάρχουν διακεκομμένες γραμμές στο διάγραμμα εκτεταμένης μορφής του παιγνίου. Σύμφωνα με τον καθηγητή Γεράσιμο Σολδάτο⁹⁶, **πλήρης** (complete) είναι η

⁹⁴ Με ταυτόσημη σημασία χρησιμοποιείται και ο όρος «διαδοχική εκλογίκευση».

⁹⁵ Η τεχνική **Backward Induction**, στην ελληνική βιβλιογραφία της θεωρίας παιγνίων αποδίδεται με διάφορους όρους, όπως «επαγωγή προς τα πίσω», «επιστροφική ροή της σκέψης», «αντίστροφη συλλογιστική» κ.α. Υιοθετώ τον όρο «οπισθοβατική επαγωγή» τον οποίο χρησιμοποιεί ο Σολδάτος (2005), σελ. 86-87, και εναλλακτικά την «αντίστροφη συλλογιστική» που υιοθετεί ο δάσκαλός μου Αλεξόπουλος Α., (πανεπιστημιακές σημειώσεις στη θεωρία παιγνίων, 2004), γιατί θεωρώ ότι αποδίδουν πληρέστερα και συνοπτικότερα το περιεχόμενο της τεχνικής.

⁹⁶ Σολδάτος (2005), σελ. 81

πληροφόρηση όταν όλοι οι παίκτες γνωρίζουν όλες τις αποδόσεις ενός παιγνίου. Αυτή η περιγραφή της πληροφόρησης σε πλήρη και μη πλήρη αρκεί όσον αφορά τα στατικά παίγνια. Όμως, στα δυναμικά παίγνια ή παίγνια ακολουθίας, όπου πρώτα κινείται ο ένας παίκτης, ακολούθως ο άλλος κ.ο.κ. απαιτείται ο περεταίρω χαρακτηρισμός της πληροφόρησης σε **τέλεια** και **ατελή**. *Τέλεια* (perfect) είναι η πληροφόρηση όταν σε κάθε κόμβο απόφασης ο παίκτης που έχει σειρά να κινηθεί **γνωρίζει όλη την ιστορία** (όλες τις επιλογές που έχουν κάνει οι παίκτες μέχρι το συγκεκριμένο κόμβο) του παιγνίου και επιπλέον γνωρίζει και όλες τις τρέχουσες επιλογές και τις αποδόσεις τους.

Μετά τη χρήσιμη διάκριση μεταξύ πλήρους και τέλει πληροφόρησης, επιστρέφουμε στη θεώρησή μας για το δυναμικό παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή με **τέλεια πληροφόρηση** και περιγράφουμε τη διαδικασία **οπισθοβατικής επαγωγής**:

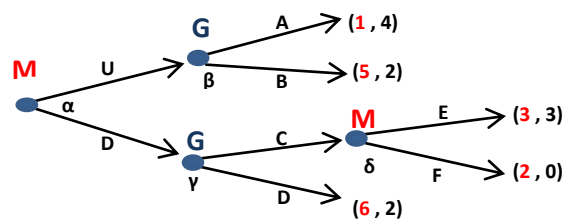
Αρχίζει κάποιος κοιτάζοντας τους κόμβους απόφασης που είναι άμεσοι προκάτοχοι (immediate predecessors) των τερματικών κόμβων. Σ' αυτούς τους κόμβους απόφασης, το παίγνιο ολοκληρώνεται μετά την επιλογή του παίκτη που έχει σειρά να παίξει και συνεπώς ο καθορισμός της βέλτιστης επιλογής δεν απαιτεί να ληφθεί υπόψη η συμπεριφορά άλλων παικτών. Ουσιαστικά, ο παίκτης που έχει σειρά κάνει μια επιλογή μεταξύ κάποιων τερματικών κόμβων και υποθέτουμε (εφόσον είναι ορθολογικός) ότι επιλέγει εκείνον που μεγιστοποιεί την απόδοσή του. Ας ονομάσουμε τις λοιπές εναλλακτικές επιλογές ως «κυριαρχούμενες».

Η διαδικασία της *αντίστροφης συλλογιστικής* συνεχίζεται για την αξιολόγηση όλων των κόμβων οι οποίοι είναι άμεσοι προκάτοχοι είτε των λοιπών τερματικών κόμβων είτε των κόμβων που μόλις αξιολογήθηκαν. Σ' αυτό το δεύτερο επίπεδο αξιολόγησης οι συνεπαγόμενες αποδόσεις της κάθε επιλογής είναι πιο καθαρές επειδή ο παίκτης που κάνει την επιλογή μπορεί να προβλέψει το πώς οι άλλοι παίκτες θα συμπεριφερθούν αργότερα. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι την επιστροφή στον αρχικό κόμβο του παιγνίου.

Έτσι, η διαδικασία της **οπισθοβατικής επαγωγής** (ομοίως, αντίστροφης συλλογιστικής) είναι η τεχνική της ανάλυσης ενός παιγνίου από το τέλος προς την αρχή. Σε κάθε κόμβο απόφασης διαγράφεται από τη θεώρηση κάθε επιλογή που είναι κυριαρχούμενη, με δεδομένο ότι οι τερματικοί κόμβοι που μπορεί να αποτελέσουν εκλογικευμένη έκβαση του παιγνίου προσδιορίζονται από τους προκάτοχους κάθε φορά κόμβους.

Παράδειγμα εφαρμογής της οπισθοβατικής επαγωγής:

Έστω το παίγνιο τέλει πληροφόρησης, σε εκτεταμένη μορφή παρουσίασης, μεταξύ δύο παικτών, του M και του G:



Διάγραμμα 26 -Παράδειγμα εφαρμογής της τεχνικής της αντίστροφης συλλογιστικής⁹⁷

Όπως φαίνεται στο γράφημα, υπάρχουν δύο κόμβοι στους οποίους ο παίκτης **M** καλείται να λάβει μια απόφαση (ο κόμβος α και ο κόμβος δ). Στον κόμβο δ ο παίκτης **M** επιλέγει μεταξύ των εναλλακτικών στρατηγικών E και F. Σ' αυτό τον κόμβο η ορθολογική επιλογή για

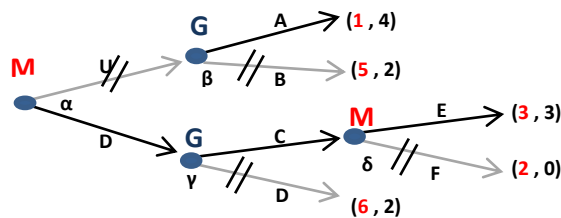
⁹⁷ Watson (2013), σελ. 187, με οριακές τροποποιήσεις από τον γράφοντα.

τον παίκτη M είναι η E, καθώς του αποφέρει μεγαλύτερη απόδοση ($3 > 2$). Συνεπώς, η επιλογή F μπορεί να διαγραφεί ως κυριαρχούμενη στρατηγική επιλογή.

Ο παίκτης G έχει τη δυνατότητα να διαγνώσει αυτή την οιονεί επιλογή του M. Έτσι, όταν ο παίκτης G βρεθεί στον κόμβο γ θα επιλέξει τη στρατηγική C που γνωρίζει ότι στην εξέλιξη του παιγνίου θα του αποφέρει μεγαλύτερη απόδοση σε σχέση με την απόδοση που του αποφέρει η εναλλακτική, στον κόμβο αυτό, στρατηγική D (ειδικότερα, $3 > 2$). Συνεπώς η επιλογή D μπορεί να διαγραφεί ως ενδεχόμενη εναλλακτική στρατηγική επιλογή.

Επιπλέον, ο ίδιος παίκτης G στον κόμβο απόφασης β, μεταξύ των εναλλακτικών A και B θα επιλέξει τη στρατηγική A, καθώς του αποφέρει μεγαλύτερη απόδοση απ' ότι η στρατηγική B (ειδικότερα, $4 > 2$), και ως εκ τούτου διαγράφεται η στρατηγική B.

Τέλος, αξιολογείται ο αρχικός κόμβος α, όπου ο παίκτης M επιλέγει μεταξύ των εναλλακτικών U και D. Γνωρίζει ότι αν επιλέξει U η απόκριση του G θα είναι A και ως εκ τούτου από την εν λόγω έκβαση του παιγνίου θα λάβει απόδοση 1. Αν επιλέξει την εναλλακτική D, τότε γνωρίζει ότι ο παίκτης G έχει ισχυρό κίνητρο να επιλέξει τη στρατηγική C και κατόπιν εκείνος (ως ορθολογικός παίκτης) θα επιλέξει E, που του αποφέρει απόδοση 3. Συνεπώς, η βέλτιστη επιλογή του παίκτη M στον αρχικό κόμβο απόφασης α είναι η D και έτσι η στρατηγική U μπορεί να διαγραφεί.



Διάγραμμα 27 -Επίλυση του παραδείγματος εφαρμογής της τεχνικής της αντίστροφης συλλογιστικής

Με τη χρήση λοιπόν της τεχνικής της *οπισθοβατικής επαγωγής* προσδιορίστηκε ένα μοναδικό προφίλ ορθολογικής στρατηγικής: (DE , AC), το οποίο αποτελεί και ισορροπία Nash, $N.E. = \{(DE , AC)\}$ για το παίγνιο του παραδείγματός μας. Είναι N.E. επειδή η στρατηγική DE είναι η βέλτιστη απόκριση για τον παίκτη M στη στρατηγική AC του παίκτη G, και επιπλέον η τελευταία αποτελεί τη βέλτιστη απόκριση του παίκτη G στη στρατηγική DE του παίκτη M.

Γενικεύοντας, η *τεχνική της οπισθοβατικής επαγωγής* προσδιορίζει ένα μοναδικό προφίλ ισορροπίας σε αμιγείς στρατηγικές για κάθε πεπερασμένο παίγνιο πλήρους πληροφόρησης που δεν έχει ισοδύναμες εκβάσεις⁹⁸.

Η τεχνική είναι σαφώς καθορισμένη και πλήρης νοημάτων για παίγνια πλήρους πληροφόρησης με ισοδύναμες αποδόσεις (payoff ties), αλλά στις περιπτώσεις αυτές μπορεί να οδηγήσει σε περισσότερα στρατηγικά προφίλ διαδοχικής εκλογίκευσης και ως εκ τούτου σε περισσότερα από ένα στρατηγικά προφίλ ισορροπίας.

Επιπλέον, μπορεί να εφαρμοστεί (υπό προϋποθέσεις) ακόμα και σε κάποια παίγνια με ατελή πληροφόρηση.

Γενικεύοντας, λοιπόν, την ανωτέρω γενίκευση: **Σε κάθε πεπερασμένο παίγνιο πλήρους πληροφόρησης, με την τεχνική της οπισθοβατικής επαγωγής προσδιορίζεται ένα**

⁹⁸ Ισοδύναμες εκβάσεις υπάρχουν όταν ένας ή περισσότεροι παίκτες λαμβάνουν την ίδια απόδοση σε περισσότερους τερματικούς κόμβους.

υποσύνολο από στρατηγικά προφίλ σε αμιγείς στρατηγικές, εκ των οποίων τουλάχιστον ένα είναι ισορροπία Nash⁹⁹.

3.5. Υποπαίγνια

Η τεχνική της *αντίστροφης συλλογιστικής*, όπως αναφέρθηκε είναι μια έκφανση, ένας από τους τρόπους ανάδειξης και εφαρμογής, της ιδέας της **διαδοχικής ακολουθίας εκλογικευμένων στρατηγικών** (διαδοχικής εκλογίκευσης). Σε πολλές όμως περιπτώσεις η τεχνική αυτή δεν είναι ικανή να δώσει αποτελέσματα στα παίγνια ακολουθίας, όπως θα δούμε στο παράδειγμα που ακολουθεί.

Ένας άλλος τρόπος γενικότερης παρουσίασης της διαδοχικής ακολουθίας εκλογικευμένων στρατηγικών είναι να αρχίσουμε με την έννοια της ισορροπίας Nash και κατόπιν να προβαίνουμε σταδιακά σε βελτιώσεις, οι οποίες βασίζονται στη θεώρηση της εκλογικευμένης ακολουθίας. Με άλλα λόγια, σε κάθε παίγνιο, μπορούμε να προσδιορίσουμε όλες τις ισορροπίες Nash και κατόπιν να διαγράψουμε σταδιακά εκείνες που παραβιάζουν τη θεώρηση της εκλογικευμένης ισορροπίας.

Για να γίνει αυτό θα πρέπει να καθορίσουμε την έννοια της *παραβίασης της θεώρησης της εκλογικευμένης ισορροπίας*, πριν απ' αυτό όμως θα πρέπει να ορίσουμε την έννοια του υποπαίγνιου.

Για ένα δεδομένο παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή, ο κόμβος x λέγεται ότι εισάγει ένα υποπαίγνιο αν ούτε ο x αλλά ούτε και κάποιος από τους διάδοχους κόμβους του βρίσκονται σε σύνολο πληροφόρησης το οποίο περιλαμβάνει κόμβους που δεν είναι διάδοχοι του x . Ένα υποπαίγνιο, λοιπόν, είναι ένα δένδρο απόφασης που καθορίζεται από έναν τέτοιο κόμβο x και τους διαδόχους του¹⁰⁰.

Πιο απλά, τα υποπαίγνια είναι παίγνια εκτεταμένης μορφής που: (α) αρχίζουν από κάποιον από τους κόμβους απόφασης του κυρίως παιγνίου, (β) περιλαμβάνουν όλους τους διάδοχους κόμβους αυτού του αρχικού, και (γ) αυτή η ακολουθία κόμβων δεν περιλαμβάνει σύνολα πληροφόρησης με κόμβους απόφασης οι οποίοι δεν έπονται του κόμβου από τον οποίο αρχίζει το υποπαίγνιο¹⁰¹.

Παραστατικότερα, παίρνουμε έναν κόμβο έστω x από ένα παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή και εξετάζουμε το σύνολο των κόμβων που είναι διάδοχοι του x (και τον ίδιο τον x). Αν υπάρχει κόμβος y που δεν είναι διάδοχος του x αλλά συνδέεται με τον x ή με κάποιον από τους διαδόχους του με διακεκομμένη γραμμή, τότε ο κόμβος x δεν είναι γεννήτορας υποπαίγνιου.

Μια σημαντική προϋπόθεση των υποπαιγνίων, που μας βοηθά και στον προσδιορισμό τους, είναι ότι εφόσον κάποιος παίκτης βρίσκεται εντός ενός υποπαίγνιου, αυτή η διαπίστωση είναι κοινή γνώση για όλους τους συμμετέχοντες στο υποπαίγνιο.

Τα υποπαίγνια μπορεί να λογίζονται και ως αυθύπαρκτα παίγνια εκτεταμένης μορφής. Ενώ, ακόμα και το κυρίως παίγνιο είναι στο σύνολό του ένα ταυτόσημο υποπαίγνιο.

Απόρροια του ορισμού των υποπαιγνίων είναι ότι στα παίγνια **τέλειας πληροφόρησης** κάθε κόμβος τους είναι γεννήτορας και ενός υποπαίγνιου.

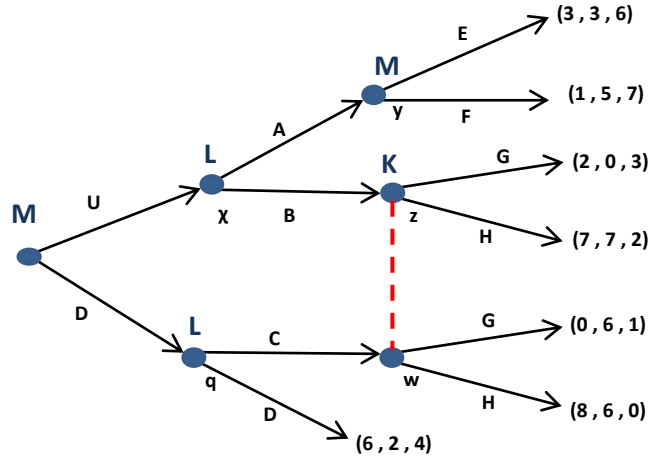
⁹⁹ H. W. Kuhn, Extensive Games and the Problem of Information, in *Contributions to the Theory of Games*, vol. II (*Annals of Mathematics Studies*, 28), ed. H. W. Kuhn and A. W. Tucker (Princeton, NJ: Princeton University Press, 1953), pp. 193–216. Αναφέρεται στο Watson (2013), σελ. 188.

¹⁰⁰ Watson (2013), σελ. 188

¹⁰¹ Σολδάτος (2005), σελ. 84

Για λόγους διάκρισης, τα υποπαίγνια που εκκινούν από κόμβους διάφορους του αρχικού κόμβου¹⁰² του κυρίως παιγνίου ονομάζονται **proper subgames**.

Οι ανωτέρω πυκνοί νοητικοί ορισμοί γίνονται εύληπτοι με τη χρήση του παραδείγματος που ακολουθεί:



Διάγραμμα 28- Παράδειγμα προσδιορισμού υποπαίγνιων

Στο παίγνιο αυτό συμμετέχουν τρεις παίκτες (M,L,K).

Ο αρχικός κόμβος του παιγνίου είναι γεννήτορας υποπαίγνιου, γιατί όπως αναφέρθηκε όλο το παίγνιο μπορεί να θεωρηθεί ως ένα υποπαίγνιο.

Ο κόμβος γ είναι γεννήτορας υποπαίγνιου επειδή δεν συνδέεται με άλλους κόμβους με διακεκομμένη γραμμή και όλοι οι διάδοχοι κόμβοι του γ είναι τερματικοί κόμβοι.

Αντίθετα, ο κόμβος x δεν είναι γεννήτορας υποπαίγνιου επειδή ένας από τους διάδοχους κόμβους (ο κόμβος z) βρίσκεται στο ίδιο σύνολο πληροφόρησης με τον κόμβο w ο οποίος δεν είναι διάδοχος κόμβος του κόμβου x. Αυτό σημαίνει ότι όταν ο παίκτης K βρεθεί στο σύνολο πληροφόρησης που τον αφορά (κόμβοι z και w) δεν γνωρίζει αν βρίσκεται στον κόμβο που είναι διάδοχος του x (δηλ. στον κόμβο z) ή στον κόμβο που δεν είναι διάδοχος του x (δηλ. στον κόμβο w). Συνεπώς, αν ο κόμβος ήταν γεννήτορας υποπαίγνιου θα περιλάμβανε ένα σύνολο πληροφόρησης (τους κόμβους z και w) με κόμβους απόφασης που στο σύνολό τους δεν είναι διάδοχοι του γεννήτορα, πράγμα που από τον ορισμό του υποπαίγνιου δεν επιτρέπεται. Έτσι, ούτε ο κόμβος x αλλά ούτε και οι κόμβοι z και w είναι γεννήτορες υποπαίγνιων.

Ο κόμβος q δεν είναι γεννήτορας υποπαίγνιου για τον ίδιο ακριβώς λόγο για τον οποίο δεν είναι ο κόμβος x.

Συγκεντρωτικά, το ανωτέρω δένδρο έχει δύο υποπαίγνια:

- (α) Το κυρίως παίγνιο, και
- (β) Το proper subgame που έχει γεννήτορα τον κόμβο γ.

Η χρησιμότητα του προσδιορισμού των υποπαίγνιων σχετίζεται με τις ευσταθείς ισορροπίες Nash στο κυρίως παίγνιο. Ειδικότερα, αν ένα στρατηγικό προφίλ είναι ισορροπία Nash σε **κάθε υποπαίγνιο** του βασικού παιγνίου τότε αυτό το στρατηγικό προφίλ είναι και εκλογικευμένη (τέλεια) ισορροπία Nash στο βασικό παίγνιο, και καλείται **Subgame Perfect Nash Equilibrium (SPE)**.

¹⁰² Ο αρχικός κόμβος ενός παιγνίου στην ελληνική βιβλιογραφία συναντάται και ως **ρίζα** (του δένδρου λήψης στρατηγικών αποφάσεων).

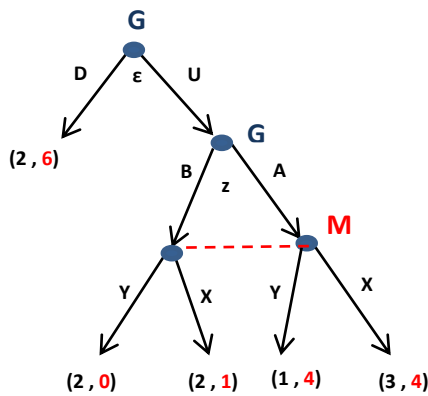
Ένα στρατηγικό προφίλ, λοιπόν, καλείται Subgame Perfect Nash Equilibrium (SPE) αν καθορίζει μια ισορροπία Nash για κάθε υποπαίγνιο του βασικού παιχνιδιού.

Η βασική ιδέα της τέλει ισορροπίας είναι ότι αυτή θα πρέπει να υφίσταται σε κάθε στάδιο της εξέλιξης του παιχνιδιού. Επειδή, ισορροπία Nash υπάρχει σε κάθε παίγνιο, η SPE είναι περισσότερο απαιτητική ως ισορροπία, καθώς ζητά ένα συγκεκριμένο προφίλ ισορροπίας να είναι ισορροπία Nash σε κάθε υποπαίγνιο.

Η SPE αποτελεί μια εκλέπτυνση της ισορροπίας Nash. Η εκλέπτυνση αυτή είναι καθοριστική για την ανεύρεση ευσταθών (τέλειων) ισορροπιών Nash στα στρατηγικά παίγνια. Αυτός είναι και ο λόγος για τον οποίο το 1994 ο **Reinhard Selten** κέρδισε το βραβείο Nobel¹⁰³ στις οικονομικές επιστήμες για τις εργασίες του¹⁰⁴ στο πεδίο της βελτιστοποίησης των ισορροπιών Nash.

Οι πολλαπλές ισορροπίες Nash, τις οποίες μπορεί να έχει ένα παίγνιο, αποτελούσαν για τους θεωρητικούς των παιγνίων ένα σημαντικό πρόβλημα στρατηγικής απροσδιοριστίας. Έπρεπε λοιπόν να προσδιοριστεί μια ολοκληρωμένη μαθηματική προσέγγιση με τη οποία θα ήταν δυνατός ο περιορισμός των πολλαπλών ισορροπιών Nash προκειμένου να βελτιωθεί η προβλεπτική ικανότητα της Θεωρίας Παιγνίων. Η προσέγγιση του Selten εξυπηρετεί αυτή την αναγκαιότητα καθώς διακρίνει από το σύνολο των εφικτών τελικών ισορροπιών εκείνες που εμφανίζονται σε κάθε υποπαίγνιο του κυρίως παιχνιδιού. Πολλοί θεωρητικοί υποστηρίζουν ότι οι τέλει-σε-υποπαίγνια-ισορροπίες¹⁰⁵ έδωσαν σημαντική ώθηση στη Θεωρία Παιγνίων καθώς αφενός βελτίωσαν ουσιαδώς την προβλεπτική της ικανότητα και αφετέρου εισήγαγαν τη διάσταση του χρόνου (και των αλληλοδιάδοχων επιλογών) κάνοντας έτσι τα παίγνια να προσιδιάζουν περισσότερο στις πραγματικές καταστάσεις στρατηγικής αλληλεπίδρασης.

Παράδειγμα ανεύρεσης προφίλ ισορροπίας SPE: Έστω το κατωτέρω παίγνιο δύο παικτών (G, M) το οποίο παρουσιάζεται σε εκτεταμένη και σε στρατηγική μορφή:



Παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή

		M	
		X	Y
G	UA	<u>3</u> , <u>4</u>	1, <u>4</u>
	UB	2, <u>1</u>	<u>2</u> , 0
	DA	2, <u>6</u>	<u>2</u> , <u>6</u>
	DB	2, <u>6</u>	<u>2</u> , <u>6</u>

Παίγνιο σε κανονική μορφή
Σχήμα 3

		M	
		X	Y
G	A	<u>3</u> , <u>4</u>	1, <u>4</u>
	B	2, <u>1</u>	<u>2</u> , 0

Proper υποπαίγνιο

¹⁰³ Το εν λόγω βραβείο, την ίδια χρονιά (1994), μοιράστηκαν ο **John Nash** και ο **John Harsanyi**. Ο τελευταίος ασχολήθηκε κυρίως με παίγνια ατελούς πληροφόρησης.

¹⁰⁴ Η βασική συνεισφορά του **Selten** διατυπώθηκε στις εργασίες του: «Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfrageträgheit», Zeitschrift für die gesamte staatswissenschaft 121 (1965): 301–324, 667–689, και «Reexamination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points in Extensive Games» International Journal of Game Theory 4 (1975): 25–55.

¹⁰⁵ Ομοίως, υποπαίγνιακά τέλεια ισορροπία Nash.

Το ανωτέρω παίγνιο, όπως φαίνεται στην εκτεταμένη του μορφή, έχει ένα proper υποπαίγνιο¹⁰⁶ το οποίο έχει τον κόμβο z ως γεννήτορα.

Συνεπώς υπάρχουν δύο υποπαίγνια στο κυρίως παίγνιο: Το proper και το κυρίως παίγνιο.

Ο στρατηγικός χώρος του παίκτη G είναι: $S_G = \{(UA), (UB), (DA), (DB)\}$, και

ο στρατηγικός χώρος του παίκτη M είναι: $S_M = \{X, Y\}$, ενώ

ο στρατηγικός χώρος του παιγνίου είναι: $S = S_G \times S_M$.

Εδώ πρέπει να επισημανθεί ότι αν, για παράδειγμα, επιλεγεί το στρατηγικό προφίλ (DA, X) (ή ομοίως το (DB, Y)), η ροή του παιγνίου δεν περιλαμβάνει το proper υποπαίγνιο, καθώς το βασικό παίγνιο ολοκληρώνεται στον τερματικό κόμβο με αποδόσεις $(2,6)$. Όμως, το προφίλ (DA, X) έχει στρατηγική αξία καθώς καθορίζει το τι θα έπρατταν οι παίκτες αν εισέρχονταν στο proper υποπαίγνιο.

Εστιάζοντας την προσοχή μας στη στρατηγική μορφή παρουσίασης βρίσκουμε ότι τα προφίλ ισορροπίας Nash του παιγνίου σε αμιγείς στρατηγικές είναι:

$$N.E. = \{(UA, X), (DA, Y), (DB, Y)\}$$

Όμως δεν αποτελούν και τα τρία αυτά στρατηγικά προφίλ ισορροπίας Nash, ισορροπίες στο proper υποπαίγνιο.

Όπως μπορεί κάποιος να διαπιστώσει (είτε από την εκτεταμένη μορφή, είτε από την κανονική μορφή) το proper υποπαίγνιο έχει μόνο ένα προφίλ ισορροπίας Nash:

$$N.E.\text{-proper} = \{(A, X)\}$$

Έτσι, τα στρατηγικά προφίλ (DA, Y) και (DB, Y) δεν είναι SPE επειδή δεν αποτελούν ισορροπίες Nash στο proper υποπαίγνιο (δηλ. σε ένα από τα υποπαίγνια του βασικού παιγνίου).

Το προφίλ (DA, Y) καθορίζει ότι το προφίλ (A, Y) θα επιλεγθεί στο proper υποπαίγνιο, αλλά σ' αυτό, το εν λόγω προφίλ δεν αποτελεί ισορροπία. Ομοίως, το προφίλ (DB, Y) καθορίζει ότι το προφίλ (B, Y) θα επιλεγθεί στο proper υποπαίγνιο, αλλά σ' αυτό, το εν λόγω προφίλ δεν αποτελεί ισορροπία.

Συνεπώς, υπάρχει μόνο ένα προφίλ ισορροπίας SPE στο παίγνιο: $SPE = \{(UA, X)\}$

Ένα χρήσιμο σχόλιο από το παράδειγμά μας που αφορά στη φυσική σημασία του προφίλ ισορροπίας (DA, Y) (ή ομοίως, του (DB, Y)), είναι ότι αποτελούν **απειλή** (threat) που οι παίκτες από κοινού χρησιμοποιούν για να δώσουν το κίνητρο ή το αντικίνητρο στον παίκτη να επιλέξει ή αντίστοιχα να μην επιλέξει στον αρχικό κόμβο τη στρατηγική που θα οδηγήσει σ' αυτά τα προφίλ ισορροπίας. Στο παράδειγμα, ο παίκτης G έχει ισχυρό κίνητρο να παρεκκλίνει της στρατηγικής D ($2 < 3$).

Κάποιες γενικεύσεις είναι χρήσιμες για τη συνέχεια της ανάλυσης:

(α) Κάθε προφίλ SPE είναι N.E. γιατί εξ' ορισμού το SPE προφίλ είναι μια ισορροπία Nash σε κάθε υποπαίγνιο του παιγνίου, ένα από τα οποία είναι και το βασικό παίγνιο.

(β) Στα παίγνια τέλει πληροφόρησης, η τεχνική της οπισθοβατικής επαγωγής υποδεικνύει τα προφίλ SPE.

¹⁰⁶ Είναι proper υποπαίγνιο γιατί όπως προαναφέρθηκε ο γεννήτοράς του δεν είναι ο αρχικός κόμβος του παιγνίου.

(γ) Για τα περισσότερα πεπερασμένα παίγνια, η διαδικασία προσδιορισμού των υποπαίγνιων και της ανεύρεσης κοινών ισορροπιών σε κάθε υποπαίγνιο είναι ικανή για την ανεύρεση των προφίλ SPE.

(δ) Για να ελέγξουμε αν το προφίλ s είναι SPE, κάνουμε την εξής ερώτηση σε κάθε παίκτη i και για κάθε υποπαίγνιο: Για δεδομένο s_{-i} υπάρχει στρατηγική s_i' που επιφέρει μια αυστηρά υψηλότερη απόδοση για τον παίκτη i απ' ό τι η s_i στο υποπαίγνιο; Αν δεν υπάρχει, για κάθε παίκτη και για κάθε υποπαίγνιο τότε το προφίλ s είναι SPE.

3.6. Η υποπαιγνιακά τέλεια ισορροπία (SPE) στο Stackelberg Duopoly Game.

Στο δυοπωλιακό παίγνιο του Stackelberg η επιχείρηση A επιλέγει ποσότητα παραγωγής $q_A \in [0,12]$ για ένα ομοιογενές αγαθό. Η επιλογή της επιχείρησης A παρατηρείται από την επιχείρηση B, και κατόπιν η δεύτερη επιλέγει το δικό της επίπεδο παραγωγής $q_B \in [0,12]$ για το ίδιο αγαθό.

Η απόδοση της επιχείρησης A είναι: $u_A = (12 - q_A - q_B) \cdot q_A$, και

η απόδοση της επιχείρησης B είναι: $u_B = (12 - q_A - q_B) \cdot q_B$.

Είναι προφανές ότι κάθε παραγόμενη ποσότητα (q_A) από την επιχείρηση A είναι ένα διακριτό σύνολο πληροφόρησης για την επιχείρηση B.

Κάθε ένα από τα διακριτά αυτά σύνολα πληροφόρησης είναι ένας κόμβος απόφασης, από τον οποίο εκκινεί ένα υποπαίγνιο (δηλ. κάθε σύνολο πληροφόρησης είναι ένας μοναδικός κόμβος, ο οποίος αποτελεί γεννήτορα ενός υποπαιγνίου). Μετά από κάθε τέτοιο κόμβο, η επιχείρηση B καλείται να επιλέξει το δικό της επίπεδο παραγωγής και κατόπιν το παίγνιο ολοκληρώνεται. Με άλλα λόγια, υπάρχει ένας άπειρος αριθμός από proper υποπαίγνια – ένα για κάθε πιθανή τιμή του q_A . Κάθε ένα από τα υποπαίγνια αυτά έχει μια μοναδική ισορροπία Nash.

Η ισορροπία Nash για κάθε ένα από τα υποπαίγνια αυτά είναι απλά εκείνη η επιλογή της ποσότητας του q_B που μεγιστοποιεί την απόδοση της εταιρείας B. Η μεγιστοποίηση της απόδοσης της επιχείρησης B, όμως, εξαρτάται από την ποσότητα παραγωγής q_A της επιχείρησης A.

Άρα, για δεδομένη ποσότητα q_A , $\max_{q_B \in [0,12]} u_B = \max(12 - q_A - q_B) \cdot q_B$.

Η συνάρτηση αυτή μεγιστοποιείται εκεί που η πρώτη μερική παράγωγος ως προς το q_B μηδενίζεται, εφόσον η δεύτερη μερική παράγωγος είναι αρνητική. Έτσι,

$$\frac{\partial u_B}{\partial q_B} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial q_B} (12 - q_A - q_B) \cdot q_B = 0 \Rightarrow 12 - q_A - 2q_B = 0 \Rightarrow q_B = 6 - \frac{q_A}{2}$$

με την προϋπόθεση ότι: $\frac{\partial^2 u_B}{\partial q_B^2} < 0$, που ισχύει, καθώς $\frac{\partial^2 u_B}{\partial q_B^2} = -2$.

Άρα, σε κάθε υποπαίγνιο¹⁰⁷ που ακολουθεί της επιλογής q_A από την επιχείρηση A, η ορθολογική απόκριση της επιχείρησης B είναι να επιλέξει $q_B = 6 - \frac{q_A}{2}$.

Έτσι, η απόδοση της επιχείρησης B είναι:

$$u_B = \left(12 - q_A - \left(6 - \frac{q_A}{2}\right)\right) \cdot \left(6 - \frac{q_A}{2}\right) = \left(6 - \frac{q_A}{2}\right)^2$$

Και η απόδοση της επιχείρησης A είναι:

¹⁰⁷ Το κάθε φορά συγκεκριμένο υποπαίγνιο καθορίζεται από την ποσότητα q_A .

$u_A = \left(12 - q_A - \left(6 - \frac{q_A}{2}\right)\right) \cdot q_A = \left(6 - \frac{q_A}{2}\right) \cdot q_A$, δηλ. η απόδοση της επιχείρησης Α είναι μια συνάρτηση που σχετίζεται με την παραγόμενη ποσότητα που η ίδια θα επιλέξει (q_A), με δεδομένη την πρόβλεψη της για τη βέλτιστη απόκριση της επιχείρησης Β στην δική της επιλογή.

Η βέλτιστη, λοιπόν, επιλογή για την επιχείρηση Α είναι στο επίπεδο παραγωγής όπου μεγιστοποιείται η συνάρτηση της απόδοσής της, δηλ.

$$\text{για δεδομένη ποσότητα } q_B, \max_{q_A \in [0,12]} u_A = \max \left(6 - \frac{q_A}{2}\right) \cdot q_A$$

Η συνάρτηση αυτή μεγιστοποιείται εκεί όπου η πρώτη παράγωγος μηδενίζεται, εφόσον η δεύτερη παράγωγος είναι αρνητική, δηλ.

$$\frac{du_A}{dq_A} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dq_A} \left(\left(6 - \frac{q_A}{2}\right) \cdot q_A \right) = 0 \Rightarrow 6 - q_A = 0 \Rightarrow q_A = 6$$

με την προϋπόθεση ότι: $\frac{d^2 u_A}{dq_A^2} < 0$, που ισχύει, καθώς $\frac{d^2 u_B}{dq_B^2} = -1$.

Έτσι, καταλήγουμε ότι το μοναδικό προφίλ SPE στο Stackelberg duopoly game, είναι το στρατηγικό προφίλ $(6, s_B)$, όπου s_B είναι η στρατηγική της επιχείρησης Β για την παραγόμενη ποσότητα q_B η οποία καθορίζεται από τη συνάρτηση:

$$s_B(q_A) = q_B(q_A) = 6 - \frac{q_A}{2}, \text{ για κάθε } q_A \in [0,12]$$

Τονίζεται ότι η στρατηγική της επιχείρησης Β είναι μια συνάρτηση που προσδιορίζει την βέλτιστη απόκρισή της σε **κάθε σύνολο πληροφόρησης** που η ίδια έχει.

Δηλαδή, ακόμα κι αν η Α επιλέξει ποσότητα διάφορη της βέλτιστης για την ίδια ($q_A \neq 6$), η βέλτιστη απόκριση της Β στην ανορθολογική επιλογή της Α δίνεται με την εν λόγω στρατηγική (s_B). Είναι αυτονόητο ότι το νέο προφίλ στρατηγικών που θα περιέχει την ανορθολογική στρατηγική της επιχείρησης Α και την βέλτιστη απόκριση της Β, δεν θα αποτελεί προφίλ ισορροπίας Nash.

3.7. Διαρκής Αξία (continuation value)

Για έναν δεδομένο κόμβο x σ' ένα παίγνιο, η **διαρκής αξία** (continuation value) ενός παίκτη είναι η απόδοση που ο παίκτης αυτός τελικά θα λάβει, η οποία εξαρτάται από το μονοπάτι του παιγνίου που διέρχεται από τον κόμβο αυτό (*κόμβος x*).

Συναφής με τον ορισμό της διαρκούς αξίας είναι η θεώρηση για το πώς οι παίκτες θα συμπεριφερθούν σε κάποιο κόμβο και σε σχέση με όλους τους διάδοχους κόμβους αυτού.

Αν υποθέσουμε ότι η συμπεριφορική θεωρία (theory of behavior) που υιοθετούν οι παίκτες (π.χ. εγωιστική, αλτρουιστική, εκδικητική, συναινετική, επιθετική κ.λ.π.) σε ένα παίγνιο μπορεί να είναι οποιαδήποτε κρίνουν εκείνοι ως πρέπουσα, η **διαρκής αξία** ενός κόμβου x του παιγνίου είναι η απόδοση των παικτών στον τερματικό κόμβο που έχει προκάτοχο τον κόμβο x , αρκεί η συμπεριφορά των παικτών να είναι συνεπής με την εκάστοτε εφαρμοζόμενη θεωρία συμπεριφοράς που επέλεξαν.

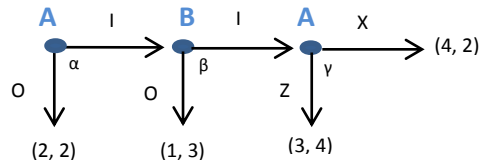
Συνεπώς, η διαρκής αξία ενός κόμβου δεν εξαρτάται από τη συμπεριφορική θεωρία που οι παίκτες υιοθετούν, αλλά από τη συνέπειά τους στα κελύσματα της.

3.8. Η ιδιότητα της μιας απόκλισης (One deviation property)

Για κάθε πεπερασμένο παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή, ένα στρατηγικό προφίλ s^* είναι SPE αν και μόνο αν, για κάθε παίκτη i και για κάθε υποπαίγνιο, δεν υπάρχει μονομερής απόκλιση που να αυξάνει την απόδοση του παίκτη i στο υποπαίγνιο¹⁰⁸.

3.9. Αξιολόγηση της ορθολογικότητας των άλλων παικτών.

Έστω το κατωτέρω παίγνιο δύο παικτών (A και B).



Διάγραμμα 29

Στον αρχικό κόμβο α ο παίκτης A επιλέγει μεταξύ των στρατηγικών I και O. Στον δεύτερο κόμβο β ο παίκτης B επιλέγει μεταξύ των ίδιων εναλλακτικών (I,O) και εφόσον οι διάδοχες αποφάσεις των παικτών το επιτρέψουν, στον κόμβο γ επιλέγει ο παίκτης A μεταξύ των εναλλακτικών X και Z.

Κάθε κόμβος αποτελεί ένα μονομελές σύνολο πληροφόρησης και συνεπώς το παίγνιο είναι τέλει πληροφόρησης. Μπορεί να επιλυθεί με την τεχνική της οπισθοβατικής επαγωγής, την οποία και θα παρουσιάσουμε αναλυτικά. Πριν, όμως, την αναλυτική παρουσίαση της τεχνικής, θα δούμε τις ισορροπίες σε κάθε υποπαίγνιο:

Στον κόμβο γ , $SPE^\gamma = \{X\}$

Στον κόμβο β , $SPE^\beta = \{X, O\}$

Στον κόμβο α , $SPE^\alpha = \{OX, O\}$

Από τις ανωτέρω ισορροπίες σε κάθε υποπαίγνιο διαπιστώνεται ότι το $SPE = \{OX, O\}$ προφίλ αποτελεί ισορροπία σε κάθε υποπαίγνιο και ως εκ τούτου αποτελεί ισορροπία του παιγνίου.

Με τη μέθοδο της οπισθοβατικής επαγωγής:

Αν ο παίκτης A βρεθεί στον κόμβο γ , τότε σίγουρα θα επιλέξει τη στρατηγική X που του αποφέρει μεγαλύτερη απόδοση από τη στρατηγική Z ($4 > 3$).

Ο παίκτης B (εφόσον η ροή του παιγνίου το επιτρέψει) όταν κληθεί να λάβει μια απόφαση (μεταξύ I και O) στον κόμβο που τον αφορά (κόμβος β), μπορεί να προβλέψει ότι εφόσον επιλέξει I θα επιτρέψει στον παίκτη A να βρεθεί στον κόμβο γ και εκείνος σίγουρα θα επιλέξει X. Άρα, αν ο παίκτης B επιλέξει I θα λάβει απόδοση 2. Αντίθετα, αν επιλέξει O θα λάβει απόδοση 3. Επειδή $3 > 2$, ο παίκτης B σίγουρα θα επιλέξει τη στρατηγική O.

Ο παίκτης A, στον αρχικό κόμβο (κόμβος α), μπορεί να προβλέψει τον ανωτέρω ορθολογικό στρατηγικό νοητικό συλλογισμό του παίκτη B, και έτσι ξέρει ότι αν επιλέξει τη στρατηγική I θα λάβει τελικά απόδοση 1, ενώ αν επιλέξει τη στρατηγική O θα λάβει απόδοση 2. Επομένως, ως ορθολογικός παίκτης, ο παίκτης A θα επιλέξει O και δεν θα δώσει τη δυνατότητα στον παίκτη B να παίξει.

Συνεπώς όπως έχει ήδη αναφερθεί η τεχνική της οπισθοβατικής επαγωγής προσδιορίζει ένα μοναδικό προφίλ ισορροπίας σε αμιγείς στρατηγικές για κάθε πεπερασμένο παίγνιο

¹⁰⁸ Λεπτομερής παρουσίαση της ιδιότητας της μιας απόκλισης, και ένα κατατοπιστικό παράδειγμα στο Σολδάτος Γ. (2005), σελ. 91-93

τέλειας πληροφόρησης που δεν έχει ισοδύναμες εκβάσεις, όπως το συγκεκριμένο, και ως εκ τούτου $SPE = \{OX, O\}$

Το ανωτέρω παίγνιο κρύβει μια σιωπηρή παραδοχή που αξίζει να σχολιασθεί: Αν η ροή του παιγνίου επιτρέπει στον παίκτη Β να παίξει, θα πρέπει αυτός να συνεχίζει να υποθέτει ότι ο παίκτης Α είναι ορθολογικός;

Ειδικότερα, αν ο **παίκτης Α** είναι ορθολογικός δεν θα επιτρέψει ποτέ με την απόφασή του να φτάσει το παίγνιο στον κόμβο β. Έτσι, αν η ροή του παιγνίου φθάσει στον κόμβο β και έτσι κληθεί ο **παίκτης Β** να λάβει μια απόφαση, τότε ο ίδιος διαπιστώνοντας τον ανορθολογισμό του παίκτη Α, μπορεί ορθολογικά να υποθέσει ότι αν επιλέξει την ανορθολογική του στρατηγική (I), ο ανορθολογικός Α αντί στο κόμβο γ να παίξει Χ θα παίξει Ζ και ως εκ τούτου ο ίδιος (ο παίκτης Β) θα λάβει τη μέγιστη απόδοση που θα μπορούσε να λάβει από το παίγνιο.

Οι θεωρητικοί των παιγνίων σε τέτοιες περιπτώσεις σπεύδουν να δηλώσουν ότι οι παίκτες είναι άνθρωποι, και οι άνθρωποι κάνουν λάθη. Έτσι, αν ο παίκτης Β κληθεί να αποφασίσει, σε καμία περίπτωση δεν πρέπει να στηριχθεί στην υπόθεση της *διαδοχικής ανορθολογικότητας* του Α. Θα πρέπει να συνεχίσει να θεωρεί ορθολογικό τον Α, και να επιλέξει τη δική του ορθολογική στρατηγική.

Βλέποντας κάποιος το ανωτέρω παίγνιο μπορεί να υποστηρίξει ότι ο παίκτης Α δεν έκανε λάθος, αλλά ένα πονηρό «σινιάλο» στον παίκτη Β. Με την επιλογή του είναι σαν να λέει στον παίκτη Β: «μόλις σου απέδειξα ότι σου δίνω την ευκαιρία να μου ανοίξεις το δρόμο για να φτάσω στον κόμβο γ, κι εκεί δεν έχω λόγο να σε τιμωρήσω». Στην πορεία της ανάλυσης της Θεωρίας Παιγνίων θα διαπιστώσουμε αν μια τέτοια έκβαση είναι ευκαταία και υπό ποιες προϋποθέσεις.

3.10. Καθορισμός Προσφερόμενης Τιμής.

Δύο παίκτες (**Αγοραστής** και **Πωλητής**) διαπραγματεύονται για την τιμή μιας πέννας γραφής **Cerruti** που ο Π βρήκε τυχαία σε μια φτωχογειτονιά της Αθήνας, και την οποία θέλει να αγοράσει ο Α. Η εκτιμώμενη αξία της πέννας για τον Α είναι 100€, ενώ για τον Π δεν έχει καμία απολύτως αξία, βρέθηκε τυχαία στην κατοχή του, δεν την χρησιμοποιεί και του είναι αδιάφορο το αν θα συνεχίσει να την κατέχει ή αν θα την πουλήσει.

Η ροή του παιγνίου έχει ως εξής: Ο Πωλητής (**Π**) προτείνει μια τιμή p στον Αγοραστή (**Α**). Αφού ο Α ακούσει την τιμή, αποφασίζει αν θα την **αποδεχτεί** («Ναι») και έτσι θα πάρει την πένα ή θα την **απορρίψει** («Όχι»).

Αν ο παίκτης Α δεχθεί την πρόταση, τότε ο Π κερδίζει p και ο Α κερδίζει¹⁰⁹ $100 - p$

Αν ο παίκτης Α απορρίψει την πρόταση, τότε και οι δύο παίκτες έχουν απόδοση μηδέν.

Ένα αντίστοιχο παίγνιο (take-it-or-leave-it) έχουμε ήδη αναλύσει και έχουμε αποδείξει ότι έχει πολλές ισορροπίες Nash. Τώρα θα δείξουμε ότι υπάρχει ένα συγκεκριμένο στρατηγικό προφίλ που είναι SPE.

Στο εν λόγω παίγνιο υπάρχει ένας άπειρος αριθμός από σύνολα πληροφόρησης για τον παίκτη Α, ένα για κάθε πιθανή προσφορά του παίκτη Π.

¹⁰⁹ Εφόσον ο παίκτης Α εκτιμά την αξία της πέννας στα 100€, οποιαδήποτε θετική διαφορά μεταξύ της εκτιμώμενης αξίας και του καταβαλλόμενου ποσού αποτελεί κέρδος για τον παίκτη Α.

Κάθε ένα από αυτά τα σύνολα πληροφόρησης είναι ένας μονομελής κόμβος ο οποίος είναι γεννήτορας ενός απλού υποπαιγνίου, στο οποίο ο παίκτης A αποδέχεται ή απορρίπτει την πρόταση και το παίγνιο ολοκληρώνεται.

Η προτεινόμενη στρατηγική για τον παίκτη A, που είναι **αποδοχή** της πρότασης **αν και μόνο αν** $p \leq 100$, επιφέρει μια ισορροπία σε κάθε τέτοιο υποπαίγνιο:

Ο παίκτης A επιτυγχάνει απόδοση $100 - p$ αν δεχθεί την προσφορά, ενώ λαμβάνει μηδέν αν την απορρίψει. Έτσι, η αποδοχή είναι η βέλτιστη απόκριση του παίκτη A σε κάθε υποπαίγνιο με $p < 100$.

Η **απόρριψη** της προσφοράς είναι η βέλτιστη απόκριση σε κάθε υποπαίγνιο με $p > 100$.

Για $p = 100$, τόσο η στρατηγική της αποδοχής όσο και της απόρριψης είναι βέλτιστες στρατηγικές αποκρίσεις. Έτσι, για την ειδική αυτή περίπτωση ο παίκτης είναι αδιάφορος μεταξύ της αποδοχής ή της απόρριψης (είναι αδιάφορος γιατί η απόδοση που λαμβάνει είναι ίδια –δηλ. μηδέν– είτε δεχθεί είτε απορρίψει την προσφορά). Θεωρούμε ότι σ' αυτή την περίπτωση ο παίκτης A θα αποφασίσει να αποδεχθεί την προσφορά¹¹⁰.

Έτσι, ο παίκτης A χρησιμοποιεί μια διαδοχικά ορθολογική στρατηγική s_A που επιφέρει ισορροπία σε κάθε proper υποπαίγνιο, την $s_A(p) = \begin{cases} N, & \text{για } p \leq 100 \\ 0, & \text{για } p > 100 \end{cases}$

Για τον παίκτη Π, η προσφορά $p^* = 100$ είναι η βέλτιστη στρατηγική έναντι της στρατηγικής του παίκτη A: Αν ο παίκτης Π προτείνει αυτή την τιμή, τότε –με δεδομένη τη στρατηγική απόκρισης του A– ο παίκτης A θα την αποδεχθεί και έτσι η απόδοση του Π θα είναι 100. Αντίθετα, αν ο παίκτης Π προτείνει υψηλότερη τιμή, τότε ο A θα απορρίψει την προσφορά και τελικά η απόδοση του Π θα είναι μηδενική.

Επιπλέον, αν ο παίκτης Π προτείνει μια μικρότερη τιμή $p < 100$ τότε ο παίκτης A θα την αποδεχθεί και τελικά η απόδοση του Π θα είναι $p < p^*$.

Επισημαίνεται ότι στο συνολικό παίγνιο η στρατηγική s_A του παίκτη A είναι βέλτιστη απόκριση στη στρατηγική $p^* = 100$ του παίκτη Π, επειδή με αυτή τη στρατηγική ο A αποδέχεται την προσφορά.

Συνεπώς, το προφίλ $(100, s_A(p))$ με $s_A(p) = \begin{cases} N, & \text{για } p \leq 100 \\ 0, & \text{για } p > 100 \end{cases}$ είναι το μοναδικό προφίλ **SPE** (δηλ. το μοναδικό προφίλ ισορροπίας Nash που ισχύει σε κάθε ένα από τα άπειρα υποπαίγνια του παιγνίου αλλά και στο κυρίως παίγνιο).

3.11. Ανταγωνιστικά παίγνια επιχειρήσεων

Μια από τις πρώτες περιοχές της οικονομικής έρευνας που μεταμορφώθηκαν από τη θεωρία παιγνίων είναι η περιοχή της Βιομηχανικής Οργάνωσης. Η μελέτη, δηλαδή, της δομής της αγοράς, η συμπεριφορά των εταιρειών (firm behavior) και των συνολικών επιδόσεων της βιομηχανίας.

Η θεωρία παιγνίων παρέχει μια χρήσιμη μεθοδολογία για τη μελέτη των δυνάμεων της αγοράς, όπως του τρόπου με τον οποίο οι επιχειρήσεις ανταγωνίζονται ή συνεργάζονται κατά περιόδους, και πως μια εταιρεία μπορεί να δημιουργήσει μονοπωλιακό ανταγωνισμό και να ασκήσει μονοπωλιακή ισχύ.

Το μοντέλο του Stackelberg είναι ένα δυναμικό μοντέλο βιομηχανικού ανταγωνισμού.

¹¹⁰ Η θεώρηση δεν είναι μακριά από την συνήθη πρακτική του καταναλωτή. Όταν η εκτίμησή μας για την αξία ενός αγαθού ταυτίζεται με την τιμή πώλησής του, το αγοράζουμε.

3.11.1 Διαφήμιση και ανταγωνισμός

Για να επιτύχουν κέρδος οι επιχειρήσεις πρέπει να κάνουν κάτι περισσότερο από το να παράγουν απλώς αγαθά και υπηρεσίες. Πρέπει, επίσης, να προωθήσουν τα προϊόντα τους στους καταναλωτές ή σε άλλες επιχειρήσεις.

Η διαφήμιση έχει διάφορες μορφές και διαφορετική επίπτωση στη ζήτηση και την ευημερία των επιχειρήσεων. Κάποιες διαφημίσεις αποσκοπούν στην αναγγελία της ύπαρξης ενός προϊόντος ή της δημιουργίας ενός νέου αγαθού με διαφορετικές ιδιότητες. Έτσι, μια εταιρεία μπορεί να αναγγέλλει ότι στη γραμμή παραγωγής της εντάχθηκε ένα νέο προϊόν (π.χ. νέα γεύση ενός φρουτοχυμού, μια διαφορετική γεύση συσκευασμένου ψωμιού, ένα προϊόν με διαφορετικό τρόπο ωρίμανσης κ.λ.π.) ή μια διαφορετική υπηρεσία (ένα λογισμικό για κινητά τηλέφωνα, μια διαδικτυακή εφαρμογή, ένα νέο δρομολόγιο από μια αεροπορική εταιρεία κ.λ.π.). Μια διαφήμιση που τονίζει τα πλεονεκτήματα του προϊόντος καλείται θετική (positive advertisement).

Αντίθετα, μια αρνητική διαφήμιση (negative advertisement) τονίζει τα μειονεκτήματα των ανταγωνιστικών προϊόντων. Οι πολιτικοί και τα πολιτικά κόμματα συχνά χρησιμοποιούν αρνητική διαφήμιση για τους αντιπάλους τους. Μια ακραία μορφή επιθετικής και αρνητικής διαφήμισης είναι εκείνες που κάνουν τα άτομα να αισθάνονται μειονεκτικά εφόσον δεν κατέχουν ένα συγκεκριμένο καταναλωτικό προϊόν κ.ο.κ.

Οι επιχειρήσεις διαφημίζονται για να αυξήσουν τη ζήτηση για τα προϊόντα τους. Μερικές φορές η αύξηση της ζήτησης επιτυγχάνεται σε βάρος των άλλων επιχειρήσεων με ομοειδή προϊόντα. Για παράδειγμα, μια επιχείρηση μέσω μια αρνητικής διαφήμισης παρουσιάζει τα προϊόντα της αντίπαλης επιχείρησης ως επιρρεπή σε βλάβες, προκειμένου να αυξήσει τη ζήτηση για τα δικά της αντίστοιχα προϊόντα. Άλλες φορές η διαφήμιση από μια επιχείρηση αυξάνει τη ζήτηση των προϊόντων όλων των εταιρειών του κλάδου. Για παράδειγμα, η διαφήμιση μιας αντηλιακής κρέμας από μια συγκεκριμένη επιχείρηση, που τονίζει την ανάγκη προστασίας από την επιβλαβή για την υγεία του δέρματος ηλιακή ακτινοβολία, αυξάνει την κατανάλωση προϊόντων ατομικής προστασίας από τον ήλιο.

Ας δούμε ένα μοντέλο στρατηγικής αλληλεπίδρασης μεταξύ δύο εταιρειών, που η διαφήμιση της μίας ενισχύει τη ζήτηση για τα προϊόντα του κλάδου.

Θεωρούμε ένα τροποποιημένο παίγνιο του **Cournot Duopoly game**, στο οποίο η εταιρεία A διαφημίζεται, πριν οι δύο εταιρείες (A και B) εμπλακούν στον μεταξύ τους ανταγωνισμό. Έστω, ότι η εταιρεία A επιλέγει ένα επίπεδο διαφημιστικής εκστρατείας $f(\alpha)$ (όπου α ένας θετικός αριθμός, που εκφράζει το όφελος επί της τιμής του διαφημιζόμενου προϊόντος). Η διαφήμιση έχει μια θετική επίδραση στη ζήτηση των προϊόντων του κλάδου, ενισχύοντας την τιμή που οι καταναλωτές είναι πρόθυμοι να πληρώσουν για τα ομοιογενή προϊόντα και των δύο εταιρειών. Ειδικότερα, μετά την ολοκλήρωση της διαφημιστικής προβολής του προϊόντος από την εταιρεία A η αντίστροφη καμπύλη ζήτησης είναι: $p = a - q_A - q_B$, όπου q_A η παραγόμενη ποσότητα προϊόντος από την εταιρεία A, και q_B η παραγόμενη ποσότητα του προϊόντος από την εταιρεία B.

Αφού λοιπόν η εταιρεία A έχει επιλέξει επίπεδο διαφημιστικής δαπάνης (έχει καθορίσει την τιμή του α), η επιλογή της παρατηρείται από την εταιρεία B. Κατόπιν, ταυτόχρονα και ανεξάρτητα η μια από την άλλη επιλέγουν (αποφασίζουν) για το επίπεδο παραγωγής τους. Για λόγους απλοποίησης, υποθέτουμε ότι και οι δύο εταιρείες παράγουν με μηδενικό κόστος παραγωγής, αλλά η εταιρεία A καταβάλλει το διαφημιστικό κόστος που είναι $\frac{2\alpha^3}{81}$.

Αυτό το απλό μοντέλο έχει άπειρο αριθμό από proper υποπαίγνια (δηλ. όλα τα Cournot τύπου υποπαίγνια που δημιουργούνται μετά την επιλογή του επιπέδου α). Κάθε υποπαίγνιο έχει άπειρο διάστημα στρατηγικού χώρου, κάνοντας έτσι δύσκολη την έναρξη της ανάλυσης και της αναζήτησης ισορροπίας Nash για το συνολικό παίγνιο.

Επειδή γνωρίζουμε ότι το Cournot game έχει μια μοναδική ισορροπία Nash και επειδή η ισορροπία αυτή πρέπει να υφίσταται σε κάθε υποπαίγνιο, είναι ευκολότερο να ξεκινήσουμε προσπαθώντας να εντοπίσουμε την ισορροπία σε κάθε proper υποπαίγνιο. Έτσι, θα μελετήσουμε το παίγνιο εργαζόμενοι επαγωγικά προς τα πίσω.

Εξετάζουμε ένα υποπαίγνιο, τυχαία επιλεγμένο, το οποίο γεννάται μετά τον καθορισμό της τιμής του α , δηλ. του επιπέδου της διαφημιστικής εκστρατείας που επέλεξε η εταιρεία A. Για την εύρεση της N.E. στο υποπαίγνιο, υπολογίζουμε τη συνάρτηση βέλτιστης απόκρισης των παικτών.

Η απόδοση της A δίνεται από τη συνάρτηση: $u_A = (\alpha - q_A - q_B) \cdot q_A - \frac{2a^3}{81}$. Σημειώνεται ότι το α είναι σταθερό και έχει ήδη καθοριστεί από την εταιρεία A.

Η απόδοση της εταιρείας A μεγιστοποιείται (συναρτήσει της παραγωγής της B), εκεί που η πρώτη μερική παράγωγος της απόδοσης ως προς την ποσότητα παραγωγής της γίνεται μηδέν και εφόσον η δεύτερη μερική παράγωγος είναι αρνητική.

$$\frac{\partial u_A}{\partial q_A} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial q_A} \left((\alpha - q_A - q_B)q_A - \frac{2a^3}{81} \right) = 0 \Rightarrow \alpha - 2q_A - q_B = 0 \Rightarrow q_A = \frac{\alpha - q_B}{2}$$

και εφόσον $\frac{\partial^2 u_A}{\partial q_A^2} = -2 < 0$, που ισχύει.

Αντίστοιχα, η απόδοση της B δίνεται από τη συνάρτηση $u_B = (\alpha - q_A - q_B) \cdot q_B$ και μεγιστοποιείται (συναρτήσει της παραγωγής της A), όταν:

$$\frac{\partial u_B}{\partial q_B} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial q_B} ((\alpha - q_A - q_B) \cdot q_B) = 0 \Rightarrow \alpha - q_A - 2q_B = 0 \Rightarrow q_B = \frac{\alpha - q_A}{2}$$

και εφόσον $\frac{\partial^2 u_B}{\partial q_B^2} = -2 < 0$, που ισχύει.

Συνεπώς η βέλτιστη απόκριση της εταιρεία B στη στρατηγική q_A της A, είναι:

$$q_B^* = BR_B(q_A) = \frac{\alpha - q_A}{2}$$

Επιλύοντας τις δύο εξισώσεις προκειμένου να δούμε για ποιες τιμές q_A και q_B ισχύουν ταυτόχρονα και οι δύο ισότητες, καταλήγουμε ότι $q_A = q_B = \frac{\alpha}{3}$.

Με αυτές τις αμοιβαία βέλτιστες αποκρίσεις στις στρατηγικές επιλογές των αντιπάλων, η κοινή τιμή πώλησης είναι: $p = \alpha - \frac{\alpha}{3} - \frac{\alpha}{3} = \frac{\alpha}{3}$.

Σε αυτή την τιμή ισορροπίας οι αποδόσεις των εταιρειών είναι:

$$u_A = \frac{\alpha}{3} \cdot \frac{\alpha}{3} - \frac{2a^3}{81} = \frac{\alpha^2}{9} - \frac{2a^3}{81}, \text{ και } u_B = \frac{\alpha}{3} \cdot \frac{\alpha}{3} = \frac{\alpha^2}{9}$$

Αυτές είναι και οι διαρκείς αξίες (continuation value) στο υποπαίγνιο που εξετάζεται για τις δύο εταιρείες αντίστοιχα.

Κατόπιν αξιολογούμε τη στρατηγική επιλογή της εταιρεία A για το επίπεδο διαφήμισης που πρέπει να επιλέξει κατά την εκκίνηση του παιγνίου (δηλ. στον αρχικό κόμβο του παιγνίου).

«Κοιτάζοντας στο μέλλον», η εταιρεία A γνωρίζει ότι επιλέγοντας επίπεδο διαφήμισης α θα εμπλακεί σ' ένα υποπαίγνιο του οποίου η ισορροπία της αποφέρει όφελος $u_A(\alpha)$.

Η εταιρεία, λοιπόν, πρέπει να μεγιστοποιήσει τη διαρκή της αξία.

Η μεγιστοποίηση της διαρκούς αυτής αξίας γίνεται στο σημείο που η πρώτη παράγωγος της απόδοσης ως προς το a μηδενίζεται και εφόσον η δεύτερη παράγωγος είναι αρνητική. Έτσι,

$$\frac{du_A}{da} = 0 \Rightarrow \frac{d}{da} \left(\frac{\alpha^2}{9} - \frac{2a^3}{81} \right) = 0 \Rightarrow \frac{2a}{9} - \frac{6a^2}{81} = 0 \Rightarrow 18a - 6a^2 = 0 \Rightarrow 6a(3 - a) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0, \text{ ή} \\ a = 3 \end{cases}$$

Συνεπώς, η εταιρεία A επιλέγοντας επίπεδο διαφήμισης $a^* = 3$ μεγιστοποιεί τη διαρκή αξία που προσλαμβάνει από το εν λόγω παίγνιο.

Το ενδεικνυόμενο στρατηγικό προφίλ είναι $a^* = 3$, $q_A(\alpha) = \frac{\alpha}{3}$ και $q_B(\alpha) = \frac{\alpha}{3}$

Σημειώνεται ότι οι παραγόμενες ποσότητες, q_A και q_B , είναι συναρτήσεις του α (του επιπέδου διαφήμισης που επιλέγει η εταιρεία A). Αυτό έχει κρίσιμη αξία γιατί η στρατηγική (εκ του ουσιαστικού νοήματός της) καθορίζει το τι πράττουν οι παίκτες σε κάθε σύνολο πληροφόρησης στο οποίο καλούνται να λάβουν αποφάσεις.

Όπως τονίστηκε εξ αρχής, υπάρχει άπειρος αριθμός από σύνολα πληροφόρησης στο παρόν παίγνιο. Ειδικότερα, κάθε παίκτης έχει ένα διακριτό σύνολο πληροφόρησης για κάθε πιθανή τιμή του α , και συνεπώς η στρατηγική που θα ακολουθήσει κάθε φορά θα πρέπει να σχετίζεται μ' αυτό το διακριτό σύνολο πληροφόρησης που έχει. Γι' αυτό, $q_B(\alpha) = \frac{\alpha}{3}$ σημαίνει: «Στο σύνολο πληροφόρησης που έπεται της επιλογής του α από την εταιρεία A, καθόρισε παραγόμενη ποσότητα $\frac{\alpha}{3}$ ».

3.11.2. Ένα μοντέλο Περιορισμένης Παραγωγικής Δυναμικότητας¹¹¹

Το 1945 η εταιρεία Alcoa (Aluminum Company of America) κυριαρχούσε στη αγορά αλουμινίου των ΗΠΑ, κατέχοντας το 90% της αγοράς.

Αποτέλεσμα αυτής της υπεροχής ήταν μια από τις πρώτες αντιμονοπωλιακές δικαστικές διαμάχες μετά τον 2^ο Παγκόσμιο Πόλεμο, μεταξύ ΗΠΑ και Alcoa στο Ανώτατο Ομοσπονδιακό Δικαστήριο των ΗΠΑ.

Το δικαστικό πόρισμα ήταν ότι η εταιρεία κρίνεται ένοχη για εμπορικές πρακτικές που εφάρμοζε, οι οποίες έπλητταν τον υγιή ανταγωνισμό μεταξύ των εταιρειών του κλάδου. Το βασικό επιχείρημα του δικαστικού πορίσματος ήταν ότι η Alcoa συσώρευε μεγάλες ποσότητες αποθέματος έτοιμων εμπορευμάτων, πολύ μεγαλύτερες ακόμα και από εκείνες που ήταν αναγκαίες για την εκπλήρωση των συμβολαίων που είχε με τους πελάτες της. Αυτή η υπερπαραγωγή προϊόντων της Alcoa είχε ως στόχο της να ματαιώσει την προσπάθεια εισόδου δυνητικών ανταγωνιστών στον κλάδο. Ως αποτέλεσμα, η Alcoa θυσίαζε ένα μέρος της κερδοφορίας της στη στρατηγική της υπερπαραγωγής προκειμένου να διατηρεί την κυριαρχία της στον κλάδο.

Με μια παραλλαγή του Μοντέλου του Stackelberg μπορεί να περιγραφεί το πως η υπερπαραγωγή (ή σε άλλες περιπτώσεις η υπερβάλλουσα παραγωγική δυναμικότητα) μιας εταιρείας μπορεί να επηρεάσει την είσοδο ανταγωνιστών σ' ένα κλάδο.

Υποθέτουμε ότι δύο επιχειρήσεις ενδιαφέρονται να εισέλθουν σ' ένα βιομηχανικό κλάδο. Η ζήτηση του κλάδου, έστω ότι δίνεται από τη συνάρτηση $p = 900 - q_A - q_B$, όπου p είναι

¹¹¹ Αναφέρεται τόσο στο Watson (2013) σελ. 206-209, όσο και στο Dixit A. και Nalebuff B. (1999) σελ. 335-335 ως ανάλυση περίπτωσης με τίτλο «Ηνωμένες Πολιτείες εναντίον ALCOA».

η τιμή της αγοράς, q_A η ποσότητα παραγωγής της επιχείρησης A και q_B η ποσότητα παραγωγής της επιχείρησης B.

Για να εισέλθει στον οικείο κλάδο μια εταιρεία απαιτείται να επενδύσει στην κατασκευή εγκαταστάσεων παραγωγής. Έστω, ότι υπάρχουν δύο διακριτοί τύποι εγκαταστάσεων: ένας **μικρής** και ένας **μεγάλης** παραγωγικής δυναμικότητας.

Μια **μικρή** εγκατάσταση παραγωγής έχει αρχικό κόστος κατασκευής 50.000 € και η παραγωγική της δυναμικότητα είναι 100 τεμάχια προϊόντος.

Μια **μεγάλη** εγκατάσταση παραγωγής έχει αρχικό κόστος κατασκευής 175.000 € και η παραγωγική της δυναμικότητα σε τεμάχια προϊόντος είναι απεριόριστη

Στο Μοντέλο μας υποθέτουμε ότι η απόφαση εισόδου στον κλάδο λαμβάνεται διαδοχικά (sequentially) από τις ενδιαφερόμενες επιχειρήσεις, και επιπλέον ότι το οριακό κόστος παραγωγής (ανεξαρτήτως του τύπου εγκατάστασης) είναι μηδενικό και για τις δύο επιχειρήσεις.

Έστω, ποιπόν, ότι πρώτα αποφασίζει η **επιχείρηση A** για το αν θα εισέλθει στον κλάδο και κατόπιν αν θα κτίσει μικρή ή μεγάλη εγκατάσταση παραγωγής. Μετά την απόφαση της επιχείρησης A, και αφού η απόφασή της γίνει γνωστή στην **επιχείρηση B**, η τελευταία αποφασίζει ανάμεσα στις ίδιες εναλλακτικές.

Αν μόνο μια από τις εταιρείες μπει στον κλάδο, τότε επιλέγει ποσότητα παραγωγής q_i και πουλάει το προϊόν της στην τιμή που προσδιορίζει η ζήτηση της αγοράς.

Αν και οι δύο εταιρείες μπουν στον κλάδο, τότε ανταγωνίζονται στην επιλογή ποσοτήτων παραγωγής (όπως περιγράφει το μοντέλο Cournot).

Οι αποφάσεις που λαμβάνονται, σε κάθε περίπτωση, σχετίζονται με τους περιορισμούς που θέτει η παραγωγική δυναμικότητα των εγκαταστάσεων, μιας και η εταιρεία με τον μικρό τύπο εγκατάστασης δεν μπορεί να παράγει πάνω από 100 τεμάχια προϊόντος.

Για να προσδιοριστεί το προφίλ SPE σ' αυτό το παίγνιο, ξεκινούμε αναλύοντας τα υποπαίγνια που ακολουθούν της απόφασης εισόδου της πρώτης εταιρείας.

Αρχικά υποθέτουμε ότι μόνο μια εταιρεία (η εταιρεία i) λαμβάνει την απόφαση να εισέλθει στον κλάδο. Χωρίς να λαμβάνουμε υπόψη το κόστος εισόδου (κόστος κτισίματος των παραγωγικών εγκαταστάσεων), η εταιρεία i θα έχει έσοδα:

$$u_i = p \cdot q_i = (900 - q_i) \cdot q_i, \text{ παράγοντας ποσότητα } q_i.$$

Η μεγιστοποίηση των εσόδων της γίνεται όταν:

$$\frac{du_i}{dq_i} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dq_i} (900 \cdot q_i - q_i^2) = 0 \Rightarrow 900 - 2q_i = 0 \Rightarrow q_i = 450 \text{ τμχ.}$$

$$\text{Η παραγωγή αυτή θα της επιφέρει έσοδα: } u_i = (900 - 450) \cdot 450 = 202.500 \text{ €}$$

Βέβαια, η εταιρεία i μπορεί να παράγει 450 τμχ μόνο αν, νωρίτερα, έχει αποφασίσει να επενδύσει σε εγκαταστάσεις μεγάλου μεγέθους. Διαφορετικά μπορεί να παράγει μόνο 100 τμχ, τα οποία θα της αποφέρουν έσοδα: $u'_i = (900 - 100) \cdot 100 = 80.000 \text{ €}$.

Έτσι, αν η εταιρεία i επενδύσει σε **μεγάλη** εγκατάσταση και είναι μόνη της στον κλάδο επιτυγχάνει καθαρό κέρδος $202.500 - 175.000 = 27.500 \text{ €}$

Αν επενδύσει σε **μικρή** εγκατάσταση και είναι μόνη της στον κλάδο επιτυγχάνεται καθαρό κέρδος $80.000 - 50.000 = 30.000 \text{ €}$

Στη συνέχεια ελέγχουμε τις αποφάσεις παραγωγής στην περίπτωση που και οι δύο εταιρείες αποφασίσουν να εισέλθουν στον κλάδο.

Εξαιρουμένου του αρχικού κόστους εισόδου (κόστος κτισίματος εγκαταστάσεων), τα έσοδα της i είναι: $u_i = (900 - q_i - q_j) \cdot q_i$, όπου q_i η ποσότητα παραγωγής της i και q_j η ποσότητα παραγωγής της άλλης εταιρείας.

Η βέλτιστη απόκριση της i στην παραγωγή της j επιτυγχάνεται όταν:

$$\frac{\partial u_i}{\partial q_i} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial q_i} \left((900 - q_i - q_j) \cdot q_i \right) = 0 \Rightarrow 900 - 2q_i - q_j = 0 \Rightarrow q_i = 450 - \frac{q_j}{2}$$

$$\text{Άρα, } q_i^* = BR_i(q_j) = 450 - \frac{q_j}{2}.$$

Αν καμία από τις εταιρείες **δεν έχει περιορισμό** στην παραγόμενη ποσότητα τότε η ισορροπία Nash, όπως άλλωστε προκύπτει και από το Cournot game, είναι $q_i = q_j = 300$ τμχ, και τα έσοδα της κάθε εταιρείας είναι: $(900 - 300 - 300) \cdot 300 = 90.000$ €

Αν, τώρα, κάποια από τις δύο ή και οι δύο εταιρείες αντιμετωπίζουν περιορισμό στην παραγωγή, προκύπτουν αναλυτικά τα εξής έσοδα:

Όταν και οι δύο εταιρείες έχουν επενδύσει σε μικρές εγκαταστάσεις, τότε κάθε μια μπορεί να παράγει μόνο 100 τμχ (είναι προφανές ότι καμία εταιρεία δεν έχει μονομερώς κίνητρο για να παράξει λιγότερο από την ανώτατη δυνατή παραγωγική της δυναμικότητα), έχοντας έσοδα ύψους: $(900 - 100 - 100) \cdot 100 = 70.000$ €

Όταν μια από τις δύο εταιρείες έχει περιορισμένη παραγωγική δυναμικότητα (έστω η i), τότε θα παράγει 100 τμχ, ενώ η βέλτιστη απόκριση της άλλης (j) -της χωρίς περιορισμένη παραγωγική δυναμικότητα- στην στρατηγική της i είναι: $q_j = 450 - \frac{100}{2} = 400$ τμχ. Σ' αυτή την περίπτωση η τιμή θα είναι $p = 900 - 100 - 400 = 400$ €, και η εταιρεία με την περιορισμένη παραγωγή θα έχει έσοδα $400 \cdot 100 = 40.000$ €, ενώ η εταιρεία χωρίς την περιορισμένη παραγωγική δυναμικότητα $400 \cdot 400 = 160.000$ €.

Όταν, λοιπόν, κάποια από τις δύο ή και οι δύο εταιρείες έχουν περιορισμό στην παραγωγική τους δυναμικότητα, τα αποτελέσματα των εταιρειών σε σχέση με το κόστος εισόδου είναι:

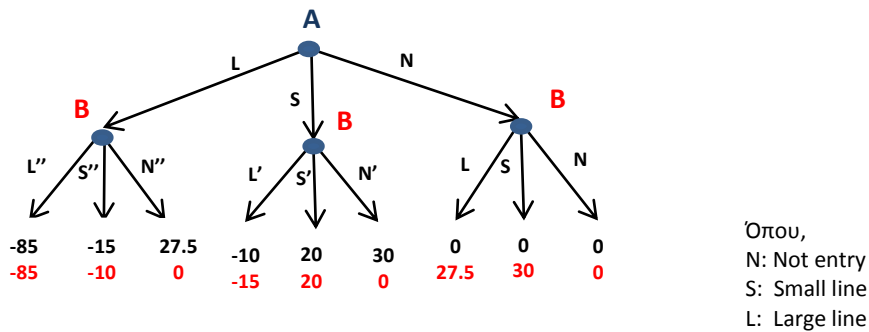
Αν και οι δύο επενδύσουν σε μεγάλη παραγωγική εγκατάσταση, η κάθε μία θα έχει καθαρό κέρδος: $90.000 - 175.000 = -85.000$ € (δηλ. ζημίες 85.000€).

Αν και οι δύο επενδύσουν σε μικρή παραγωγική εγκατάσταση, η κάθε μία θα έχει καθαρό κέρδος: $70.000 - 50.000 = 20.000$ €

Αν η i επενδύσει σε μικρή παραγωγική εγκατάσταση και η j σε μεγάλη, τότε η i θα έχει καθαρό κέρδος $40.000 - 50.000 = -10.000$ € (δηλ. ζημίες 10.000€), ενώ η j θα έχει κέρδος $160.000 - 175.000 = -15.000$ € (δηλ. ζημίες 15.000€).

Συνεπώς, το προφίλ ισορροπίας, στην περίπτωση που και οι δύο αποφασίσουν να εισέλθουν στον κλάδο, είναι να κτίσουν και οι δύο μικρές παραγωγικές εγκαταστάσεις και να παράγουν η κάθε μια από 100 τμχ.

Τα συμπεράσματα της ανωτέρω ανάλυσης αποτυπώνονται στο δένδρο στρατηγικών αποφάσεων που ακολουθεί, προκειμένου να μας διευκολύνει στο να αποφανθούμε για την πρώτη απόφαση που καλούνται να λάβουν οι εταιρείες, δηλ. αυτή της εισόδου ή μη στον κλάδο.



Παίγνιο Απόφασης εισόδου σε βιομηχανικό κλάδο με ή χωρίς περιορισμούς στην παραγωγική δυναμικότητα
Διάγραμμα 30

Η επίλυση του παιγνίου θα γίνει με την τεχνική της *οπισθοβατικής επαγωγής*, επειδή είναι πεπερασμένο παίγνιο τέλει πληροφόρησης και διασφαλίζει την ύπαρξη ενός μοναδικού προφίλ ισορροπίας Nash, καθώς δεν υπάρχουν ισοδύναμες εκβάσεις.

Αναλυτικά,

η στρατηγική S είναι η βέλτιστη απόκριση της B στη στρατηγική N της εταιρείας A,

η στρατηγική S' είναι η βέλτιστη απόκριση της B στη στρατηγική S της εταιρείας A, και

η στρατηγική N'' είναι η βέλτιστη απόκριση της B στη στρατηγική L της εταιρείας A.

Δηλαδή, η βέλτιστη στρατηγική για την **επιχείρηση B** είναι να εισέλθει στον κλάδο και να επενδύσει σε **μικρή** παραγωγική εγκατάσταση, **αν και μόνο αν** η επιχείρηση A είτε δεν εισέλθει στον κλάδο, είτε εισέλθει με μικρή παραγωγική εγκατάσταση. Σε διαφορετική περίπτωση η επιχείρηση B θα πρέπει να μείνει εκτός κλάδου.

Έτσι, ήδη από τον αρχικό κόμβο απόφασης η **επιχείρηση A** γνωρίζει ότι θα λάβει μηδενικό όφελος αν επιλέξει να μείνει εκτός κλάδου, 20.000€ αν επιλέξει να εισέλθει στον κλάδο κτίζοντας μικρές παραγωγικές εγκαταστάσεις, και 27.500€ αν επιλέξει να εισέλθει στον κλάδο επενδύοντας σε μεγάλες παραγωγικές εγκαταστάσεις.

Συνοπτικά, το μοναδικό ευσταθές προφίλ ισορροπίας είναι το $SPE = \{(L, N''S'S)\}$.

Τελικά, η εταιρεία A εισερχόμενη στον κλάδο επενδύοντας σε μεγάλες παραγωγικές εγκαταστάσεις αποτρέπει την εταιρεία B από το να εισέλθει στον εν λόγω κλάδο.

Το ενδιαφέρον σ' αυτό το παίγνιο είναι ότι **χωρίς ανταγωνισμό** η **εταιρεία A** θα είχε μεγαλύτερο κέρδος αν έκτιζε μικρό εργοστάσιο σε σχέση με αυτό που έχει κτίζοντας μεγάλες παραγωγικές εγκαταστάσεις ($30.000 > 27.500$ €).

Λειτουργώντας ορθολογικά, η εταιρεία A υπερεπενδύει σε παραγωγική δυναμικότητα προκειμένου να αποτρέψει την είσοδο της εταιρείας B στον κλάδο. Επιπλέον, με τον τρόπο αυτό εκφράζει την αποφασιστικότητά της σε κάθε επίδοξο συνδικακδικητή του κλάδου ότι θα είναι αμείλικτη σε περίπτωση ανταγωνισμού.

Τελικά, αυτή η στρατηγική της μιας εταιρείας κάνει ασύμφορη την είσοδο της άλλης στον κλάδο.

Υπάρχει και μια δεύτερη ανάγνωση, λίγο πιο επιτηδευμένη, σύμφωνα με την οποία η εταιρεία B δηλώνοντας την πρόθεσή της να εισέλθει στον συγκεκριμένο κλάδο αναγκάζει την A να υπερεπενδύσει σε παραγωγική δυναμικότητα για τον συγκεκριμένο κλάδο, και αφού δρομολογηθεί αυτή η εξέλιξη, εκείνη να προχωρήσει στην διεκδίκηση ενός παρεμφερή κλάδου απαλλασσόμενη από έναν επίδοξο ισχυρό ανταγωνιστή. Η ερμηνεία αυτή απαιτεί άλλου είδους μεταβλητές και διαφορετική μοντελοποίηση, δηλ. αναφέρεται σε άλλο παίγνιο.

3.11.3. Μονοπωλιακή Ζήτηση (Καθορισμός μονοπωλιακής τιμής).

Οι επιχειρήσεις λιανικής πώλησης συχνά προσαρμόζουν τις τιμές πώλησης των προϊόντων που εμπορεύονται. Η προσαρμογή των τιμών κάποιες φορές οφείλεται στις αλλαγές των τιμών χονδρικής, αλλά συχνότερα η αναπροσαρμογή οφείλεται στη διαφοροποιημένη ζήτηση από τους πελάτες.

Για παράδειγμα¹¹² η αγορά των τηλεοράσεων 3D τεχνολογίας. Δεν έχουν όλοι οι πελάτες το ίδιο ενδιαφέρον για να αγοράσουν τέτοια προϊόντα. Υπάρχουν πελάτες που είτε έχουν πραγματική ανάγκη για την κτήση της 3D τεχνολογίας ή απλά αρέσκονται στο να αγοράζουν τα νεότερα τεχνολογικά προϊόντα που κυκλοφορούν στην αγορά. Άλλοι πελάτες είναι διατεθειμένοι να πληρώσουν για να αγοράσουν ένα τέτοιο προϊόν μόνο αν η τιμή του είναι συγκρίσιμη με αυτή των τηλεοράσεων συμβατικής τεχνολογίας.

Αντιμέτωποι με αυτόν τον ετερογενή πληθυσμό καταναλωτών, όπως είναι άλλωστε η πλειοψηφία των κλαδικών αγορών, οι επιχειρήσεις λιανικής πώλησης επιθυμούν να χρεώνουν υψηλότερες τιμές στους πρώτους τύπους πελατών και χαμηλότερες στους άλλους. Παρότι νομοθετικοί περιορισμοί υποχρεώνουν τα καταστήματα λιανικής πώλησης να χρεώνουν την ίδια τιμή σε κάθε πελάτη, οι λιανέμποροι χρησιμοποιούν το χρόνο προς όφελός τους.

Ένα κοινό σύστημα είναι αρχικά να καθορίζουν υψηλές τιμές που προορίζονται να προσελκύσουν το ενδιαφέρον μόνο των πελατών του πρώτου τύπου. Μετά, αφού καλυφθεί η ζήτηση από αυτούς που έχουν πραγματική ανάγκη ή άμεσο ενδιαφέρον, οι τιμές χαμηλώνουν με την ελπίδα ότι έτσι θα δελεαστεί και ο άλλος τύπος πελατών, οι σχετικά αδιάφοροι για τα πρόσθετα χαρακτηριστικά του προϊόντος.

Εκ πρώτης όψευς, αυτή η πρακτική εμφανίζεται να δίνει στους εμπόρους υψηλό κέρδος, καθώς τους επιτρέπει να αντλούν κέρδη τόσο από τον πρώτο όσο και από τον δεύτερο τύπο πελατών. Με άλλα λόγια, οι λιανέμποροι ωθούν και τους δύο τύπους πελατών να πληρώσουν στο υψηλό εκείνο όριο της τιμής που είναι ανεκτό για κάθε τύπου πελάτη, ώστε να μην τους αποτρέψει από την αγορά του προϊόντος¹¹³.

Όμως, οι έμποροι λιανικής πώλησης αντιμετωπίζουν κάποιους περιορισμούς. Πρώτον, ο ανταγωνισμός με άλλους εμπόρους του κλάδου είναι ικανός να ασκήσει καθοδική πίεση στις τιμές, πολύ νωρίτερα από τον αναγκαίο χρόνο για την επιτυχή ανάπτυξη αυτής της συμπεριφοράς. Δεύτερον, οι έμποροι αναγνωρίζουν ότι πολλοί πελάτες σκέφτονται και συμπεριφέρονται στρατηγικά. Έτσι, οι πρόθυμοι πελάτες προκειμένου να μην αγοράσουν σε υψηλές τιμές ενδεχομένως να καθυστερήσουν να αγοράσουν το προϊόν, αναμένοντας ότι οι τιμές θα αποκλιμακωθούν με την πάροδο του χρόνου.

Το παράδειγμα που αναπτύσσεται κατωτέρω εστιάζει στις συνέπειες της μονοπωλιακής ρύθμισης και ως εκ τούτου απομονώνει και αγνοεί τα θέματα του ανταγωνισμού μεταξύ των επιχειρήσεων.

Υποθέτουμε, λοιπόν, ότι μια μόνο επιχείρηση, σε μια απομονωμένη γεωγραφικά και συγκοινωνιακά περιοχή, πουλάει ένα τεχνολογικά καινοτόμο προϊόν. Υπάρχουν μόνο τέσσερις δυνητικοί πελάτες, ο Γιάννης, η Γιάννα, ο Κώστας και η Κωνσταντίνα. Ο έμπορος,

¹¹² Watson (2013), σελ. 210

¹¹³ Η ανάλυση παρόμοιων καταστάσεων με τα εργαλεία της Θεωρίας Παιγνίων ξεκίνησε από τους J. I. Bulow στο «Durable-Goods Monopolists», *Journal of Political Economy* 90 (1982): 314–332, και N. L. Stokey, «Rational Expectations and Durable Goods Pricing», *Bell Journal of Economics* 12 (1982): 112–128. Αναφορά στο Watson (2013) σελ. 210.

μαζί με αυτούς τους τέσσερις πελάτες αλληλεπιδρούν σε δύο περιόδους, την περίοδο A και την περίοδο B. Η περίοδος A αφορά στους τρεις πρώτους μήνες ενός έτους και η περίοδος B στους τρεις επόμενους.

Θεωρούμε ότι η χρησιμότητα που προσλαμβάνει ο κάθε πελάτης από την κτήση του προϊόντος εξαρτάται από την περίοδο που το αγόρασε.

Έτσι, ο Γιάννης και η Γιάννα λόγω της εξειδικευμένης εργασίας που ο καθένας τους ασκεί έχουν πραγματικά ανάγκη αυτό το προϊόν. Αν κάποιος απ' αυτούς το αποκτήσει την Περίοδο A, η χρησιμότητα (υπολογιζόμενη σε νομισματικές μονάδες) που θα αντλήσει από αυτό το προϊόν θα είναι 1.200€, ενώ αν το αποκτήσει την Περίοδο B η χρησιμότητα θα είναι 500€. Είναι αυτονόητο ότι επειδή το προϊόν χαρακτηρίζεται ως διαρκές, όποιος το αποκτήσει την Περίοδο A θα το έχει στην κατοχή του και την Περίοδο B και ως εκ τούτου η συνολική χρησιμότητα κατά την εξεταζόμενη περίοδο (Περίοδος A και Περίοδος B) θα είναι: $1.200 + 500 = 1.700€$.

Αντίθετα, ο Κώστας και η Κωνσταντίνα δεν χρειάζονται στην πραγματικότητα αυτό το προϊόν και έτσι όποιος από αυτούς το αποκτήσει την Περίοδο A θα έχει χρησιμότητα 500€ και αν το αποκτήσει την Περίοδο B θα έχει χρησιμότητα 200€.

Συνοπτικά, έχουμε τέσσερις δυνητικούς πελάτες ομαδοποιημένους σε δύο διακριτούς τύπους καταναλωτών. Έτσι, το προφίλ κατανάλωσης αυτού του προϊόντος για τον Γιάννη είναι ίδιο με αυτό της Γιάννας, και διαφέρει από τα αντίστοιχα προφίλ του Κώστα και της Κωνσταντίνας.

	ΠΕΡΙΟΔΟΣ A	ΠΕΡΙΟΔΟΣ B
ΓΙΑΝΝΗΣ	1200	500
ΓΙΑΝΝΑ	1200	500
ΚΩΣΤΑΣ	500	200
ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΑ	500	200

Χρησιμότητα παικτών ανά χρονική περίοδο κτήσης του προϊόντος
Πίνακας 60

Ενδεικτικά, αν η Γιάννα αγοράσει το προϊόν την Περίοδο A σε τιμή p , η απόδοση που θα λάβει θα είναι: $(1.200 + 500) - p = 1.700 - p$, ενώ αν το αγοράσει την Περίοδο B στην ίδια τιμή, η απόδοσή της θα είναι: $500 - p$.

Η απόδοση του εμπόρου είναι τα έσοδα από τις πωλήσεις του προϊόντος, μείον το κόστος αγοράς του, το οποίο για λόγους απλοποίησης το θεωρούμε μηδενικό. Στο κατάστημα υπάρχουν τέσσερα όμοια προϊόντα και έτσι δεν τίθεται θέμα ανταγωνισμού μεταξύ των καταναλωτών για την κτήση ειδών σε περιορισμένη διαθεσιμότητα.

Το παίγνιο έχει ως εξής:

Ο έμπορος στην αρχή της Περιόδου A καθορίζει μια τιμή πώλησης p_A . Οι τέσσερις πελάτες αφού μάθουν την τιμή αποφασίζουν ταυτόχρονα αν θα αγοράσουν το προϊόν σ' αυτή την τιμή.

Στην αρχή της Περιόδου B, ο έμπορος καθορίζει διαφορετική τιμή p_B (με $p_B < p_A$). Όσοι από τους δυνητικούς πελάτες δεν αγόρασαν το προϊόν την προηγούμενη περίοδο καλούνται να αποφασίσουν αν θα το αγοράσουν ή όχι στη μειωμένη τιμή.

Το εν λόγω παίγνιο είναι αρκετά περίπλοκο, με άπειρο αριθμό υποπαιγνίων και η παρουσίασή του σε εκτεταμένη μορφή απαιτεί τη σχεδίαση ενός πολύ μεγάλου δένδρου

λήψης στρατηγικών αποφάσεων. Όμως, έχει ένα μοναδικό προφίλ SPE (Subgame Perfect Nash Equilibrium), το οποίο θα προσδιορίσουμε με τον κατωτέρω συλλογισμό:

Ανεξάρτητα από την τιμή p_A , αν ένας από τους δύο Γ (Γιάννης ή Γιάννα) και κανένας από τους δύο \mathbf{K} (Κώστας, Κωνσταντίνα), αγοράσει το προϊόν την Περίοδο A, τότε είναι βέλτιστο για τον έμπορο να καθορίσει $p_B = 200\text{€}$:

Στην περίπτωση αυτή ο έμπορος δεν έχει κίνητρο να επιλέξει $p_B < 200\text{€}$. Αυτό γιατί αν, π.χ. ο Κώστας δεν αγοράσει το προϊόν την Περίοδο A και ο έμπορος καθορίσει τιμή $p_B = 150\text{€}$, τότε ο Κώστας θα το αγοράσει αποκομίζοντας ως καταναλωτής υπερβάλλουσα χρησιμότητα, λογιζόμενη σε νομισματικές μονάδες, ύψους $200-150=50\text{€}$. Αν ο Κώστας δεν το αγοράσει η χρησιμότητα που προσλαμβάνει από το προϊόν είναι μηδενική. Έτσι, τόσο ο Κώστας όσο και η Κωνσταντίνα ως ορθολογικοί παίκτες θα αποφασίσουν να αγοράσουν το προϊόν στην Περίοδο B, σε κάθε τιμή μικρότερη ή ίση των 200€ , γιατί τους προσδίδει θετικές τιμές χρησιμότητας σε σχέση με τη χρησιμότητα που τους προσδίδει η μη αγορά του προϊόντος.

Όταν $p_B = 200\text{€}$, τότε οι δύο \mathbf{K} είναι θεωρητικά αδιάφοροι μεταξύ της αγοράς και της μη αγοράς του προϊόντος, καθώς σε αυτή την τιμή η κτηθείσα χρησιμότητα είναι μηδενική. Για λόγους συναφείς με την ψυχολογία του καταναλωτή, όταν η χρησιμότητά του λαμβάνει την ίδια τιμή μεταξύ της περίπτωσης κτήσης και της περίπτωσης μη κτήσης του αγαθού, ο καταναλωτής επιλέγει την κατανάλωση (την κτήση).

Οι δύο Γ , στη δεύτερη περίοδο θα αγοράσουν σε κάθε τιμή μικρότερη ή ίση των 500€ , εφόσον δεν αγόρασαν κατά την Περίοδο A.

Για τον έμπορο, ο καθορισμός $p_B = 200\text{€}$ είναι ιδανικός εφόσον οι δύο Γ αγόρασαν κατά την Περίοδο A. Αν ένας από τους Γ δεν αγόρασε κατά την Περίοδο A, τότε ο έμπορος έχει τις εξής επιλογές: Να καθορίσει $p_B = 200\text{€}$ και να πουλήσει και στους τρεις εναπομείναντες πελάτες ή να καθορίσει $p_B = 500\text{€}$ και να πουλήσει μόνο στον Γ που δεν αγόρασε κατά την πρώτη περίοδο. Η πρώτη εναλλακτική θα αποφέρει στον έμπορο απόδοση 600€ ($200 \times 3 = 600$), ενώ η δεύτερη εναλλακτική 500€ . Συνεπώς, $p_B = 200\text{€}$ είναι η βέλτιστη επιλογή.

Ήδη, με τον ανωτέρω συλλογισμό καθορίστηκε η βέλτιστη στρατηγική για τον καθορισμό της τιμής στη δεύτερη περίοδο, όταν τουλάχιστον ένας από τους τέσσερις καταναλωτές αγοράσει την πρώτη περίοδο. Τώρα, ελέγχονται οι εναλλακτικές τιμολογιακές πολιτικές που μπορεί να εφαρμόσει ο έμπορος:

1^η Τιμολογιακή Πολιτική: Προκάλεσε όλους τους πελάτες να αγοράσουν την Περίοδο A.

Στόχος της στρατηγικής αυτής είναι να καθορίσει την υψηλότερη δυνατή τιμή στην οποία και οι τέσσερις πελάτες θα είναι διατεθειμένοι να αγοράσουν στην περίοδο A.

Οι δύο \mathbf{K} δεν θα αγοράσουν κατά την Περίοδο A εάν η τιμή είναι μεγαλύτερη από $500+200=700\text{€}$. Αν, λοιπόν, η καθορισθείσα τιμή είναι υψηλότερη από τη χρησιμότητα που λαμβάνει καθένας από τους \mathbf{K} , τότε η απόδοσή τους θα είναι αρνητική, ενώ αν δεν αγοράσουν η απόδοσή τους θα είναι μηδενική (συνεπώς, αν $p_A > 700\text{€}$ ούτε ο Κώστας ούτε η Κωνσταντίνα θα αγοράσουν). Επίσης, ο έμπορος γνωρίζει ότι αν $p_B > 200\text{€}$, πάλι δεν θα αγοράσουν οι δύο \mathbf{K} .

Έτσι, οι δύο \mathbf{K} θα αγοράσουν την Περίοδο A μόνο αν $p_A \leq 700\text{€}$.

Αν ο έμπορος καθορίσει $p_A = 700\text{€}$ (ώστε να αγοράσουν οι δύο \mathbf{K}), σίγουρα θα αγοράσουν και οι δύο Γ , καθώς γι' αυτούς ισχύει ότι $1700-700=1000>0$, δηλ. η χρησιμότητά τους από την αγορά στην Περίοδο A σε τιμή 700€ είναι κατά πολύ μεγαλύτερη σε σχέση με την

εναλλακτική να μην αγοράσουν, όπου έχουν μηδενική απόδοση. Η απόδοση αυτή (1.000€) είναι για τους δύο Γ πολύ υψηλότερη αυτής που θα είχαν αν αγόραζαν τη δεύτερη περίοδο σε τιμή 200€, καθώς $500-200=300€$. Έτσι, οι δύο Γ προτιμούν να αγοράσουν την Περίοδο Α σε τιμή 700€ παρά την Περίοδο Β σε τιμή 200€.

Συνοπτικά, με την 1^η τιμολογιακή πολιτική που μπορεί να καθορίσει ο έμπορος ($p_A = 700€$ και $p_B = 200€$), θα δώσει ισχυρό κίνητρο και στους τέσσερις ορθολογικούς καταναλωτές να αγοράσουν κατά την πρώτη περίοδο και έτσι ο ίδιος θα έχει απόδοση $700 \times 4 = 2.800€$.

2^η Τιμολογιακή Πολιτική: *Απέτρεψε όλους τους πελάτες από το να αγοράσουν το προϊόν την Περίοδο Α.*

Ο έμπορος μπορεί να αποτρέψει και τους τέσσερις πελάτες να αγοράσουν κατά την Περίοδο Α, καθορίζοντας $p_A > 1.700€$. Έτσι, στη δεύτερη περίοδο μπορεί να επιλέξει $p_B = 200€$ και να πουλήσει και στους τέσσερις πελάτες ή να επιλέξει $p_B = 500€$ και να πουλήσει μόνο στους δύο Γ. Στην πρώτη εκδοχή ο έμπορος θα έχει απόδοση $200 \times 4 = 800€$, ενώ στη δεύτερη $500 \times 2 = 1.000€$. Έτσι, $p_B = 500€$ είναι η βέλτιστη επιλογή με βάση την 2^η Τιμολογιακή Πολιτική.

3^η Τιμολογιακή Πολιτική: *Παρακίνησε τους αδημονούντες να αγοράσουν την Περίοδο Α και τους υπομονετικούς την Περίοδο Β.*

Είδαμε ότι στην περίπτωση που ένας από τους δύο Γ δεν αγοράσει στην πρώτη περίοδο, ο έμπορος θα καθορίσει $p_B = 200€$. Στην περίπτωση αυτή ο Γ που δεν αγόρασε κατά την Περίοδο Α θα έχει απόδοση $500 - 200 = 300€$. Άρα, ο έμπορος προκειμένου να τους παρακινήσει να αγοράσουν και οι δύο Γ κατά την Περίοδο Α θα πρέπει να καθορίσει τιμή (p_A) ώστε, $1.700 - p_A \geq 300 \Rightarrow p_A \leq 1.400€$. Σ' αυτή την τιμή θα παρακινήθούν και οι δύο Γ να αγοράσουν κατά την Περίοδο Α και έτσι ο έμπορος θα έχει απόδοση $1.400 \times 2 = 2.800€$ (στην πρώτη περίοδο). Επιπλέον, με $p_B = 200€$ θα αγοράσουν οι Κ στην Περίοδο Β και η απόδοση του εμπόρου θα είναι $200 \times 2 = 400€$. Αθροιστικά, με αυτή την τιμολογιακή πολιτική, ο έμπορος θα έχει απόδοση $2.800 + 400 = 3.200€$.

Οι ανωτέρω τιμολογιακές πολιτικές είναι οι μόνες εφικτές, καθώς μια τέταρτη που θα είχε ως κατηγορική προστακτική: «*προκάλεσε τους υπομονετικούς να αγοράσουν άμεσα και καθυστέρησε τους αδημονούντες ώστε να αγοράσουν αργότερα*», είναι εκ προοιμίου ανορθολογική.

Συγκρίνοντας, λοιπόν, τις ανωτέρω τρεις ορθολογικές τιμολογιακές πολιτικές που θα μπορούσε να ακολουθήσει ο έμπορος διαπιστώνεται ότι η 3^η Τιμολογιακή Πολιτική του αποφέρει την υψηλότερη απόδοση, ενώ ταυτόχρονα και οι τέσσερις πελάτες ανταποκρίνονται με τις βέλτιστες για τους ίδιους ορθολογικές επιλογές.

Διασθητικά, ο έμπορος αναζητά τρόπο να εφαρμόσει μια διακριτή τιμολογιακή πολιτική μεταξύ του ενός τύπου (των τύπου Γ) και του άλλου τύπου (των τύπου Κ) καταναλωτών, γιατί έτσι αποκομίζει την υψηλότερη δυνατή απόδοση. Όμως, επειδή αυτό νομικά δεν επιτρέπεται χρησιμοποιεί τον **χρόνο** για να εφαρμόσει σύννομα, εν τέλει, αυτή τη διακριτή τιμολογιακή πολιτική.

Ο χρόνος λειτουργεί ευεργετικά για τον έμπορο, επειδή οι Γ είναι ανυπόμονοι. Η ανυπομονησία τους, δεν νοείται, τουλάχιστον εδώ, ως μια ψυχολογική παρόρμηση, αλλά ως μια ορθολογική λογιστική πράξη που συγκρίνει χρησιμότητες εκφρασμένες σε νομισματικές μονάδες με το κόστος κτήσης του αντικειμένου που προσδίδει τέτοιες χρησιμότητες.

Οι πελάτες Γ είναι *ανυπόμονοι* επειδή έχουν συνολική χρησιμότητα 1700, εκ της οποίας οι 1200 μονάδες οφείλονται στην Περίοδο Α. Αντίθετα, οι πελάτες \mathbf{K} είναι *υπομονετικοί* επειδή έχουν συνολική χρησιμότητα 700, εκ της οποίας οι 500 μονάδες οφείλονται στην Περίοδο Α. Μια ακριβέστερη διατύπωση είναι ότι η διαφορά της ωφέλειας μεταξύ των δύο περιόδων είναι 1200 για τους $\mu\epsilon\kappa$ και μόλις 500 για τους $\delta\epsilon$.

3.11.4. Η πολιτικής της «εγγυημένης τιμής» ως τεχνική προσήλωσης σε υψηλές τιμές.

Όπως αναδείχθηκε από την προηγηθείσα ανάλυση, υπό κάποιες προϋποθέσεις, οι επιχειρήσεις λιανικής πώλησης έχουν κίνητρο να μειώσουν τις τιμές πώλησης των προϊόντων τους με την πάροδο του χρόνου, προκειμένου να καρπωθούν ένα μη αναμενόμενο όφελος από εκείνους τους πελάτες που έχουν χαμηλές καμπύλες χρησιμότητας για τα προϊόντα που εκείνες εμπορεύονται.

Μια τέτοια πολιτική τιμολόγησης εμφανίζεται ως επικερδής για την επιχείρηση, μιας και τη βοηθάει στο να προωθήσει τα προϊόντα της ακόμα και σε εκείνους τους πελάτες που δεν τα κρίνουν ως απολύτως απαραίτητα. Στην πραγματικότητα το κίνητρο της μείωσης της τιμής με την πάροδο του χρόνου, ενδεχομένως, έχει αρνητικό αντίκτυπο σε συνάρτηση με το κέρδος:

Όπως είδαμε, με την 3^η Τιμολογιακή Πολιτική ο έμπορος επιλέγοντας την τιμή p_A για την Περίοδο Α, στάθμισε τους στρατηγικούς υπολογισμούς των δυνητικών πελατών. Ειδικότερα, όλοι οι παίκτες γνώριζαν ότι αν οι \mathbf{K} και ένας τουλάχιστον από τους Γ δεν αγοράσουν κατά την πρώτη περίοδο, τότε στη δεύτερη περίοδο ο έμπορος θα ρίξει την τιμή στα 200€.

Η 3^η Τιμολογιακή Πολιτική, είναι για το λόγο αυτό μια πράξη εξισορρόπησης. Από τη μια πλευρά ο έμπορος θέλει να συνδιαλλαχθεί μόνο με τους Γ στην Περίοδο Α ανεβάζοντας την τιμή μέχρι εκείνο το ύψος που οι Γ θα είναι πρόθυμοι να πληρώσουν. Από την άλλη πλευρά, εφόσον οι Γ αγοράσουν ο έμπορος έχει κίνητρο να μειώσει την τιμή προκειμένου να πουλήσει τις εναπομείναντες δύο μονάδες προϊόντος στους δύο πελάτες \mathbf{K} .

Επειδή ο έμπορος γνωρίζει ότι οι δύο Γ μπορούν να προβλέψουν τη στρατηγική που σκέφτεται να ακολουθήσει κατά την δεύτερη περίοδο, μπορεί ο ίδιος να καθορίσει ως ανώτερη τιμή, κατά την πρώτη περίοδο, την τιμή των 1.400€.

Το ερώτημα που ανακύπτει είναι υπό ποιες προϋποθέσεις θα μπορούσε ο έμπορος να καθορίσει υψηλότερη τιμή για το προϊόν, κατά την πρώτη περίοδο, μιας και η χρησιμότητα των Γ είναι υψηλότερη της καθοριζόμενης ανώτερης τιμής (1.700 > 1.400). Αν λοιπόν ο έμπορος δεσμευόταν (και εφόσον η δέσμευσή του είναι απολύτως αξιόπιστη) ότι δεν πρόκειται να πουλήσει προϊόντα κατά τη δεύτερη περίοδο, τότε θα μπορούσε να καθορίσει τιμή $p_A = 1.700\text{€}$, ή μια οριακά χαμηλότερη (π.χ. 1.699,99€).

Κάνοντας το αυτό, ο έμπορος θα διασφάλιζε ότι οι στρατηγικά σκεπτόμενοι καταναλωτές Γ θα διαπίστωναν ότι εφόσον δεν θα πωληθεί το προϊόν στη δεύτερη περίοδο, η απόδοση που λαμβάνουν σ' αυτή την τιμή (οριακά χαμηλότερη των 1.700€) σε σχέση με τη χρησιμότητα που τους προσδίδει η κτήση του προϊόντος, είναι οριακά υψηλότερη του μηδενός (δηλ. 1700-1699,99 > 0). Ενώ, η μη αγορά του προϊόντος στην πρώτη περίοδο (και συνεπώς ούτε και στη δεύτερη, αφού η δέσμευση του εμπόρου είναι αξιόπιστη) τους προσδίδει μηδενική απόδοση. Έτσι, οι δύο Γ έχουν κίνητρο να αγοράσουν στην τιμή αυτή (1.700 €). Οι δύο \mathbf{K} σίγουρα δεν θα αγοράσουν, αλλά ο έμπορος έχει ήδη κερδίσει $1.700 \times 2 = 3.400\text{€}$ περίπου, το οποίο ως απόδοση είναι υψηλότερη σε σχέση με εκείνη που λαμβάνει ακόμα και από την 3^η Τιμολογιακή Πολιτική.

Συμπερασματικά, η αξιόπιστη δέσμευση του εμπόρου εξυπηρετεί τα ειδικότερα συμφέροντά του, ενώ ανεβάζει την τιμή πώλησης του προϊόντος για τους καταναλωτές.

Όπως υποστηρίζει ο Watson, υπάρχουν πολλοί τρόποι με τους οποίους μια επιχείρηση μπορεί να δεσμευτεί για το επίπεδο των τιμών της σε σχέση με το χρόνο. Ο πιο κοινότυπος είναι μέσω της «εγγυημένης τιμής», όπου οι επιχειρήσεις δεσμεύονται ότι θα επιστρέψουν στους καταναλωτές τη διαφορά της υφιστάμενης τιμής από μια χαμηλότερη τιμή που ενδεχομένως θέσουν στο άμεσο μέλλον. Αυτό σημαίνει ότι η επιχείρηση πουλάει σε έναν πελάτη ένα προϊόν στην τιμή των 30€ και δεσμεύεται ότι αν το ίδιο προϊόν το πουλήσει μετά από μια-δυο εβδομάδες στην τιμή των 25€, τότε ο πελάτης που το αγόρασε 30€ έχει δικαίωμα αποζημίωσης 5€.

Οι καταναλωτές θεωρούν αυτή την πρόταση ως ευνοϊκή για τα συμφέροντά τους, αλλά στην πραγματικότητα, μάλλον, δεν είναι.

Το μοντέλο του δυναμικού μονοπωλίου που αναπτύχθηκε μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να δείξει το πώς η «εγγύηση τιμής» μπορεί να είναι καλή για τις επιχειρήσεις και κακή για τους καταναλωτές. Ας δούμε πως:

Έστω ότι ο έμπορος εφαρμόζει πολιτική «εγγυημένης τιμής» και επιλέγει την Περίοδο A $p_A = 1.700€$. Υποθέτουμε ότι τουλάχιστον ένας από τους Γ αγοράζει το προϊόν σ' αυτή την τιμή. Τότε, αν ο έμπορος θέλει να πουλήσει τα άλλα διαθέσιμα προϊόντα στους δύο Κ την Περίοδο B, παραβιάζοντας την δέσμευσή του, θα πρέπει να καθορίσει $p_B = 200€$. Αυτή η πολιτική αποφέρει στον έμπορο μέγιστη πρόσθετη απόδοση 600€ ($200 \times 3 = 600$, δηλ. πουλώντας στους δύο Κ και στον εναπομείναντα Γ, αν δεν αγόρασε κι αυτός στην περίοδο A) στην Περίοδο B.

Όμως, ο ένας τουλάχιστον από τους Γ, που υποθέσαμε ότι αγόρασε την περίοδο A με «εγγυημένη τιμή», θα απαιτήσει από τον έμπορο επιστροφή 1.500€, καθώς $p_A - p_B = 1.700 - 200 = 1.500€$. Αυτό, επειδή, θα δημιουργήσει σημαντικές οικονομικές απώλειες στον έμπορο τον αποτρέπει από το να μειώσει τις τιμές στην Περίοδο B και συνεπώς τον δεσμεύει, πραγματικά, στο να διατηρήσει τις υψηλές τιμές που καθόρισε εξ' αρχής.

3.11.5. Το πρόβλημα της διττής μεγιστοποίησης.

Υποθέτουμε ότι μια εταιρεία κατασκευής ελαστικών για μοτοσυκλέτες παράγει ελαστικά με κόστος 50€ το κάθε ελαστικό. Η εταιρεία πουλάει μόνο χονδρικώς στον μοναδικό έμπορο της πόλης, κι αυτός τα πουλάει σε τιμές λιανικής στους πελάτες του. Η αντίστροφη καμπύλη ζήτησης που αντιμετωπίζει ο λιανέμπορος είναι $p = 200 - \frac{q}{100}$. Υποθέτουμε, επιπλέον, ότι ο έμπορος δεν έχει κάποιο κόστος παραγωγής (λειτουργικά κόστη), πέρα από το κόστος κτήσης των ελαστικών.

(α). Έστω, ότι ο κατασκευαστής και ο έμπορος αλληλεπιδρούν ως ακολούθως: Πρώτα ο κατασκευαστής καθορίζει την τιμή x την οποία θα πρέπει να πληρώσει ο έμπορος για το κάθε ελαστικό. Έπειτα αποφασίζει ο έμπορος τον αριθμό των ελαστικών που θα αγοράσει από τον κατασκευαστή, προκειμένου να τα μεταπωλήσει στους πελάτες του.

Το κέρδος του κατασκευαστή είναι: $q \cdot (x - 50)$, και

το κέρδος του εμπόρου είναι: $(200 - \frac{q}{100}) \cdot q - x \cdot q$. [δηλ. (λιανική τιμή επί ποσότητα μείον κόστος αγοράς αυτής της ποσότητας)].

Το μοναδικό προφίλ τέλειας ισορροπίας Nash (SPE), βρίσκεται κατά τα γνωστά:

Η μεγιστοποίηση του κέρδους του εμπόρου συναρτήσει του x (δηλ. της τιμής αγοράς) θα προκύψει όταν αγοράσει ποσότητα q , ώστε:

$$\frac{\partial(200 - \frac{q}{100}) \cdot q - x \cdot q}{\partial q} = 0 \Rightarrow 200 - \frac{1}{50}q - x = 0 \Rightarrow q^*(x) = 10.000 - 50x$$

Αυτή τη βέλτιστη για τον έμπορο ποσότητα ζήτησης, μπορεί να την προβλέψει ο κατασκευαστής και έτσι να καθορίσει την τιμή χονδρικής x που μεγιστοποιεί τα δικά του κέρδη για την ποσότητα ελαστικών $q^*(x)$.

Με δεδομένη αυτή την ποσότητα, η μεγιστοποίηση του κέρδους του κατασκευαστή επέρχεται όταν η τιμή χονδρικής πώλησης x :

$$\frac{d(q^*(x) \cdot (x - 50))}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{d((10.000 - 50 \cdot x)(x - 50))}{dx} = 0 \Rightarrow \dots \Rightarrow x^* = 125$$

Συνεπώς, η ποσότητα ισορροπίας και αυτή που τελικά θα παραγγείλει ο έμπορος είναι $q^*(x) = 10.000 - 50 \cdot 125 = 3.750$ τμχ. Αυτά τα τεμάχια θα τα πουλήσει προς $p = 200 - \frac{3750}{100} = 162,50\text{€}$ και θα μεγιστοποιήσει το κέρδος του, το οποίο θα είναι: $(162,5 - 125) \cdot 3.750 = 140.625\text{€}$

Το κέρδος του κατασκευαστή θα είναι $3.750 \cdot (125 - 50) = 281.250\text{€}$

Συνεπώς το στρατηγικό προφίλ ισορροπίας είναι η παραγγελία 3.750 τμχ από τον έμπορο που θα τα πουλήσει προς 162,50€ και γι' αυτό τον αριθμό τεμαχίων ο κατασκευαστής θα ζητήσει τιμή χονδρικής 125€. **Είναι ισορροπία SPE γιατί και οι δύο παίκτες μεγιστοποιούν τα κέρδη τους και ως εκ τούτου δεν έχουν κίνητρο να αποκλίνουν μονομερώς από το εν λόγω προφίλ.**

Σημειώνεται ότι το περιθώριο κέρδους του κατασκευαστή είναι $125 - 50 = 75\text{€}$, ενώ του εμπόρου $162,5 - 125 = 37,5\text{€}$ ανά τμχ.

(β) Έστω, τώρα, ότι ο κατασκευαστής αποφασίζει να πουλήσει τα ελαστικά του απευθείας στους πελάτες και έστω ότι αντιμετωπίζει την ίδια καμπύλη ζήτησης με αυτή που αντιμετωπίζει ο έμπορος. Το κέρδος του κατασκευαστή σ' αυτή την περίπτωση είναι:

$$\left(200 - \frac{q}{100}\right) \cdot q - 50 \cdot q = 200 \cdot q - \frac{q^2}{100} - 50 \cdot q = 150q - \frac{q^2}{100} \text{ και μεγιστοποιείται όταν:}$$

$$\frac{d(150 \cdot q - \frac{q^2}{100})}{dq} = 0 \Rightarrow 150 - \frac{1}{50} \cdot q = 0 \Rightarrow q = 7500 \text{ τμχ}$$

Σ' αυτή την ποσότητα παραγωγής $q^* = 7500$ τμχ θα πουλάει στην τιμή $p = 200 - \frac{7500}{100} = 125\text{€}$ και το κέρδος του θα είναι $(125 - 50) \cdot 7500 = 562.500\text{€}$

Το ενδιαφέρον σ' αυτό παράδειγμα είναι ότι το κοινό κέρδος των δύο μονοπωλητών (που λειτουργούν οριζόντια) είναι μικρότερο του κέρδους που απολαμβάνει ένας μονοπωλητής που λειτουργεί κάθετα (παραγωγή και λιανική πώληση). Στη δεύτερη περίπτωση ο καταναλωτής καταβάλει μικρότερη τιμή για την αγορά του ίδιου προϊόντος.

Έτσι, το κοινό κέρδος στην πρώτη περίπτωση, όπου είχαμε δύο μονοπωλητές, ένα μονοπωλητή χονδρικής και έναν μονοπωλητή λιανικής, όπου και οι δύο ταυτόχρονα προσπαθούσαν να μεγιστοποιήσουν το κέρδος τους, αποκόμιζαν ένα αθροιστικό κέρδος: $140.625 + 281.250 = 421.875\text{€}$

Στην δεύτερη περίπτωση, όπου έχουμε έναν μονοπωλητή το κέρδος που αυτός αποκομίζει είναι **562.500€**

Αυτή η διαφορά οφείλεται στο ότι οι μονοπωλητές που λειτουργούν οριζοντίως (χονδρική / λιανική) καθορίζουν την βέλτιστη γι' αυτούς τιμή πέραν του οριακού κόστους (παραγωγής ή μεταπώλησης, αντίστοιχα). Στην πρώτη περίπτωση, η βελτιστοποίηση, προκειμένου να επέλθει και για τους δύο, εμφανίζεται δύο φορές –από τον κατασκευαστή στον έμπορο και κατόπιν από τον έμπορο στον τελικό πελάτη. Αντιθέτως, στην δεύτερη περίπτωση η μονοπωλιακή συμπεριφορά εμφανίζεται μόνο από τον κατασκευαστή.

Ενότητα 4 – Διαπραγματεύσεις

4.1. Απλά παίγνια διαπραγμάτευσης

Οι συμβάσεις είναι θεμελιώδες στοιχείο της καθημερινότητας μας. Οι εταιρείες με τους εργαζόμενους, οι τράπεζες με τους δανειολήπτες, οι αγοραστές με τους πωλητές ακινήτων ή αγροτεμαχίων, οι γονείς με τα παιδιά τους, μεταξύ των μελών ενός αθλητικού σωματείου κ.α. είναι παραδείγματα σχέσεων που διέπονται από *συμβάσεις*.

Η *σύμβαση* αποτελεί μια δέσμευση μεταξύ των μερών που συμμετέχουν σ' αυτή. Δεν είναι υποχρεωτικό κάθε δέσμευση που αναλαμβάνεται να γίνεται με ένα νομικό έγγραφο σε έντυπη μορφή. Ο γονέας, για παράδειγμα, δεσμεύεται από τους ηθικούς κανόνες της κοινωνίας της οποίας αποτελεί μέλος να προσφέρει στο παιδί του την καλύτερη δυνατή ανατροφή. Δεσμεύεται, επίσης, από τη συνείδησή του. Τα μέλη ενός αθλητικού σωματίου «δεσμεύονται» πριν τον αγώνα ότι θα δώσουν τον καλύτερό τους εαυτό προκειμένου να κερδίσουν το ντέρμπι της αγωνιστικής. Ο Υπουργός «δεσμεύεται» με πολιτικό ή θρησκευτικό όρκο να τηρεί το Σύνταγμα και τους Νόμους του Κράτους κατά την άσκηση των αρμοδιοτήτων του, ...ενώ η Περιφερειάρχης Ρένα Δούρου ορκίζεται στο κείμενο της Εθνοσυνέλευσης των Κορυσχάδων¹¹⁴...

Η συμβατική μορφή μιας Σύμβασης, σαφώς έχει έντυπη μορφή. Αυτό, γιατί η έντυπη μορφή διασφαλίζει αφενός τη σαφή διατύπωση των όρων της και αφετέρου είναι διαχρονικά ελέγξιμη, όσο βρίσκεται σε ισχύ, τόσο από τους αντισυμβαλλόμενους όσο και από ενδεχόμενους τρίτους (όργανα διαιτησίας, Δικαστήρια) που έχουν την αρμοδιότητα της επιβολής της σε εκείνον τον αντισυμβαλλόμενο που κατά την κρίση του άλλου παρεκκλίνει των συμφωνηθέντων.

Κάθε σχέση που διέπεται από μια σύμβαση μπορεί να διακριθεί σε δύο φάσεις: Στη φάση της συγγραφής (ή συμφωνίας) των όρων της Σύμβασης, του καθορισμού δηλαδή των όρων της, και στη φάση εφαρμογής ή υλοποίησης, όπου ελέγχεται η τήρηση των όρων της. Η προφορική συμφωνία, αν και όχι πάντα, περιέχει αντίστοιχες φάσεις. «Ελέγχεται» δε από τους τρίτους που παραβρίσκονται κατά τη στιγμή συνομολόγησής της.

Στην παρούσα ενότητα θα εξεταστεί η πρώτη φάση, δηλ. το πρόβλημα της επιλογής των όρων της, ενώ σε επόμενη ενότητα θα εξεταστεί ο έλεγχος εφαρμογής της.

Οι όροι των συμβάσεων καθορίζονται συνήθως μετά από μια διαδικασία **διαπραγμάτευσης**. Οι εταιρείες διαπραγματεύονται επί των τιμών, των ποσοτήτων και των προδιαγραφών των ενδιάμεσων προϊόντων που εμπορεύονται μεταξύ τους. Ο αγοραστής μιας εμπορικής επιχείρησης διαπραγματεύεται τα άρθρα του συμβολαίου που αφορούν στην αγορά της, και οι καλά πληροφορημένοι καταναλωτές αναζητούν εκπτώσεις στα μαγαζιά που προσφέρουν ελαφρώς χαμηλότερες τιμές σε σχέση με τις επικρατούσες στην

¹¹⁴ Στις 28.8.2014 κατά την ορκωμοσία του Περιφερειακού Συμβουλίου Αττικής, η νέα Περιφερειάρχης επέλεξε να δώσει πολιτικό όρκο διαβάζοντας το κείμενο της Εθνοσυνέλευσης των Κορυσχάδων, θεωρώντας ότι έτσι δίνει έναν ιδιαίτερο συμβολισμό κατά την απαρχή των εκτελεστικών της αρμοδιοτήτων. Ενημερωτικά, αναφέρεται ότι κατά τη διάρκεια της Κατοχής, καθώς πλησίαζε η απελευθέρωση, το ΕΑΜ κατόρθωσε να οργανώσει εκλογές για την ανάδειξη εθνοσυμβούλων, οι οποίοι συνεδρίασαν στις Κορυσχάδες Καρπενησίου τον Μάιο του 1944, στην ονομαζόμενη τότε Ελεύθερη Ελλάδα, και εξέλεξαν την πρώτη οιοική "κυβέρνηση του βουνού", την Πολιτική Επιτροπή Εθνικής Απελευθέρωσης (ΠΕΕΑ), στην οποία συμμετείχαν πολιτικές προσωπικότητες και εκτός ΕΑΜ. Πηγή: Εφημερίδα Αυγή [28.8.2014](http://www.avgi.gr/2014/08/28/28-8-2014/)

αγορά (σιωπηρή μορφή διαπραγμάτευσης). Οι άνθρωποι που ενδιαφέρονται για την αγορά ή πώληση μιας κατοικίας εμπλέκονται, συνήθως, σε μια μακρά διαδικασία διαπραγμάτευσης. Συνεπώς, η **διαπραγμάτευση** είναι μια διαδικασία που είναι ρητά ή σιωπηρά παρούσα σε κάθε ανθρώπινη δραστηριότητα.

Πολλές συμβάσεις που οι άνθρωποι διαπραγματεύονται σχετίζονται με το εμπόριο αγαθών και υπηρεσιών. Η εμπλοκή των μερών σε μια διαδικασία διαπραγμάτευσης προϋποθέτει την ύπαρξη ενδιαφέροντος του ενός για να λάβει με κάποιο υποκειμενικά (ή/και αντικειμενικά) «δίκαιο» τίμημα ένα προϊόν ή μια υπηρεσία που κατέχει ή μπορεί να παρέχει, αντίστοιχα, το άλλο μέρος.

Από τη φύση της αυτή η ανταλλαγή προσδίδει χρησιμότητα στα μέρη που εμπλέκονται σε μια τέτοια διαπραγμάτευση. Το ένα μέρος θέλει να αποκτήσει αυτό (αγαθό, υπηρεσία, σωματική ή πνευματική ικανότητα κ.λ.π.) που έχει στην κατοχή του το άλλο μέρος, προκειμένου με τη χρησιμοποίησή του να αποκομίσει ένα όφελος, ενώ με την ανταλλαγή αυτή, ο κάτοχος προσδοκά ότι θα αποκομίσει τη δική του αξίωση οφέλους από την εκμετάλλευση του αγαθού ή της δεξιότητας που κατέχει.

Χωρίς να εισέλθουμε σε θέματα πολιτικής οικονομίας, και προκειμένου να γίνουμε πιο συγκεκριμένοι, εστιάζουμε την προσοχή μας στο εμπόριο αγαθών και θεωρούμε επί της αρχής ότι το εμπόριο αυτό δημιουργεί προστιθέμενη αξία, συντασσόμενοι επί του παρόντος με τις απόψεις του Adam Smith¹¹⁵ και των συγχρόνων του Μερκαντιστών.

Εφόσον λοιπόν το εμπόριο δημιουργεί αξία, ένα από τα διακυβεύματα της διαπραγμάτευσης αποτελεί ο επιμερισμός αυτής της πρόσθετης δημιουργούμενης αξίας. Σημαντικό στοιχείο της διαπραγμάτευσης αποτελεί και το χαρακτηριστικό του μη πλεονασματικού χαρακτήρα των αγαθών (με την έννοια ότι δεν είναι πάντοτε διαθέσιμα στις αναγκαίες ποσότητες για την ικανοποίηση των πάντων).

Ένα απλοϊκό παράδειγμα για τη σκιαγράφηση της δημιουργίας αξίας από μια οιονεί εμπορική πράξη, ακόμα και όταν δεν διαμεσολαβεί η χρηματική αντικαταβολή, αλλά ο αντιπραγματισμός (αντικείμενο για αντικείμενο), και κατόπιν η διαπραγμάτευση του επιμερισμού της αξίας αυτής, μπορεί να είναι το εξής:

Έστω δύο ενήλικοι σαραντάρηδες που λατρεύουν το ποδόσφαιρο και κατοικούν μόνοι τους σε γειτονικά διαμερίσματα μιας τυπικής μεσοαστικής ελληνικής πολυκατοικίας. Είναι Τετάρτη βράδυ, ώρα champions league, ο ένας διαθέτει τηλεόραση μεγάλης ευκρίνειας αλλά δεν έχει προνοήσει για βραδινό φαγητό, και ο άλλος έχει στείλει την τηλεόρασή του για επισκευή αλλά έχει μόλις παραλάβει μια καυτή πίτσα γίγας με extra πεπερόνι. Η μυρωδιά της πίτσας του ενός ερεθίζει τη μύτη του άλλου, και οι ιαχές των φιλάθλων από την τηλεόραση του άλλου «ερεθίζουν» τ' αφτιά και τη φαντασία του πρώτου. Αν ο κανόνας είναι «ο καθένας καταναλώνει ό,τι κατέχει» τότε ο ένας θα δει τον αγώνα της χρονιάς νηστικός και ο άλλος θα φάει περισσότερο απ' ότι αντέχει αλλά θα χάσει το αθλητικό γεγονός της χρονιάς. Αν επιτρέπεται ο αντιπραγματισμός τότε και οι δύο θα λάβουν αυτό που δεν έχουν, με αντάλλαγμα ένα μέρος αυτού που διαθέτουν. Αν συμφωνήσουν σ' αυτό, στο ότι δηλ. η ανταλλαγή θα βελτιώσει τη χρησιμότητα του καθενός σε σχέση με την τήρηση του προαναφερόμενου κανόνα, τότε δέχονται ξεκάθαρα ότι η ανταλλαγή αυτή προσδίδει μια προστιθέμενη αξία στη χρησιμότητά τους.

Η δημιουργία της αξίας λοιπόν είναι ένα θέμα, και εντελώς διαφορετικό είναι το θέμα της κατανομής της πρόσθετης αυτής αξίας. Έτσι, ο ένας μπορεί να προσφέρει δύο κομμάτια

¹¹⁵ Smith Adam (1786), Έρευνα για τη Φύση και τα Αίτια του Πλούτου των Εθνών, εκδ. Παπαζήση, Αθήνα, 1999.

πίτσας για κάθε ημίχρονο που θα δει και ο άλλος να ζητήσει κι ένα πέμπτο σε περίπτωση που το ματς οδηγηθεί στην παράταση.

Αφήνοντας την οιονεί εμπορική συναλλαγή, η κατ' ουσία εμπορική συναλλαγή, δηλ. η πράξη που διεξάγεται από άτομο που ασκεί εμπορική δραστηριότητα και έχει ως στόχο τη δημιουργία κέρδους απ' αυτή, αποσκοπεί στην εξυπηρέτηση των συναλλασσόμενων μερών και διέπεται από δεσμευτικούς όρους, από όρους δηλαδή που καθορίζουν τον τρόπο της εμπορικής συναλλαγής. Οι όροι αυτοί δεν είναι απαραίτητο να μοιράζουν ισόποσα την αξία που δημιούργησε η συναλλαγή. Μάλιστα, οι ετεροβαρείς όροι αποτελούν μάλλον τον κανόνα και όχι την εξαίρεση. Έτσι, οι όροι της συναλλαγής ευνοούν περισσότερο τα συμφέροντα του ενός συναλλασσόμενου σε βάρος των συμφερόντων του άλλου. Άρα, πέρα από τη μέριμνα για δημιουργία αξίας μέσα από μια εμπορική συναλλαγή, θα πρέπει επιπρόσθετα να ληφθεί μέριμνα και για τον επιμερισμό αυτής της αξίας.

Η εγγενής διαπραγματευτική δύναμη των συναλλασσομένων, η διαδικασία διαπραγμάτευσης που ακολουθείται και το γενικότερο περιβάλλον της διαπραγμάτευσης συνεισφέρουν στον καθορισμό των όρων της τελικής συμφωνίας. Για παράδειγμα, αν κάποιος έχει τη φήμη του σκληρού διαπραγματευτή, ενδεχομένως να οδηγήσει το άλλο μέρος της διαπραγμάτευσης να δεχθεί μια συμφωνία περισσότερο ευνοϊκή για τον ίδιο και έτσι να επιβελιώσει τη φήμη του.

4.2. Διμερείς Διαπραγματεύσεις

Ένας απλός τρόπος μαθηματικής παρουσίασης ενός διαπραγματευτικού προβλήματος είναι να περιγραφούν οι εναλλακτικές συμφωνίες που είναι διαθέσιμες στα συναλλασσόμενα μέρη –δηλ. οι ποικιλία των εφικτών συμφωνιών που μπορούν από κοινού να καταλήξουν και να περιγραφεί το τι θα συμβεί αν τα μέρη αποτύχουν να καταλήξουν σε κάποια συμφωνία.

Κατανοώντας το πως θα διαμορφωθεί η σχέση μετά τη διαπραγμάτευση (και πως τα συμφωνηθέντα θα τηρηθούν ή θα επιβληθούν), μπορούμε να περιγράψουμε ή να απεικονίσουμε κάθε ενδεχόμενη έκβαση ως ένα διάνυσμα απόδοσης (payoff vector).

Για παράδειγμα, έστω ότι δύο άτομα προσπαθούν να αποφασίσουν για το αν θα ξεκινήσουν μια επιχείρηση συνεταιρικά. Υποθέτουμε ότι αν συμφωνήσουν και η επιχείρηση αρχίσει να λειτουργεί, θα λάβει ο πρώτος μια χρησιμότητα τεσσάρων (4) μονάδων και ο δεύτερος μια χρησιμότητα έξι (6) μονάδων. Αν δεν συμφωνήσουν θα λάβει ο καθένας τους από δύο (2) μονάδες χρησιμότητας.

Έτσι, αντί να αναφερόμαστε στη διαπραγμάτευση με τους όρους «δημιουργία μιας συνεταιρικής επιχείρησης» ή «μη-δημιουργία συνεταιρικής επιχείρησης», μπορούμε να αναφερόμαστε με όρους που σχετίζονται με τις αποδόσεις που επιτυγχάνονται από την έκβαση αυτών των δύο ενδεχομένων: Απόδοση (4,6) και απόδοση (2,2), αντίστοιχα. Με άλλα λόγια, μπορούμε να σκεφτόμαστε για τους παίκτες ότι διαπραγματεύονται απευθείας επί των τελικών αποδόσεων.

Έστω ότι το V συμβολίζει το σύνολο των διανυσμάτων απόδοσης που προσδιορίζουν τις εφικτές εναλλακτικές εκβάσεις ενός παιγνίου διαπραγμάτευσης. Για παράδειγμα, στην ανωτέρω ιστορία έχουμε: $V = \{(4,6), (2,2)\}$. Το V καλείται **Σύνολο Διαπραγμάτευσης** (bargaining set).

Ένα χαρακτηριστικό διάνυσμα σε οποιοδήποτε παίγνιο διαπραγμάτευσης είναι εκείνο που παρουσιάζει τις αποδόσεις των παικτών όταν αποτύχουν να συμφωνήσουν. Συμβολίζεται με d και καλείται **διάνυσμα βάσης** (default outcome) ή **σημείο διαφωνίας** (disagreement

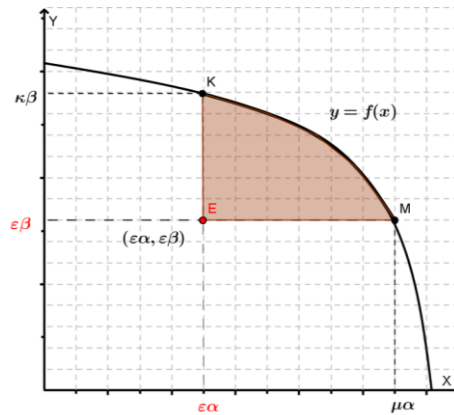
point) και είναι στοιχείο του Συνόλου Διαπραγμάτευσης. Το σημείο διαφωνίας της ιστορίας του παραδείγματός μας είναι: $d = (2,2)$.

Το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό αυτού του σημείου (d) είναι ότι κάθε παίκτης μπορεί **μονομερώς** να επιφέρει αυτή την έκβαση, διαφωνώντας (παρακρατώντας τη συγκατάθεσή του) με κάθε άλλη ενδεχόμενη έκβαση που περιέχεται στο Σύνολο Διαπραγμάτευσης.

4.2.1 Διαγραμματική απεικόνιση του Συνόλου Διαπραγμάτευσης.

Έστω δύο επιχειρήσεις A και B που διαπραγματεύονται για την επίτευξη μιας εμπορικής συμφωνίας. Πριν ξεκινήσουν την διαπραγμάτευση γι' αυτή την εμπορική συμφωνία, η επιχείρηση A είχε καθαρά κέρδη από την υφιστάμενη εμπορική της δραστηριότητα ε_α και η επιχείρηση B είχε ε_β . Εφόσον καταλήξουν σε συμφωνία, η μια επιχείρηση θα αυξήσει το κέρδος της σε x και η άλλη σε y . Στην προκειμένη περίπτωση, το σύνολο διαπραγμάτευσης είναι ένα τμήμα μιας συνάρτησης $y = f(x)$ που προσδιορίζει το πώς η απόδοση x της μιας επιχείρησης μετασχηματίζεται σε απόδοση y για την άλλη επιχείρηση, και οι ακριβείς τιμές τους εξαρτώνται από την τελική συμφωνία. Η συνάρτηση αυτή είναι φθίνουσα (δηλ. $\frac{dy}{dx} < 0$) υποδεικνύοντας το γεγονός ότι η απόσπαση μιας παραπάνω μονάδας απόδοσης του ενός από τον άλλον, κοστίζει στον πρώτο περισσότερο απ' ό,τι η προηγούμενη μονάδα που παραχώρησε στον δεύτερο.

Έστω, ότι το **σημείο διαφωνίας** είναι το σημείο E με διάνυσμα απόδοσης $(\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta)$, το οποίο σημαίνει ότι εφόσον δεν καταλήξουν σε συμφωνία, δεν αναμένουν να κερδίσουν κάτι (αλλά ούτε και να χάσουν –θεωρούμε ότι η ίδια η διαπραγματευτική διαδικασία δεν έχει κάποιο κόστος για τις επιχειρήσεις-). Έτσι, θα διατηρήσουν το επίπεδο κέρδους που η κάθε μια είχε πριν την εμπλοκή της σε αυτή τη διαπραγματευτική διαδικασία.



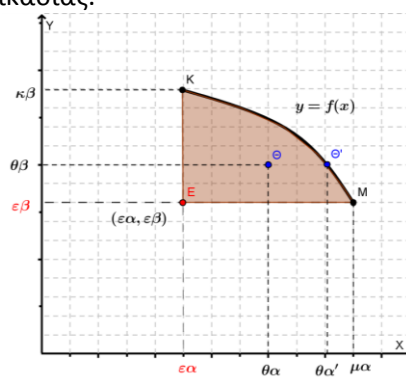
Διάγραμμα 31 -Διμερής διαπραγμάτευση

Η πρώτη επιχείρηση, εφόσον καρπωθεί το σύνολο της προστιθέμενης αξίας που προσδίδει η εν λόγω εμπορική συμφωνία, θα αυξήσει τα κέρδη της σε μ_α ενώ η δεύτερη, αντίστοιχα, αν καρπωθεί το σύνολο της προστιθέμενης αξίας θα αυξήσει τα κέρδη της σε κ_β . Συνεπώς, η πρώτη επιχείρηση θα επιλέξει να συμπράξει στην εμπορική συμφωνία μόνο εφόσον $x \in [\varepsilon_\alpha, \mu_\alpha]$ και η δεύτερη μόνο αν $y \in [\varepsilon_\beta, \kappa_\beta]$.

Είναι προφανές ότι η εμπορική συμφωνία είναι ασύμφορη για την πρώτη επιχείρηση αν μετά τη σύναψή της τα κέρδη της είναι $x < \varepsilon_\alpha$. Αντίστοιχα, η επιχείρηση B θα προτιμήσει το σημείο διαφωνίας (δηλ. να μην συμπράξει) αν $y < \varepsilon_\beta$.

Έτσι, το σύνολο των σημείων που βρίσκονται εντός της σκιασμένης περιοχής EKM αποτελούν το σύνολο των πιθανών λύσεων στην εν λόγω διαπραγματευτική διαδικασία. Είναι προφανές, όμως, ότι οποιοδήποτε σημείο εντός αυτής της περιοχής (πλέον εκείνων

που κείτονται επί του τόξου ΚΜ) παρέχει περιθώρια βελτίωσης της απόδοσης τουλάχιστον ενός εκ των διαπραγματευόμενων μερών και αυτό αποτελεί λόγο για περαιτέρω συνέχιση της διαπραγματευτικής διαδικασίας.



Διάγραμμα 32

Ειδικότερα, για παράδειγμα, εφόσον η επιχείρηση Β συναινούσε στη λύση που δίνεται από το σημείο Θ (εντός της σκιασμένης περιοχής ΕΚΜ) λαμβάνοντας απόδοση θ_β , δεν θα είχε λόγο να διαφωνήσει στη λύση που δίνεται από το σημείο Θ' (επί του τόξου ΚΜ) στο οποίο λαμβάνει την ίδια απόδοση με αυτή που λαμβάνει και στο σημείο Θ.

Όμως, το σημείο Θ' εφόσον αποτελέσει συναινετική λύση, είναι βέλτιστο κατά Pareto καθώς καμία επιχείρηση δεν μπορεί να βελτιώσει περαιτέρω την απόδοσή της χωρίς να μειώσει την απόδοση της άλλης. Έτσι, κάθε σημείο επί του τόξου ΚΜ αποτελεί μια εν δυνάμει ικανοποιητική λύση και συνεπώς το σύνολο των σημείων αυτών αποτελούν το κατά Pareto αποτελεσματικό **σύνολο διαπραγμάτευσης** των δύο επιχειρήσεων. Σε αυτό το σύνολο θα πρέπει να προστεθεί και το σημείο διαφωνίας Ε, καθώς σχεδόν πάντα σε μία διαπραγματευτική διαδικασία ελλοχεύει ο κίνδυνος της μη επιτυχούς έκβασης (δηλ. της διαφωνίας).

Η εύρεση του σημείου εκείνου που (υπάγεται στο σύνολο διαπραγμάτευσης και) αποτελεί αμοιβαία αποδεκτή λύση και για τις δύο επιχειρήσεις προσδιορίστηκε από τον Nash¹¹⁶ και αποκαλείται **Αξιοματική Προσέγγιση ή Τυπική Διαπραγματευτική Λύση**.

Ένας άλλος τρόπος προσέγγισης και επίλυσης του διαπραγματευτικού προβλήματος είναι μέσω της ανάλυσης της διαδικασίας των **εναλλασσόμενων προσφορών** (alternating offers).

Πριν την ανάπτυξη των δύο υποδειγμάτων είναι χρήσιμο να διαυγαστούν βασικά στοιχεία που παρεισφρύνουν σχεδόν σε κάθε διαπραγματευτική διαδικασία.

4.2.2. Μεταβιβαστικές πληρωμές

Σε πολλά προβλήματα διαπραγμάτευσης οι παίκτες μπορεί να συμφωνήσουν, μεταξύ άλλων, και σε μια μεταβίβαση νομισματικών μονάδων (χρημάτων), ως ένα μέρος της μεταξύ τους συμφωνίας. Η μεταβίβαση μπορεί να εκφράζει μισθό, ημερομίσθιο, μια πάγια ή μεταβαλλόμενη τιμή ή ακόμα και μια προκαταβλητέα πληρωμή που γίνεται από το ένα στο άλλο μέρος. Γενικά, υποθέτουμε ότι τα χρήματα υπεισέρχονται στις αποδόσεις των παικτών ως ένα πρόσθετο κίνητρο ή ένα μέτρο συμψηφισμού.

¹¹⁶ **Nash J.**, The Bargaining Problem, *Econometrica* 18 (1950):155-162. Η εν λόγω πρωτότυπη εργασία βρίσκεται σε ακριβή μετάφραση στα Ελληνικά στο, «Αφιέρωμα στον John Nash, Θεωρία Παιγνίων», επιμ. Κ. Κοτταρίδη και Γ. Σιουρούνης, (2002), σελ. 197-206

Για παράδειγμα, θεωρούμε ένα παίγνιο διαπραγμάτευσης για το άνοιγμα μιας συνεταιρικής επιχείρησης μεταξύ του παίκτη A και του παίκτη B. Υποθέτουμε ότι οι παίκτες διαπραγματεύονται για μια νομισματική μεταβίβαση από τον παίκτη B στον παίκτη A, καθώς επίσης και για άλλα στοιχεία, όπως την ανάθεση εργασιών, αρμοδιοτήτων, υποχρεώσεων κ.ο.κ. που αφορούν στη λειτουργία της επιχείρησης.

Έστω, ότι με t συμβολίζουμε τη νομισματική μεταβίβαση και με z τα άλλα στοιχεία που αφορούν στη σύμβαση (συμφωνία). Μια θετική τιμή του t υποδεικνύει μια μεταβίβαση χρημάτων από τον παίκτη B προς τον παίκτη A και μια αρνητική τιμή υποδεικνύει μια μεταβίβαση αντίθετης κατεύθυνσης. Τα χρήματα λοιπόν, υπεισέρχονται προσθετικά και έτσι η απόδοση του παίκτη A μπορεί να γραφεί ως: $u_A = v_A(z) + t$ και η απόδοση του παίκτη B ως $u_B = v_B(z) - t$, για κάποιες συναρτήσεις v_A και v_B .

Με άλλα λόγια, $v_i(z)$ είναι το όφελος (η χρησιμότητα) του παίκτη i συναρτήσει του z (των στοιχείων της διαπραγμάτευσης). Το όφελος αυτό εκφράζεται σε νομισματικές μονάδες ώστε να είναι εφικτή η αλγεβρική συνάθροισή του με τις μεταβιβαστικές πληρωμές t .

Όταν οι αποδόσεις των παικτών (u_i), πέραν της χρησιμότητας ($v_i(z)$)-συναρτήσει του στοιχείου που την παρέχει- περιλαμβάνει και μεταβίβαση χρημάτων τότε λέμε ότι η ρύθμιση περιέχει **μεταβιβάσιμη χρησιμότητα** (transferable utility), επειδή αυτού του είδους η νομισματική χρησιμότητα (t) μπορεί να μεταβιβάζεται με σχέση ένα-προς-ένα.

Με πιο απλά λόγια, η χρησιμότητα που παρέχει στον μαθητή ένα μολύβι έχει μια υποκειμενική τιμή για τον συγκεκριμένο μαθητή. Άλλη τιμή έχει αν είναι το ένα και μοναδικό που κατέχει σε μια δεδομένη χρονική στιγμή, και άλλη χρησιμότητα του παρέχει αν αυτό το μολύβι είναι ένα από τα πολλά όμοια που έχει στην κατοχή του την ίδια χρονική στιγμή. Όταν αυτό το μολύβι το δανείσει σ' έναν συμμαθητή του, τότε το παιδί χάνει τη χρησιμότητα που του παρέχει αυτό το μολύβι (όποια κι αν είναι η τιμή της) και προσλαμβάνει μια υποκειμενικής αξίας ηθική χρησιμότητα που του παρέχει η πράξη εξυπηρέτησης του συμμαθητή του. Το παιδί που το δανείζεται, με την πρόσκτηση του μολυβιού αποκτά μια χρησιμότητα η οποία δεν είναι ταυτόσημη με τη χρησιμότητα που προσέδιδε το ίδιο αντικείμενο στο πρώτο παιδί. Έτσι, δεν μπορούμε να μιλάμε για μεταβιβάσιμη χρησιμότητα. Αντίθετα, αν ο δανεισμός γίνει με ένα χρηματικό αντάλλαγμα, τότε το μέρος των αποδόσεων των παικτών που αφορούν σ' αυτό το αντάλλαγμα (t) είναι μεταβιβάσιμο ένα-προς-ένα (όσα χρήματα δίνει ο ένας τόσα λαμβάνει ο άλλος).

Η γραφική απεικόνιση θα βοηθήσει περαιτέρω στην κατανόηση των εννοιών. Επανερχόμενοι στην ιστορία του συνεταιρισμού, θεωρούμε ότι η συμφωνία περιλαμβάνει και μεταβιβάσιμη χρησιμότητα.

Οι αποδόσεις των επίδοξων συνεταιρίων είναι:

$$u_A = v_A(z) + t$$

$$u_B = v_B(z) - t$$

Όπου, $z = 1$ αντιπροσωπεύει τη δημιουργία της συνεταιρικής επιχείρησης και

$z = 0$ αντιπροσωπεύει τη μη-δημιουργία (διαφωνία).

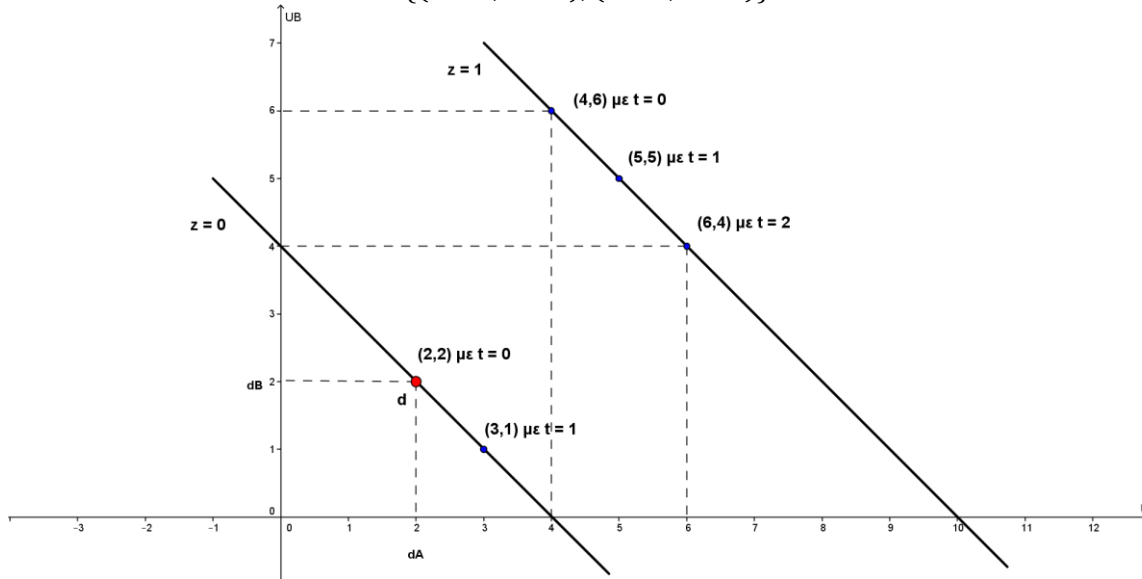
Έστω ότι, $v_A(0) = 2$ και $v_B(0) = 2$, ενώ $v_A(1) = 4$ και $v_B(1) = 6$.

Αν λοιπόν η διαπραγμάτευση έχει έκβαση $z = 0$, η απόδοση του παίκτη A είναι $u_A = v_A(0) + t = 2 + t$ και η απόδοση του παίκτη B είναι $u_B = v_B(0) - t = 2 - t$.

Αντίστοιχα, αν η διαπραγμάτευση έχει έκβαση $z = 1$, η απόδοση του παίκτη A είναι $u_A = v_A(1) + t = 4 + t$ και η απόδοση του παίκτη B είναι $u_B = v_B(1) - t = 6 - t$.

Τα διανύσματα $(4 + t, 6 - t)$ και $(2 + t, 2 - t)$ αποτελούν το σύνολο διαπραγμάτευσης,

$$V = \{(4 + t, 6 - t), (2 + t, 2 - t)\}.$$



Διάγραμμα 33

Οι ανωτέρω ευθείες (για $z=0$ και $z=1$) συνιστούν το **σύνολο διαπραγμάτευσης** V .

Το σημείο διαφωνίας είναι $d = (2,2)$ (χωρίς να αποκλείεται, σε κάποιες περιπτώσεις, η διαφωνία να συνδέεται με μεταβιβαστικές πληρωμές, δηλ. $t \neq 0$).

Από το γράφημα καθίσταται σαφές ότι σε κάθε περίπτωση, είτε επιτευχθεί κάποια συμφωνία ($z=1$) είτε δεν επιτευχθεί ($z=0$), η αθροιστική απόδοση που λαμβάνουν οι παίκτες σε κάθε ειδικότερη έκβαση (δηλ. ανεξαρτήτως της τιμής του t), είναι ίδια για κάθε ειδικότερη έκβαση της κάθε περίπτωσης.

Έτσι, η αθροιστική ή **κοινή αξία** (join value) που αποκομίζουν οι παίκτες όταν καταλήξουν στην απόφαση να συνεργαστούν ($z=1$), στο παράδειγμά μας είναι σταθερά 10. Αντίθετα, η κοινή αξία που αποκομίζουν οι παίκτες όταν καταλήξουν στην απόφαση να μην συνεργαστούν ($z=0$) είναι σταθερά 4.

Αποτελεσματική έκβαση σ' ένα παίγνιο καλείται εκείνη η έκβαση που μεγιστοποιεί την **κοινή αξία** που δημιουργείται απ' αυτή.

Όλα λοιπόν τα σημεία που βρίσκονται στην ευθεία $z=0$ είναι **αναποτελεσματικά** επειδή για καθένα απ' αυτά κάποιος μπορεί να υποδείξει ένα άλλο σημείο πάνω στην ευθεία $z=1$ που θα βελτιώνει ταυτόχρονα την απόδοση και των δύο παικτών.

Για παράδειγμα το σημείο $(3,1)$, που επιτυγχάνεται με $z = 0$ και $t = 1$, είναι **αναποτελεσματικό** καθώς οι δύο παίκτες μπορούν να καταλήξουν στο σημείο $(6,4)$, που επιτυγχάνεται με $z = 1$ και $t = 0$, το οποίο αποφέρει και στους δύο παίκτες υψηλότερο προσωπικό όφελος και ταυτόχρονα υψηλότερη κοινή αξία.

Συνεπώς, η ευθεία $z = 1$ περιλαμβάνει το **σύνολο των αποτελεσματικών εκβάσεων** του εν λόγω παιγνίου.

Τονίζεται ότι επειδή το t (δηλ. η μεταβιβάσιμη χρησιμότητα) είναι ένα-προς-ένα, η μεταβιβάσιμη χρησιμότητα δεν υπεισέρχεται στον υπολογισμό της **κοινής αξίας**.

Μαθηματικά, για κάθε z, t η κοινή αξία δίνεται:

$$u_A + u_B = (v_A(z) + t) + (v_B(z) - t) = v_A(z) + v_B(z)$$

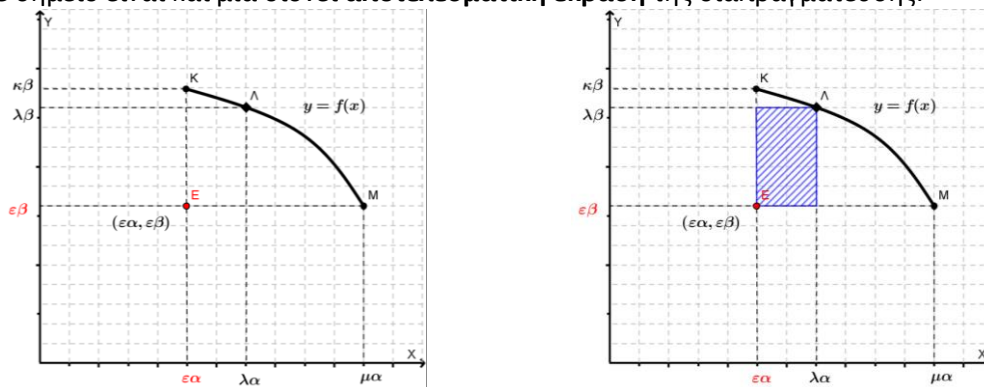
Συνεπώς, η **κοινή αξία** της συμφωνίας **δεν σχετίζεται με τις μεταβιβαστικές πληρωμές**.

Ως **πλεόνασμα** (surplus) της συμφωνίας ορίζεται η διαφορά μεταξύ της κοινής αξίας που αποκομίζουν οι παίκτες από τη συμφωνία, και της κοινής αξίας που αποκομίζουν όταν δεν επιτευχθεί συμφωνία.

Στο παράδειγμά μας, η κοινή αξία όταν δεν επιτευχθεί μια συμφωνία είναι: $d_A + d_B$

Συνεπώς, το **πλεόνασμα της συμφωνίας** είναι: $v_A(z) + v_B(z) - d_A - d_B$

Στο γενικό παράδειγμα που δώσαμε για τη διαγραμματική απεικόνιση του *συνόλου διαπραγμάτευσης*, η **κοινή αξία** μεγιστοποιείται σε κάθε σημείο του τόξου KM και άρα κάθε σημείο είναι και μια οιονεί **αποτελεσματική έκβαση** της διαπραγμάτευσης.



Διάγραμμα 34

Αν υποθέσουμε ότι η τελική έκβαση της διαπραγμάτευσης είναι στο σημείο Λ, τότε το πλεόνασμα της συμφωνίας είναι: $\lambda_\alpha - \epsilon_\alpha + \lambda_\beta - \epsilon_\beta$, δηλ. το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου τετραπλεύρου.

4.2.3. Διαπραγμάτευση Πρόσληψης Εκπαιδευτικού προσωπικού.

Ένα από και ρεαλιστικό παράδειγμα διαπραγμάτευσης είναι το εξής: Ο ιδιοκτήτης ενός ιδιωτικού Γυμνασίου επιθυμεί να προσλάβει έναν εκπαιδευτικό για τη διδασκαλία του μαθήματος της θεατρικής αγωγής που είναι ενταγμένο στο ωρολόγιο πρόγραμμα του σχολείου. Ένας επαγγελματίας ηθοποιός, ο οποίος κατέχει τα τυπικά προσόντα που απαιτούνται για τη σύννομη πρόσληψη, επιθυμεί να παρέχει τις υπηρεσίες του στο εν λόγω σχολείο.

Οι δύο πρωταγωνιστές της ιστορίας μας, καλούνται να λάβουν από κοινού μια απόφαση (να καταλήξουν σε μια συμφωνία). Το πρώτο σκέλος της απόφασης αφορά στην ανάπτυξη ή μη μιας εργασιακής σχέσης (αν δηλ. είναι αμοιβαία συμφέρουσα η συμφωνία συνεργασίας) και επιπλέον αν οι αρμοδιότητες του Ηθοποιού (**H**) θα αφορούν μόνο στη διδασκαλία του σχετικού μαθήματος ή θα αφορούν επιπλέον και στην εκγύμναση της θεατρικής ομάδας του σχολείου κατά τις απογευματινές ώρες μετά τη λήξη του κανονικού ωρολογίου προγράμματος.

Έστω, λοιπόν, ότι με x συμβολίζονται οι αρμοδιότητες που αναλαμβάνει ο **H**, και πιο συγκεκριμένα $x = 0$ αν ο **H** αναλάβει μόνο την αρμοδιότητα της διδασκαλίας, και $x = 1$ αν ο **H** αναλάβει τόσο τη διδασκαλία όσο και την εκγύμναση της θεατρικής ομάδας.

Η ετήσια χρησιμότητα που θα προσκτήσει ο ηθοποιός, αποτιμώμενη σε νομισματικές μονάδες, είναι 10.000€ όταν $x = 0$, και 7.000€ όταν $x = 1$. Υποθέτουμε ότι η χρησιμότητά

του μειώνεται όταν αναλάβει και την εκγύμναση της θεατρικής ομάδας, γιατί αυτή γίνεται κατά τις απογευματινές ώρες στις οποίες θα προτιμούσε να κάνει πρόβες για τις θεατρικές παραστάσεις στις οποίες κατά καιρούς συμμετέχει. Αυτή, λοιπόν, η απώλεια ελεύθερου χρόνου για πρόβες μειώνει τη χρησιμότητά του (αποτιμώμενη σε νομισματικές μονάδες) κατά 3.000€.

Η χρησιμότητα του Ιδιοκτήτη (I) του σχολείου από την πρόσληψη του Η αποτιμάται σε 40.000€ αν $x = 0$ και σε επιπλέον 5.000€ αν $x = 1$.

Έτσι, αν τα δύο μέρη καταλήξουν σε συμφωνία η απόδοση του Η θα είναι:

$$u_H = v_H(x) + t = 10.000 - 3.000 \cdot x + t$$

και η απόδοση του I θα είναι:

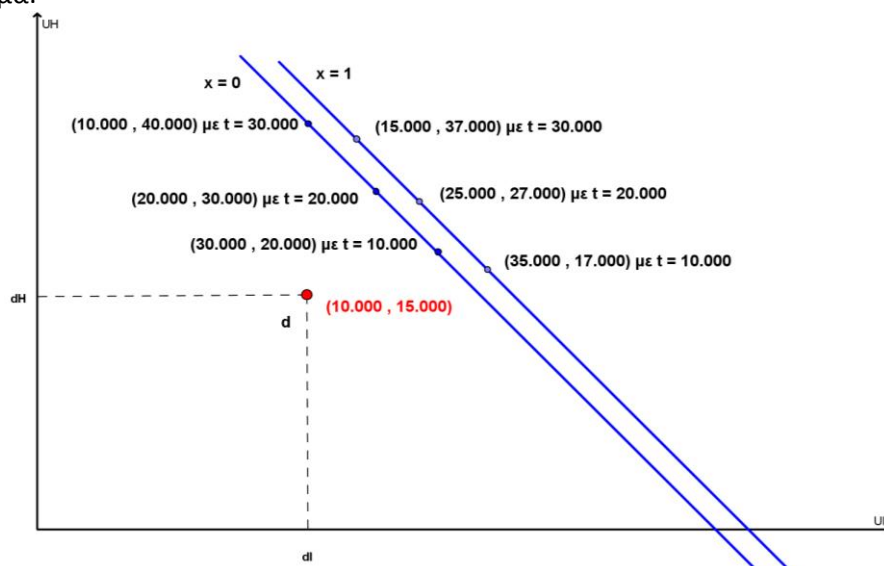
$$u_I = v_I(x) - t = 40.000 + 5.000 \cdot x - t$$

όπου, t είναι οι μεταβιβαστικές πληρωμές, δηλ. ο ετήσιος μισθός που θα καταβάλλει ο I στον Η.

Στην περίπτωση που τα δύο μέρη δεν καταλήξουν σε συμφωνία, ο Ηθοποιός θα έχει χρησιμότητα, αποτιμώμενη σε νομισματικές μονάδες, ύψους 15.000€ (είναι η χρησιμότητα που ήδη λαμβάνει εξασκώντας το επάγγελμα του ηθοποιού), και ο Ιδιοκτήτης του σχολείου θα έχει χρησιμότητα 10.000€ (είναι η χρησιμότητα που θα αποκομίσει το σχολείο από την πρόσληψη ενός λιγότερο εξειδικευμένου και ταλαντούχου καθηγητή).

Συνεπώς, το σημείο διαφωνίας είναι $d = (d_H, d_I)$, όπου $d_H = 15.000€$ και $d_I = 10.000€$

Η γραφική απεικόνιση της ανωτέρω διαπραγμάτευσης εμφανίζεται στο κατωτέρω διάγραμμα:



Διάγραμμα 35 – Διαπραγμάτευση Σχολάρχης - Καθηγητή

Στο εν λόγω παίγνιο η συμφωνία συνεργασίας έχει **κοινή αξία** και δίνεται ως μια συνάρτηση του είδους συνεργασίας ($x=0$ ή $x=1$):

$$u_H + u_I = v_H(x) + t + v_I(x) - t = v_H(x) + v_I(x) \Rightarrow$$

$$u_H + u_I = 10.000 - 3.000x + 40.000 + 5.000x = 50.000 + 2.000x$$

Όπως προαναφέραμε **αποτελεσματική έκβαση** σ' ένα παίγνιο καλείται εκείνη η έκβαση που μεγιστοποιεί την **κοινή αξία** που δημιουργείται απ' αυτή. Έτσι, για τους δύο παίκτες αποτελεσματική είναι εκείνη η συμφωνία που μεγιστοποιεί την κοινή αξία.

Συνεπώς, αποτελεσματική συμφωνία και για τους δύο είναι η συμφωνία στο $x = 1$ (όπου προσλαμβάνεται ο ηθοποιός και του ανατίθενται αρμοδιότητες διδασκαλία και εκγύμνασης), όπου η κοινή αξία μεγιστοποιείται: $u_H + u_I = 52.000 \text{ €}$

Σημειώνεται ότι η κοινή αξία αν οι παίκτες καταλήξουν σε συμφωνία με $x = 0$ (όπου προσλαμβάνεται ο ηθοποιός αλλά του ανατίθενται μόνο αρμοδιότητες διδασκαλίας) είναι $u_H + u_I = 50.000 \text{ €}$,

ενώ η κοινή αξία αν δεν συμφωνήσουν είναι: $d_H + d_I = 15.000 + 10.000 = 25.000 \text{ €}$

Το **πλεόνασμα** (s) από την **αποτελεσματική συμφωνία** είναι:

$$s^* = u_H + u_I - d_H - d_I = 52.000 - 25.000 = 27.000 \text{ €}$$

Μέχρι αυτό το σημείο οι δύο παίκτες κατάφεραν από κοινού να προσδιορίσουν τις κοινές αξίες, δηλ. τις κοινές αποδόσεις που επιτυγχάνουν όταν συμφωνήσουν με $x=0$, με $x=1$ καθώς και σε περίπτωση διαφωνίας. Από αυτά τα αποτελέσματα προσδιορίστηκε η αποτελεσματική συμφωνία και βάσει αυτής το πλεόνασμα που από κοινού επιτυγχάνουν.

Απομένει να προσδιορίσουμε την **κατανομή** αυτού του πλεονάσματος μεταξύ των παικτών. Προτρέχουμε να επισημάνουμε ότι η κατανομή, τελικά, θα αφορά την μεταβιβαστική πληρωμή (t), δηλ. το μισθό του Ηθοποιού.

Το στοιχείο που καθορίζει τον τρόπο επιμερισμού του πλεονάσματος, είναι η **διαπραγματευτική ισχύς** των δύο παικτών.

Για την αξιολόγηση της διαπραγματευτικής ισχύος ενός παίκτη λαμβάνεται υπόψη ότι ο κάθε παίκτης μπορεί *μονομερώς* να επιτύχει την απόδοση βάσης (δηλ. την απόδοση που του προσδίδει το σημείο διαφωνίας). Έτσι, κανένας ορθολογικός παίκτης δεν θα δεχθεί μια συμφωνία που του παρέχει χαμηλότερη προσωπική απόδοση από εκείνη που μπορεί να επιτύχει μονομερώς μέσω του σημείου διαφωνίας.

Η **διαπραγματευτική ισχύς**, λοιπόν, είναι ένας συντελεστής βαρύτητας π που έχει κάθε παίκτης i, j σ' ένα διαπραγματευτικό παίγνιο δύο ατόμων, τέτοιος ώστε:

$$\pi_i, \pi_j \geq 0 \text{ και } \pi_i + \pi_j = 1$$

Ο συντελεστής βαρύτητας (ομοίως, η διαπραγματευτική ισχύς) ενός παίκτη καθορίζει το ποσοστό του πλεονάσματος που μπορεί να προσκτηθεί απ' αυτόν.

Έτσι, αν στο παράδειγμά μας υποθέσουμε ότι η διαπραγματευτική ισχύς του Ιδιοκτήτη του σχολείου είναι $\pi_I = \frac{2}{3}$ και του ηθοποιού είναι $\pi_H = \frac{1}{3}$, τότε η συνολική τελική απόδοση του ηθοποιού θα είναι: $u_H^* = d_H + \pi_H \cdot s^* = 15.000 + \frac{1}{3} 27.000 = 24.000 \text{ €}$, ενώ του ιδιοκτήτη είναι: $u_I^* = d_I + \pi_I \cdot s^* = 10.000 + \frac{2}{3} 27.000 = 28.000 \text{ €}$

Τονίζεται ότι ο συντελεστής βαρύτητας αφορά στο πλεόνασμα s και μόνο. Αυτό είναι αυτονόητο καθώς οι παίκτες δεν διαπραγματεύονται τις προσωπικές τους αποδόσεις αλλά το μερίδιό τους επί του πλεονάσματος που παράγει η από κοινού αποτελεσματική συμφωνία.

Συνεπώς, το ύψος της μεταβιβαστικής πληρωμής (t) βρίσκεται ως εξής:

$$\text{Από } u_H^* = 10.000 - 3.000 + t, \text{ και } u_H^* = 24.000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = 24.000 - 7.000 = 17.000 \text{ €}$$

Στο ίδιο αποτέλεσμα θα καταλήγαμε αν προσδιορίζαμε τη μεταβιβαστική πληρωμή από την βέλτιστη απόδοση του ιδιοκτήτη: $u_i^* = 28.000$ και $u_j^* = 40.000 + 5.000 - t$, άρα $t = 17.000\text{€}$.

Συνοπτικά, η επίλυση του διαπραγματευτικού προβλήματος του παραδείγματός μας υποδεικνύει ότι αφού οι παίκτες προσδιόρισαν τη συμφωνία που τους προσδίδει την μέγιστη κοινή απόδοση, κατόπιν βάσει της διαπραγματευτικής ισχύος του καθενός, επιμερίστηκαν το πλεόνασμα που παράγεται από την συμφωνία.

Ειδικότερα, η βέλτιστη επίλυση είναι η σύναψη σύμβασης μεταξύ ιδιοκτήτη και ηθοποιού, οι αρμοδιότητες του ηθοποιού θα σχετίζονται με τη διδασκαλία του μαθήματος της θεατρικής αγωγής και της εκγύμνασης της ομάδας θεάτρου του σχολείου, και οι ετήσιες απολαβές του θα είναι 17.000€.

4.3. Προσδιορισμός της Αξιωματικής Προσέγγισης του Nash

Η τυπική επίλυση ενός διαπραγματευτικού προβλήματος, όπως προαναφέρθηκε, παρουσιάστηκε από τον Nash¹¹⁷. Η απόδειξη στην πρωτότυπη εργασία περιλαμβάνει όλες εκείνες τις αναγκαίες προϋποθέσεις και τους περιορισμούς που την καθιστούν καθολικά ισχύουσα, υπό τις προϋποθέσεις και τους περιορισμούς αυτούς.

Για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας αρκεί να σταχυολογήσουμε¹¹⁸ από την ευφυή προσέγγιση του Nash, τα εξής τρία βήματα:

1. Υπολογίζουμε τη μέγιστη **κοινή αξία** (v^*) που αποκομίζουν οι δύο εμπλεκόμενοι (i, j) από την **αποτελεσματική** συμφωνία. Δηλ. προσδιορίζουμε την τιμή του x^* που μεγιστοποιεί τη συνάρτηση:

$$v^* = \max(v_i(x) + v_j(x))$$

Σημειώνεται ότι η κοινή αξία είναι η αθροιστική μη-μεταβιβάσιμη χρησιμότητα που αντλούν οι παίκτες από μια συγκεκριμένη συμφωνία (δηλ. από δεδομένη τιμή του x).

2. Στη αξιωματική (ή ομοίως τυπική) διαπραγματευτική λύση¹¹⁹, ο παίκτης i έχει βέλτιστο ατομικό όφελος (χρησιμότητα):

$u_i^* = d_i + \pi_i \cdot (v^* - d_i - d_j)$, όπου d_i , d_j οι αποδόσεις διαφωνίας για τον i και j αντίστοιχα, και π_i η διαπραγματευτική ισχύς του παίκτη i . Η παράσταση στην παρένθεση εκφράζει το **πλεόνασμα** (s^*) χρησιμότητας στην αποτελεσματική συμφωνία.

Επειδή το βέλτιστο ατομικό όφελος με τη μεταβιβαστική πληρωμή είναι: $u_i^* = v_i(x^*) + t$, συνεπάγεται, ότι η μεταβιβαστική πληρωμή (t) θα πρέπει να ικανοποιεί τη συνάρτηση:

$$d_i + \pi_i \cdot (v^* - d_i - d_j) = v_i(x^*) + t$$

Τα ακριβώς αντίστοιχα ισχύουν και για τον παίκτη j , με τη διαφορά ότι αυτός δεν καρπώνεται αλλά καταβάλλει τη μεταβιβαστική πληρωμή, και ως εκ τούτου:

$$d_j + \pi_j \cdot (v^* - d_i - d_j) = v_j(x^*) - t$$

Οι ανωτέρω δύο συναρτήσεις είναι ισοδύναμες, και επιπλέον, $\pi_i + \pi_j = 1$ με $\pi_i, \pi_j \geq 0$

¹¹⁷ Nash John (1950), σελ. 155-162

¹¹⁸ Watson (2013), σελ. 238

¹¹⁹ Nash Bargaining Solution, όπως αναφέρεται στη βιβλιογραφία προς τιμήν του Nash.

3. Λύνουμε μια από τις δύο ισοδύναμες συναρτήσεις και προσδιορίζουμε έτσι την μεταβιβαστική πληρωμή με την οποία επιτυγχάνεται ο επιμερισμός του πλεονάσματος από τη συμφωνία.

4.4. Η διαπραγμάτευση τύπου Ronald Coase

Η Τυπική Διαπραγματευτική Λύση του Nash ενέπνευσε τον, επίσης βραβευμένο με Nobel στις οικονομικές επιστήμες το 1991, **Ronald Coase** στο να υποστηρίξει¹²⁰ αυτό που τυπικά αναφέρεται ως το «Θεώρημα του Coase», σύμφωνα με το οποίο η εύρεση μιας συγκεκριμένης αποτελεσματικής συμφωνίας μεταξύ των μερών που συμμετέχουν στην διαπραγμάτευση μπορεί να επιτευχθεί ακολουθώντας διαφορετικές θεσμικές διευθετήσεις.

Το Θεώρημα του Coase -ή το επιχείρημα, όπως, μάλλον, καλύτερα το αναφέρει ο Mancur Olson¹²¹, μιας και στο μνημονεύομενο άρθρο του ο Coase ανέπτυξε με μερικά χαρακτηριστικά παραδείγματα τη σκέψη του- άσκησε μεγάλη επιρροή στους οικονομολόγους.

Ειδικότερα, το απόσταγμα της σκέψης του Coase σχετίζεται με τη λογική της δημιουργίας εκείνων των θεσμικών προϋποθέσεων που δίνουν κίνητρα στους ιδιώτες για να εμπλέκονται σε αμοιβαία επωφελείς συναλλαγές (διαπραγματεύσεις). Η σκέψη αυτή δημιουργούσε ρωγμές στην έως τότε κατισχύουσα θεωρία της εγγενούς αποτυχίας της αγοράς, που οφείλεται στην αδυναμία της να ενσωματώσει τις εξωτερικότητες (εξωτερικές οικονομίες-externalities). Πιο συγκεκριμένα, μέχρι τη δημοσίευση του εν λόγω άρθρου, η ακαδημαϊκή κοινότητα συνέκλινε στην άποψη ότι όσο σε μια οικονομία υπάρχουν εξωτερικότητες, όσο δηλ. οι δραστηριότητες επιχειρήσεων ή ατόμων επιφέρουν σε άλλους είτε κόστος είτε οφέλη για τα οποία δεν χρεώνονται ή δεν ανταμείβονται, η λογική της ελεύθερης λειτουργίας (της μη επέμβασης –laissez faire) της αγοράς, δεν μπορεί να οδηγήσει σε βέλτιστα κατά Pareto αποτελέσματα¹²². Με το άρθρο του αυτό ο Coase, προσδιόρισε δύο προϋποθέσεις οι οποίες εφόσον πληρούνταν, θα επέτρεπαν σ' αυτές τις εξωτερικότητες να εσωτερικοποιηθούν από τους ιδιώτες μέσα από μια αμοιβαία επωφελή και κοινωνικά αποτελεσματική διμερή διαπραγμάτευση.

Οι βασικές προϋποθέσεις που καθόρισε ο Coase είναι: (α) τα ασφαλή και επακριβώς καθορισμένα ιδιοκτησιακά δικαιώματα για όλους, και (β) η αμερόληπτη επιβολή των συμβολαίων. Υπό αυτές τις προϋποθέσεις μειώνονται τα συναλλακτικά κόστη των ιδιωτών και εφόσον αυτά μειώνονται, τα άτομα έχουν κίνητρο να διαπραγματεύονται ώστε να μεγιστοποιήσουν τα κοινά τους κέρδη¹²³.

Ας δούμε, όμως, ένα από τα χαρακτηριστικά παραδείγματα που χρησιμοποίησε ο Coase στο εν λόγω άρθρο, με τις αναγκαίες τροποποιήσεις που εξυπηρετούν την ανάγκη της παρουσιάσής μας.

Ένας Εκτροφέας (Ε) βοοειδών και ένας Καλλιεργητής (Κ) φυτειών καλαμποκιού έχουν γειτονικά αγροκτήματα. Τα συνορεύοντα αγροκτήματα δεν έχουν περίφραξη και έτσι τα βοοειδή του εκτροφέα εισέρχονται στο αγρόκτημα του καλλιεργητή και καταστρέφουν ένα μέρος της φυτείας του. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ο καλλιεργητής να έχει μηνιαίες απώλειες 300€.

¹²⁰ Coase R., The Problem of Social Cost, Journal of Law and Economics 3 (1960): 1–44.

¹²¹ Olson Mancur, «Εξουσία και Ευημερία», εκδόσεις Παπαζήση, Αθήνα, 2003, σελ. 77-85.

¹²² Olson M. ό.π. σελ. 75

¹²³ Olson M. ό.π. σελ. 10

Η μηνιαία παραγόμενη αξία του εκτροφέα είναι 1.000€, και του καλλιεργητή 500€ (παρά τις απώλειες από την ζημία που υφίσταται).

Το κτίσιμο ενός ενδιάμεσου φράκτη και η συντήρησή του έχουν κόστος 100€ ανά μήνα, αλλά εφόσον κτισθεί θα αποτραπεί οριστικά και αποτελεσματικά η είσοδος των βοοειδών στη φυτεία του καλλιεργητή. Για διάφορους κατασκευαστικούς λόγους, ο φράκτης μπορεί να κτισθεί και να συντηρηθεί μόνο από τον εκτροφέα.

Σύμφωνα με όσα έχουμε αναφέρει, η **κοινή αξία της μη-συμφωνίας** (όταν δηλαδή δεν συμφωνήσουν οι δύο πλευρές στην κατασκευή του φράκτη) είναι $d = d_E + d_K = 1000 + 500 = 1500€$ ανά μήνα.

Ο φράκτης, όπως αναφέρθηκε, έχει κόστος κατασκευής και συντήρησης 100€ ανά μήνα, αλλά αυξάνει την μηνιαία παραγόμενη αξία του καλλιεργητή κατά 300€ (μιας και δεν θα υφίσταται πλέον τις απώλειες από τις καταστροφές). Έτσι, η **κοινή αξία της συμφωνίας** (όταν δηλαδή συμφωνήσουν να κατασκευαστεί ο φράκτης) είναι $v = v_E + v_K = 1.000 - 100 + 500 + 300 = 1.700€$.

Συνεπώς, χωρίς την ύπαρξη μεταβιβαστικών πληρωμών, η κοινή αξία της συμφωνίας υπερβαίνει την κοινή αξία της διαφωνίας και έτσι είναι «κοινωνικά βέλτιστο» το να κτισθεί ο φράκτης. Βέβαια, εφόσον δεν υπάρχουν μεταβιβαστικές πληρωμές, ο εκτροφέας στην κοινωνικά βέλτιστη συμφωνία αντιμετωπίζει μια μείωση της προσωπικής του απόδοσης κατά 100€ που οφείλεται στην κατασκευή και τη συντήρηση του φράκτη, ενώ ο καλλιεργητής έχει αύξηση της προσωπικής του απόδοσης κατά 300€.

Μια νομική ερώτηση που απορρέει από καταστάσεις όπως αυτές του παραδείγματος, είναι: Τι είδους νομικού κανόνα ή κανονιστικής ρύθμισης ενδείκνυται να θεσπιστεί προκειμένου να διασφαλιστεί η κοινωνικά αποτελεσματικότερη έκβαση;

Ο Coase, στο περίφημο άρθρο του, απάντησε:

Ένα ενδεχόμενο είναι η θέσπιση ενός κανόνα που θα δίνει το δικαίωμα στον καλλιεργητή να χρησιμοποιεί τη γη του χωρίς εξωτερικές παραβιάσεις, έτσι ώστε οποιαδήποτε παραβίαση από τα ζώα του εκτροφέα να τιμωρείται με το ανάλογο χρηματικό ποσό.

Ένας εναλλακτικός κανόνας είναι να δοθεί στον εκτροφέα το δικαίωμα να αφήνει τα ζώα του να περιφέρονται πέρα από τα όρια του δικού του κτήματος, έτσι ώστε να βόσκουν στο αγρόκτημα του καλλιεργητή χωρίς αυτό να τιμωρείται από το νόμο.

Ο Coase υποστηρίζει ότι σημασία δεν έχει ποιον από τους δύο κανόνες θα υιοθετήσουμε. Εκείνο που έχει σημασία είναι ο επακριβής καθορισμός των ιδιοκτησιακών δικαιωμάτων των εμπλεκόμενων μερών.

Έστω, λοιπόν, ότι ο νόμος επιτρέπει στον εκτροφέα ένα ευρύτερο δικαίωμα λόγω της σημασίας των βοοειδών (σε μια π.χ. κτηνοτροφικά προσανατολισμένη κοινωνία), έτσι ώστε να μην τιμωρείται όταν τα ζώα του εισέρχονται στο αγρόκτημα του καλλιεργητή. Επειδή αυτός ο κανόνας δημιουργεί μια μη κοινωνικά αποδοτική έκβαση (δηλ. η κοινή αξία που επιτυγχάνεται έτσι είναι μικρότερη εκείνης που θα μπορούσε να επιτευχθεί), τα δύο μέρη έχουν κίνητρο να υπογράψουν μια σύμβαση που θα ωθήσει τον εκτροφέα να κτίσει και να συντηρεί τον φράκτη. Η σύμβαση μπορεί να προβλέπει μια νομισματική μεταφορά (t) από τον καλλιεργητή στον εκτροφέα έτσι ώστε από την συμφωνία να προκύπτουν, πέραν της βέλτιστης κοινής αξίας, καλύτερες προσωπικές αποδόσεις για καθέναν από τους δύο εμπλεκόμενους σε σχέση μ' αυτές που ο νόμος με τη ρύθμισή του καθορίζει.

Έτσι, λοιπόν, ενώ η οικεία νομοθετική διατύπωση καθορίζει κοινή αξία $d = d_E + d_K = 1000 + 500 = 1500€$, το συμβόλαιο που μόλις περιγράφηκε θα επέτρεπε στους εμπλεκόμενους να έχουν τις εξής προσωπικές αποδόσεις: Για τον εκτροφέα, $u_E = 900 + t$

και για τον καλλιεργητή $u_K = 800 - t$, ενώ η κοινή αξία που απορρέει από ένα τέτοιο συμβόλαιο είναι: $v^* = v_E + v_K = 1700\text{€}$

Αν υποθέσουμε ότι τα δύο μέρη έχουν ίση διαπραγματευτική ισχύ ($\pi_E = \pi_K = \frac{1}{2}$) τότε:

$$800 - t = d_K + \pi_K s^* \Rightarrow^{124} 800 - t = 500 + \frac{1}{2} 200 \Rightarrow t = 200$$

Άρα, αν το συμβόλαιο προβλέπει να κτιστεί και να συντηρείται ο φράκτης από τον εκτροφέα και σε αντάλλαγμα ο καλλιεργητής θα καταβάλει μηνιαίως 200€ στον εκτροφέα, τότε ο μεν εκτροφέας θα έχει προσωπική απόδοση $u_E = 900 + 200 = 1100\text{€}$ και ο καλλιεργητής $u_K = 800 - t = 800 - 200 = 600\text{€}$. Έτσι, αφενός επιτυγχάνεται η βέλτιστη κοινή αξία και αφετέρου οι προσωπικές αποδόσεις και των δύο βελτιώνονται τόσο σε σχέση με τις προκύπτουσες από τη νομοθεσία αποδόσεις όσο και σε σχέση με τις προσωπικές αποδόσεις σε περίπτωση μη-συμφωνίας για το κτίσιμο του φράκτη.

Συνεχίζοντας με το παράδειγμα του Coase, ας υποθέσουμε ότι ο κανόνας δίνει στον καλλιεργητή ένα αυστηρό δικαίωμα ιδιοκτησίας, ώστε ο εκτροφέας να τιμωρείται όταν τα βοοειδή παραβιάζουν το αγρόκτημα του καλλιεργητή. Σ' αυτή την περίπτωση και με την απουσία οποιουδήποτε συμβολαίου, ο εκτροφέας θα διαπιστώσει ότι είναι προς το συμφέρον του να κτίσει και να συντηρεί τον φράκτη για να μην εισέρχονται τα ζώα του στο αγρόκτημα του καλλιεργητή, ώστε ο ίδιος να μην τιμωρείται από τις παραβιάσεις της ιδιοκτησίας του γείτονά του. Η απόδοση σ' αυτή την περίπτωση θα είναι $u_E = 1000 - 100 = 900\text{€}$ για τον εκτροφέα και για τον καλλιεργητή $u_K = 500 + 300 = 800$ (αφού πλέον δεν θα υφίσταται καταστροφές).

Τα δύο μέρη θα μπορούσαν να υπογράψουν σχετικό συμβόλαιο, αλλά το εκ του νόμου εκπορευόμενο κίνητρο είναι ήδη αρκούντως αποτελεσματικό.

Το συμπέρασμα του R. Coase είναι ότι με κατάλληλα καθορισμένα **δικαιώματα ιδιοκτησίας** και με **αποτελεσματικές συμβάσεις** -που μειώνουν το κόστος συναλλαγών και υποστηρίζονται από μηχανισμούς που εγγυώνται την τήρησή τους (δηλ. επιβάλλονται αποτελεσματικά)- το αποδοτικότερο αποτέλεσμα πάντοτε θα επιτυγχάνεται¹²⁵.

Ένα παράπλευρο συμπέρασμα που απορρέει ευθέως από την επιχειρηματολογία του Coase είναι ότι η ειδικότερη προτίμηση του νομοθέτη (η «κλίση» του νομοθετικού πλαισίου) προς τη μια ή την άλλη κατεύθυνση ρύθμισης ενός θέματος **δεν έχει επίδραση στο μέγεθος της κοινής αξίας, αλλά μόνο στη διανομή της**.

Ακόμα όμως κι αν η νομοθετική ρύθμιση θεσπίζει μια αναποτελεσματική διανομή, τελικώς, η αποτελεσματική κατανομή του πλεονάσματος μπορεί να γίνει από την αγορά, εφόσον τηρούνται οι προαναφερόμενες δύο προϋποθέσεις. Εν τέλει, «[Η] αποτελεσματική κατανομή των πόρων-δικαιωμάτων από την αγορά (από τα ίδια τα άτομα δηλαδή), έχει μεγαλύτερη ισχύ από τη θεσμική κατανομή τους από τα όργανα του κράτους»¹²⁶

¹²⁴ Όπου s^* είναι το **πλεόνασμα**, δηλ. $s^* = v^* - d = 1700 - 1500 = 200\text{€}$

¹²⁵ Κατά τον καθηγητή Π. Γέμτο, το πόρισμα του Coase «είναι σχετικά απλό: για να επιτευχθεί άριστη κατανομή των πόρων σε ένα κόσμο μηδενικών (ή χαμηλών) συναλλακτικών εξόδων είναι αρκετό να εξειδικευθούν επαρκώς τα δικαιώματα των μερών και να αναπτυχθούν αγορές που επιτρέπουν εκούσιες συναλλαγές (αυξητικές της ευημερίας κατά το κριτήριο Pareto)», **Γέμτος Π. (2015)**, σελ. 132

¹²⁶ **Χατζής Αριστείδης**, «Το Δίκαιο ως εργαλείο μείωσης του κόστους των συναλλαγών. Το θεώρημα του Coase και η οικονομική ανάλυση του Δικαίου», Πρακτικά 2^{ου} Πανελληνίου Επιστημονικού Συνεδρίου Νομικής Τεκμηρίωσης Κοινωνικοοικονομικών θεμάτων, επιμ. Πόλη Καλαμπούκα-Γιαννοπούλου, Καβάλα, Απρίλιος 2011, σελ. 37.

Αυτά τα συμπεράσματα έγιναν ο ακρογωνιαίος λίθος της Σχολής Πολιτικής Οικονομίας του Σικάγο («Chicago School») και γενικότερα της φιλελεύθερης πολιτικής ιδεολογίας, και παράλληλα προκάλεσαν πληθώρα σκέψεων και δρομολόγησαν αλλαγές στη δομή και τη λειτουργία των νομικών, πολιτικών και δικαστικών συστημάτων παγκοσμίως.

Κατά την άποψη του J. Watson¹²⁷, η ουσία του συμπεράσματος του R. Coase έχει να κάνει λιγότερο με τον καθορισμό των δικαιωμάτων ιδιοκτησίας και περισσότερο με την πληροφόρηση, την ελευθερία σύναψης συμβάσεων και την εδραίωση αξιόπιστων και οικονομικών (με την έννοια του χαμηλού κόστους πρόσβασης) συστημάτων εξωτερικής επιβολής των συμφωνηθέντων.

Αν το σύστημα αυτό, έχει σαφώς καθορισμένους και προβλέψιμους πάγιους κανόνες, τότε ενδεχομένως τα μέρη να αντιλαμβάνονται από κοινού τα πεδία διαφωνίας τους. Μ' ένα αξιόπιστο σύστημα επιβολής των συμφωνηθέντων, τα μέρη θα είναι σε θέση να διαπραγματευθούν σε κοινά αποδοτικότερες εκβάσεις.

Βέβαια, όπως τονίζει ο Coase, το υψηλό συναλλακτικό κόστος (κόστος διαπραγμάτευσης) εμποδίζει τη σύναψη συμφωνιών μεταξύ των εμπλεκόμενων και εν τέλει την αποτελεσματική έκβαση και άρα την αποδοτικότερη χρήση των διαθέσιμων πόρων. Κατά μια φιλελεύθερη άποψη¹²⁸ η αποδοτικότερη χρήση των πόρων μπορεί να επιτευχθεί αν ο νομοθέτης ή τα δικαστήρια μιμηθούν (με θεσμικούς όρους) την αγορά, επιλέγοντας την κατανομή που οδηγεί τα αγαθά σ' εκείνους που λαμβάνουν απ' αυτά μεγαλύτερη χρησιμότητα.

Η σκέψη του Coase δεν αξιολογεί το ενδεχόμενο τα μέρη να έχουν δυσκολίες στο να διαπραγματευτούν αποτελεσματικά, τόσο στη θεωρία όσο και στην πράξη. Με άλλα λόγια, δεν είναι εύκολο πάντα τα συναλλασσόμενα μέρη να είναι σε θέση να προσδιορίσουν με ακρίβεια τις κοινές ή προσωπικές τους μελλοντικές αποδόσεις, και βάσει αυτών να κινητοποιούνται για να τις επιδιώξουν. Ένα θέμα λοιπόν είναι ότι σε πραγματικές συνθήκες, το default αποτέλεσμα (αυτό που προκύπτει από τη μη-συμφωνία –μη-σύναψη σύμβασης) έχει τη δυναμική της αυτοεπιβολής. Ακόμα όμως κι αν το default αποτέλεσμα έχει κάποιες εμφανείς πτυχές που επιδέχονται βελτίωσης, με τη σύμπραξη και τη συνεργασία των δύο μερών, όταν υπάρχουν πολλοί τρόποι για την επίτευξή της δεν είναι σίγουρο ότι θα διαπραγματευτούν προς ένα αποδοτικότερο αποτέλεσμα. Τέλος, όπως επισημαίνει ο Watson, η θεωρία των διαπραγματεύσεων γίνεται αρκετά περίπλοκη όταν σ' αυτές εμπλέκονται περισσότεροι από δύο παίκτες.

4.5. Διαπραγμάτευση σε παίγνιο με ανελαστική προσφορά.

Το παίγνιο της ανελαστικής προφοράς (Προσφορά Τελεσίγραφο ή Take-it-or-Leave-it), είναι το πιο απλό μοντέλο διαπραγμάτευσης.

Στο παράδειγμα που είδαμε με την πένα **CERRUTI**, ο πωλητής καθόριζε μια τιμή και ο αγοραστής είτε την αποδεχόταν (και έπαιρνε στην κατοχή του την πένα) είτε την απέρριπτε (και η συναλλαγή δεν τελεσφορούσε), και το παίγνιο ολοκληρωνόταν.

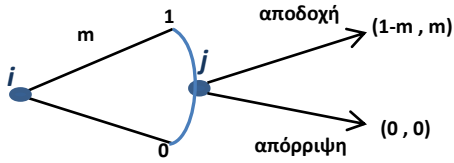
Επειδή η πένα άξιζε 100€ για τον αγοραστή και δεν είχε καμία αξία για τον πωλητή, αυτή η εμπορική πράξη δημιουργούσε ένα πλεόνασμα (surplus) 100€. Η τιμή, λοιπόν, που επιλέγει ο πωλητής καθορίζει το πως αυτό το πλεόνασμα διανέμεται μεταξύ αγοραστή και πωλητή. Αυτό σημαίνει ότι η τιμή περιγράφει τους όρους της εμπορικής πράξης.

¹²⁷ Watson J. (2013), σελ. 239-240

¹²⁸ Γέμος Π. (2015) σελ. 132, όπου αναφέρεται η προτεινόμενη από τον R. Posner λύση στο πρόβλημα της παρεμπόδισης επίτευξης συμφωνιών λόγω των υψηλών συναλλακτικών εξόδων.

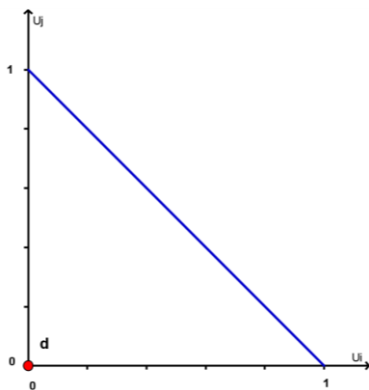
Από την επίλυση αυτού του παιγνίου είδαμε ότι υπάρχει μια τέλεια ισορροπία Nash (SPE) στην τιμή των 100€, κάτι που σημαίνει ότι ο πωλητής λαμβάνει το σύνολο του πλεονάσματος. Αυτή, όπως δείχθηκε, είναι και η μοναδική ευσταθής ισορροπία.

Ένα παίγνιο Take-it-or-Leave-it παρουσιάζεται σε εκτεταμένη μορφή ως εξής:



Όπου:
 i, j : τα συναλλασσόμενα μέρη,
 m : η καθοριζόμενη τιμή από τον προτείνοντα,
 με $m \in [0,1]$

Διάγραμμα 36-Διαπραγμάτευση σε ανελαστική προσφορά. Παρουσίαση σε εκτεταμένη μορφή



Παραπλεύρως παρουσιάζεται η γραφική απεικόνιση της διαπραγμάτευσης τύπου Take-it-or-Leave-it γενικής μορφής.

Η ευθεία προσδιορίζει το σύνολο διαπραγμάτευσης, ενώ το σημείο $d = (0,0)$ είναι το σημείο διαφωνίας (disagreement point).

Διάγραμμα 37

Υπό αυτή τη γενική μορφή, το παίγνιο έχει άπειρο αριθμό υποπαιγνίων. Κάθε κόμβος απόφασης για τον παίκτη j , στον οποίο απευθύνεται η προσφορά¹²⁹, είναι γεννήτορας υποπαιγνίου.

Αυτό είναι προφανές επειδή ο παίκτης j παρατηρεί («ακούει») μια συγκεκριμένη προσφορά που του απευθύνει ο παίκτης i . Άρα, όλα τα σύνολα πληροφόρησης αποτελούνται από μονομελείς κόμβους.

Παίρνουμε λοιπόν ένα από αυτά τα υποπαιγνία, έστω, εκείνο που εκκινεί μετά την προσφορά m (με $m > 0$) του παίκτη i .

Αν ο παίκτης j αποδεχτεί την πρόταση, επιτυγχάνει απόδοση m , ενώ αν την απορρίψει η απόδοσή του είναι μηδενική. Έτσι, η βέλτιστη απόκριση του j είναι να δεχθεί την προσφορά (εφόσον, βέβαια, δεν υπερβαίνει το άνω όριο του πεδίου στο οποίο λαμβάνει τιμές το m). Μόνο όταν $m = 0$, υπάρχει το ενδεχόμενο η απόρριψη της προσφοράς να είναι βέλτιστη απόκριση για τον j , επειδή στην περίπτωση αυτή ο παίκτης είναι αδιάφορος μεταξύ των δύο εναλλακτικών.

Συνεπώς, το ανωτέρω σκεπτικό υποδεικνύει ότι ο παίκτης j έχει μόνο δύο διαδοχικώς ορθολογικές στρατηγικές:

s_j^* : αποδέχεται κάθε προσφορά που θα του απευθύνει ο i

¹²⁹ Επισημαίνεται ότι την προσφορά μπορεί να την απευθύνει ο πωλητής στον αγοραστή, όπως στο παράδειγμα με την πένα, αλλά δεν αποκλείεται να ισχύει και το αντίθετο, δηλ. ο αγοραστής να απευθύνει προσφορά τέτοιου τύπου στον πωλητή.

\hat{s}_j : αποδέχεται κάθε προσφορά για $m > 0$ και απορρίπτει την προσφορά για $m = 0$.

Αυτές είναι οι μόνες στρατηγικές που προσδιορίζουν μια ισορροπία Nash για κάθε proper υποπαίγνιο. Έχοντας προσδιορίσει τις διαδοχικώς ορθολογικές στρατηγικές του παίκτη j προσπαθούμε να προσδιορίσουμε το SPE του παιγνίου:

Το προφίλ ισορροπίας λοιπόν θα περιέχει είτε τη στρατηγική s_j^* είτε την \hat{s}_j , από την πλευρά του παίκτη j .

Όταν ο παίκτης i επιλέξει στρατηγική $m = 0$ και ο παίκτης j επιλέξει s_j^* , το προφίλ $(0, s_j^*)$ είναι ισορροπία Nash. Και αυτό επειδή ο παίκτης i δεν έχει κίνητρο να αποκλίνει μονομερώς με δεδομένο ότι λαμβάνει το σύνολο του πλεονάσματος ($1 - m = 1 - 0 = 1$) που δημιουργείται από τη συμφωνία.

Ο παίκτης i δεν έχει σαφώς καθορισμένη βέλτιστη απόκριση στη στρατηγική \hat{s}_j και συνεπώς δεν μπορεί να υπάρξει ισορροπία Nash. Ειδικότερα, αν ο i επιλέξει $m > 0$ λαμβάνει απόδοση $1 - m$, με δεδομένη την απόκριση του j . Έτσι, ο παίκτης i επιθυμεί να επιλέξει όσο το δυνατόν μικρότερο m . Αλλά για $m = 0$ λαμβάνει απόδοση μηδέν, με δεδομένη την στρατηγική \hat{s}_j του παίκτη j .

Από τα ανωτέρω, συνάγεται με σαφήνεια ότι υπάρχει ένα μοναδικό προφίλ τέλειας ισορροπίας (SPE) στο παίγνιο της Ανελαστικής Διαπραγμάτευσης:

Ο παίκτης i επιλέγει $m = 0$ και ο παίκτης j επιλέγει s_j^* (δηλαδή, αποδέχεται κάθε προσφορά του παίκτη i). Αυτή η ισορροπία δίνει απόδοση 1 στον παίκτη i και μηδέν στον παίκτη j . Το αποτέλεσμα ισορροπίας είναι αποδοτικό επειδή τα μέλη αναγνωρίζουν τα οφέλη της συναλλαγής και η κοινή αξία μεγιστοποιείται.

Το Ανελαστικό Παίγνιο Διαπραγμάτευσης (παίγνιο Take-it-or-Leave-it) καταδεικνύει τη διαπραγματευτική ισχύ που έχει ο συναλλασσόμενος όταν βρίσκεται σε θέση να απευθύνει μια προσφορά τύπου take-it-or-leave-it. Σε όρους Nash Bargaining Solution του διαπραγματευτικού προβλήματος, ο παίκτης αυτός έχει $\pi_i = 1$ (όπου, π_i ο συντελεστής βαρύτητας του παίκτη i).

Όπως σχολιάζει ο Watson¹³⁰ σ' ένα παίγνιο ανελαστικής διαπραγμάτευσης η προσφορά μηδέν ($m = 0$) στον παίκτη j σε κάποιους φαίνεται ότι είναι ακραία και ενδεχομένως επικίνδυνη. Ίσως ο παίκτης i θα μπορούσε να προσφέρει στον j ένα έστω πολύ μικρό ποσό. Ενστικτωδώς, ίσως, να έλεγε κάποιος ότι αυτό είναι και το πρέπον. Παρόλα αυτά, οτιδήποτε χρειάζεται να λάβει ο παίκτης j προκειμένου να κάνει δεκτή την προσφορά, υποτίθεται ότι ενσωματώνεται στην απόδοση αυτή. Γι' αυτό η προσφορά μηδέν αντιπροσωπεύει το αντάλλαγμα που ο παίκτης j απαιτεί προκειμένου η στρατηγική της αποδοχής να υπερισχύει της απόρριψης.

Αν αυτό δεν γίνεται απολύτως κατανοητό, ο παιγνιοθεωρητικός μάς προτρέπει να έχουμε στο νου μας ότι το m τείνει στο μηδέν, ή αν μιλάμε για νομισματικές μονάδες, το m ισούται με την ελάχιστη πραγματική υποδιαίρεση της νομισματικής μονάδας, π.χ. ένα λεπτό του ευρώ. Άρα, το ένα λεπτό του ευρώ αντιπροσωπεύει την τέλεια ισορροπία Nash (SPE) για κάθε υποπαίγνιο του εν λόγω παιγνίου.

¹³⁰ Watson (2013), σελ. 246

4.6. Παιγνιο δύο περιόδων με εναλλασσόμενες προσφορές-Συντελεστής προεξόφλησης.

Το παίγνιο της ανελαστικής προσφοράς είναι διδακτικό και εφαρμόσιμο, αλλά είναι για πολύ εξειδικευμένες περιπτώσεις. Η διαπραγμάτευση, γενικά, ακολουθεί στην πραγματικότητα μια περισσότερο περίπλοκη διαδικασία.

Ο νοητικός συνειρμός που συνδέεται με τον όρο «διαπραγμάτευση» είναι μια διαδικασία πολλαπλών προσφορών και αντιπροσφορών μεταξύ των συναλλασσόμενων μερών. Τα διαπραγματευόμενα μέρη εναλλάσσουν προσφορές μέχρι κάποιο απ' αυτά να δεχθεί την προσφορά του άλλου. Αυτή η ανταλλαγή προσφορών δεν είναι στιγμιαία. Η διαπραγμάτευση απαιτεί χρόνο. Το ένα μέρος απευθύνει μια προσφορά, η οποία αξιολογείται από το άλλο μέρος, το οποίο με τη σειρά του απευθύνει μια αντιπροσφορά στο πρώτο, το οποίο την αξιολογεί κ.ο.κ. Αυτή η διαδικασία απαιτεί χρόνο, και ο χρόνος ωρίμανσης μιας διαπραγμάτευσης απαιτεί υπομονή από τα συναλλασσόμενα μέρη. Χαρακτηριστικό παράδειγμα διαπραγμάτευσης είναι η αγοροπωλησία ενός διαμερίσματος.

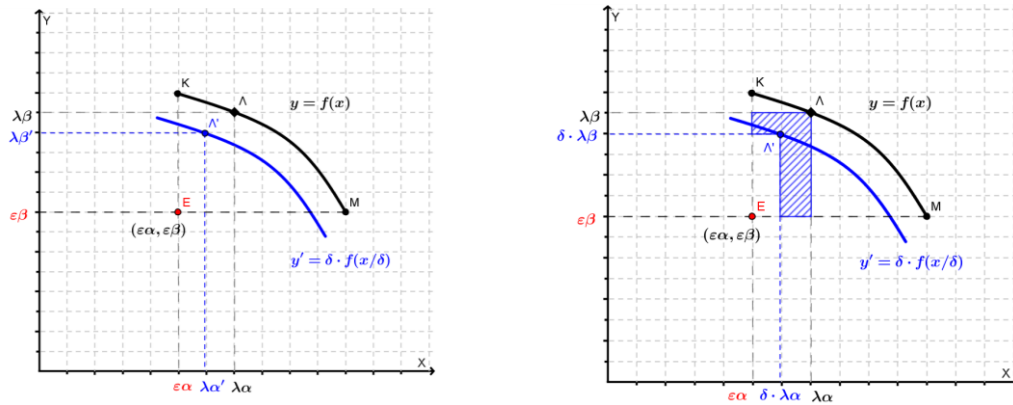
Ακούγεται πειστική η άποψη ότι ο υπομονετικός διαπραγματευτής είναι πιθανό να κερδίσει ένα μεγαλύτερο μερίδιο του πλεονάσματος απ' αυτό που κερδίζει ο ανυπόμονος διαπραγματευτής. Αν υποθεθεί ότι η ανυπόμονη συμπεριφορά δεν είναι ένα αντανάκλαστικό της ανθρώπινης υπόστασης, μια ψυχολογική – παρορμητική κατάσταση, αλλά μια νοητική, αυστηρώς οικονομική, ορθολογική διαδικασία που σχετίζεται με τον τρόπο που ο κάθε άνθρωπος προεξοφλεί τις μελλοντικές καταστάσεις, τότε ο υπομονετικός εκτιμά ότι η σημερινή αξία ενός μελλοντικού εισοδήματος ισούται με τη μελλοντική αξία του ίδιου εισοδήματος. Δηλαδή, ο **συντελεστής προεξόφλησης** για αυτό το άτομο έχει μια υποκειμενική τιμή ίση με τη μονάδα. Έτσι, για τον υπομονετικά συμπεριφερόμενο δρώντα η τιμή της εκτιμώμενης σημερινής χρησιμότητας που προσλαμβάνει από μια εμπορική ενέργεια (αγορά/πώληση αγαθού/υπηρεσίας), δεν μεταβάλλεται με την πάροδο ενός εύλογου χρονικού διαστήματος. Άρα, η συμφωνία είτε γίνει σήμερα, είτε στο μέλλον (στο εύλογο αυτό χρονικό διάστημα) αυτός θα προσλάβει την ίδια αξία χρησιμότητας, την οποία και απαιτεί, είτε σήμερα είτε στο μέλλον. Αντίθετα, ο ανυπόμονος είναι διατεθειμένος να μειώσει την απαιτούμενη χρησιμότητά του προκειμένου να καταλήξει σε μια συμφωνία σήμερα, παρά να παρατείνει την επίτευξή της για το μέλλον.

Μαθηματικά, ο **συντελεστής προεξόφλησης** δ_i για έναν παίκτη i είναι ένας αριθμός που χρησιμοποιείται για να απομειώσει μια απόδοση που λαμβάνεται αύριο, ώστε να δύναται να γίνει συγκρίσιμη με μια απόδοση που λαμβάνεται σήμερα.

Έτσι, αν x είναι η αξία ενός μελλοντικού εισοδήματος, και y η σημερινή αξία αυτού του εισοδήματος, τότε $y = \delta_i \cdot x$, με $\delta_i \in [0, 1]$ (και άρα, $y \leq x$).

Δηλαδή, δ_i είναι ένας συντελεστής με τον οποίο μειώνεται κάθε απόδοση που πρόκειται να προσκτηθεί σε επόμενη χρονική περίοδο, προκειμένου να γίνει συγκρίσιμη με την απόδοση της τρέχουσας περιόδου. Ο συντελεστής λαμβάνει τιμές στο διάστημα $[0, 1]$, με τις μεγαλύτερες τιμές να αντιστοιχούν σε μεγαλύτερη υπομονή.

Στο παράδειγμα της διαπραγμάτευσης για την εμπορική συμφωνία μεταξύ των δύο επιχειρήσεων που αναπτύχθηκε σε προηγούμενες ενότητες, είχαμε αναφέρει ότι το τμήμα ΚΜ αποτελεί το σύνολο των **αποτελεσματικών εκβάσεων διαπραγμάτευσης** για το εν λόγω παίγνιο, καθώς η **κοινή αξία** μεγιστοποιείται σε κάθε σημείο του τόξου ΚΜ. Επιπλέον, υποθέτοντας ότι η τελική έκβαση της διαπραγμάτευσης είναι στο σημείο Λ, προσδιορίσαμε το πλεόνασμα της συμφωνίας το οποίο είναι: $\lambda_\alpha - \varepsilon_\alpha + \lambda_\beta - \varepsilon_\beta$.



Διάγραμμα 38

Υποθέτουμε, τώρα, ότι η συμφωνία δεν επέρχεται στην αρχή της διαπραγματευτικής διαδικασίας, αλλά μετά από ικανό χρονικό διάστημα ώστε να απομειωθεί η χρησιμότητα που θα λάβουν οι επιχειρήσεις σε σχέση με αυτή που θα λάμβαναν εφόσον κατέληγαν εξ' αρχής (πριν την πάροδο αυτού του διαστήματος) σε συμφωνία. Αυτή η απομείωση απεικονίζεται με τη νοτιοδυτική μετατόπιση του τόξου KM. Η «κλίση» του τόξου εξαρτάται από τους σχετικούς συντελεστές προεξόφλησης που έχει η κάθε επιχείρηση. Στο ανωτέρω γράφημα υποθέσαμε ίσους συντελεστές προεξόφλησης (δ) και έτσι έχουμε μια «παράλληλη» μετατόπιση της καμπύλης προς τα κάτω. Εκείνο που έχει αξία να επισημάνουμε είναι ότι αν μπορούσαν εξαρχής οι επιχειρήσεις να καταλήξουν σε συμφωνία στο σημείο Λ, αλλά για κάποιους λόγους καθυστέρησαν την επίτευξή της, μετά την πάροδο του χρονικού διαστήματος που υποθέσαμε, το νέο σημείο ισορροπίας Λ' ($\lambda'_{\alpha}, \lambda'_{\beta}$), το οποίο διατηρεί την αναλογία επιμερισμού του πλεονάσματος που παρείχε το Λ, αποφέρει μειωμένη χρησιμότητα και στις δύο επιχειρήσεις. Έτσι, αν η πρώτη επιχείρηση στο σημείο Λ λάμβανε απόδοση λ_{α} , στο νέο σημείο ισορροπίας Λ' λαμβάνει απόδοση $\delta \cdot \lambda_{\alpha}$ με $\delta \in (0,1)$. Πλέον, το πλεόνασμα της συμφωνίας είναι:

$$\delta \cdot \lambda_{\alpha} - \varepsilon_{\alpha} + \delta \cdot \lambda_{\beta} - \varepsilon_{\beta} < \lambda_{\alpha} - \varepsilon_{\alpha} + \lambda_{\beta} - \varepsilon_{\beta}$$

Η απώλεια πλεονάσματος απεικονίζεται το γραμμοσκιασμένο πολύγωνο.

Παράδειγμα:

Έστω ένα παίγνιο δύο περιόδων με εναλλασσόμενες προσφορές διαπραγμάτευσης. Το παίγνιο ξεκινά την πρώτη περίοδο στην οποία ο παίκτης A κάνει μια προσφορά m_1 . Ο παίκτης B, αφού παρατηρήσει την προσφορά, αποφασίζει αν θα τη δεχθεί ή θα την απορρίψει. Αν η προσφορά γίνει αποδεκτή, το παίγνιο τελειώνει με τον παίκτη A να λαμβάνει απόδοση $1 - m_1$ και τον παίκτη B να λαμβάνει απόδοση m_1 .

Αν ο παίκτης B απορρίψει την προσφορά, τότε η αλληλεπίδραση συνεχίζεται στη δεύτερη περίοδο με τους ρόλους να αντιστρέφονται. Ο παίκτης B κάνει μια αντιπροσφορά m_2 , την οποία ο παίκτης A είτε την αποδέχεται είτε την απορρίπτει.

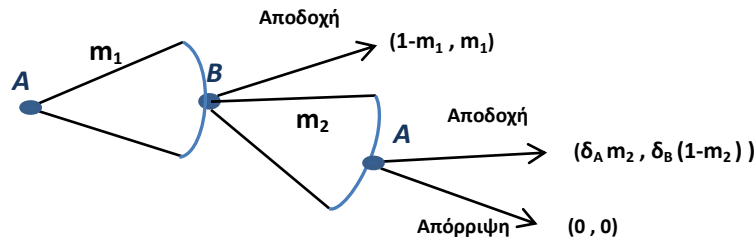
Θεωρούμε ότι αν η αρχική προσφορά (m_1) απορριφθεί, παρέρχεται ικανός χρόνος (εύλογος χρόνος) πριν ο παίκτης B απευθύνει την αντιπροσφορά του.

Λόγω της παρόδου του (εύλογου) χρόνου, για να είναι συγκρίσιμες οι αποδόσεις που λαμβάνουν οι παίκτες στην πρώτη περίοδο με αυτές που λαμβάνουν στη δεύτερη, πολλαπλασιάζουμε τις τελευταίες με τους συντελεστές προεξόφλησης των παικτών.

Πιο συγκεκριμένα, αν ο παίκτης A δεχθεί την προσφορά του παίκτη B στην δεύτερη περίοδο του παιχνιδιού, τότε ο παίκτης A λαμβάνει απόδοση: $\delta_A \cdot m_2$ και ο παίκτης B λαμβάνει $\delta_B \cdot (1 - m_2)$, όπου δ_A και δ_B οι συντελεστές προεξόφλησης των A και B, αντίστοιχα.

Τέλος, αν ο παίκτης A απορρίψει την προσφορά του B τότε το παιχνίδι ολοκληρώνεται και οι δύο παίκτες λαμβάνουν απόδοση μηδέν.

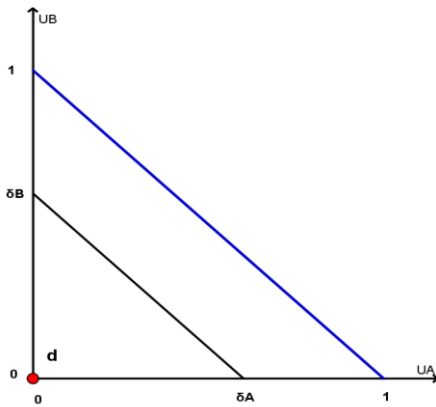
Σε εκτεταμένη μορφή, αυτό το παιχνίδι δύο περιόδων με εναλλασσόμενες προσφορές παρουσιάζεται ως εξής:



Διάγραμμα 39- Παιχνίδι δύο περιόδων με εναλλασσόμενες προσφορές

Μια πρώτη παρατήρηση είναι ότι το ανωτέρω παιχνίδι δύο περιόδων εναλλασσόμενων προσφορών αποτελεί ουσιαστικά μια επανάληψη της δομής του παιχνιδιού Ανελαστικής Προσφοράς.

Το σύνολο διαπραγμάτευσης (bargaining set) και το σημείο διαφωνίας του παιχνιδιού παρουσιάζονται γραφικά κατωτέρω:



Διάγραμμα 40

Το εξωτερικό (μπλε) ευθύγραμμο τμήμα περιλαμβάνει τα πιθανά διανύσματα αποδόσεων αν οι παίκτες καταλήξουν σε συμφωνία στην πρώτη περίοδο.

Το εσωτερικό ευθύγραμμο τμήμα περιλαμβάνει τα πιθανά διανύσματα αποδόσεων που μπορούν να επιτευχθούν αν οι παίκτες καταλήξουν σε συμφωνία στη δεύτερη περίοδο.

Το σημείο d είναι το σημείο διαφωνίας (κανείς δεν κάνει δεκτή την προσφορά του άλλου).

Το σύνολο διαπραγμάτευσης του παιχνιδιού είναι:

$$V = \{(1 - m_1, m_1), (\delta_A \cdot m_2, \delta_B \cdot (1 - m_2)), (0, 0)\}.$$

Η εύρεση το προφίλ SPE αυτού του παιχνιδιού είναι σχετικά εύκολη, αρκεί να αναγνωρίσει κάποιος ότι το υποπαιχνίδι που ξεκινά στη δεύτερη περίοδο έχει ήδη επιλυθεί, αφού είναι ταυτόσημο με το παιχνίδι Ανελαστικής Διαπραγμάτευσης.

Αν ο παίκτης B απορρίψει την m_1 , τότε στην επόμενη περίοδο το μετατρέπεται σε παιχνίδι Ανελαστικής Διαπραγμάτευσης όπου ο ίδιος έχει τον πρώτο λόγο. Έτσι, στη δεύτερη περίοδο ο ορθολογικός παίκτης A θα αποδεχθεί κάθε προσφορά του B, ο οποίος (ως απολύτως ορθολογικός) θα προτείνει $m_2 = 0$.

Οι τυποποιημένες μη-προεξοφλημένες αποδόσεις στο υποπαιχνίδι της δεύτερης περιόδου είναι μονάδα «1» για τον παίκτη B και μηδέν «0» για τον παίκτη A. Έτσι, είναι γνωστές οι **διαρκείς αξίες** των παικτών από την αρχή της δεύτερης περιόδου.

Οι διαρκείς αυτές αξίες δεν περιέχουν τους συντελεστές προεξόφλησης επειδή αναφέρονται μόνο στη δεύτερη περίοδο.

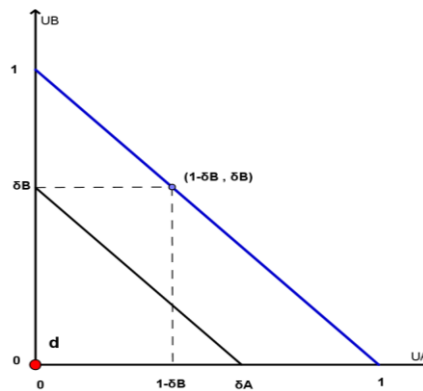
Με την «οπτική» της πρώτης περιόδου, οι διαρκείς αυτές αξίες προεξοφλούνται και έτσι η **προεξοφλημένη απόδοση** του παίκτη A είναι $\delta_A \cdot 0$ και του παίκτη B είναι $\delta_B \cdot 1$.

Αν, λοιπόν, ο παίκτης B απορρίψει την προσφορά του A, τότε ο B θα καρπωθεί το σύνολο του πλεονάσματος (surplus) της επόμενης περιόδου, το οποίο αξίζει δ_B σε σχέση μ' αυτό που άξιζε κατά την πρώτη περίοδο. Για το λόγο αυτό ο παίκτης B θα δεχθεί την προσφορά m_1 , του παίκτη A, μόνο στην περίπτωση που $m_1 > \delta_B$. Σε αντίθετη περίπτωση (αν δηλ. $m_1 < \delta_B$) ο ορθολογικός παίκτης B θα απορρίψει την προσφορά. Στην περίπτωση που $m_1 = \delta_B$ ο παίκτης B είναι αδιάφορος μεταξύ της επιλογής της αποδοχής ή της απόρριψης της προσφοράς.

Από την προηγηθείσα ανάλυση το μόνο που μένει να προσδιοριστεί είναι η συμπεριφορά του παίκτη B στην περίπτωση που $m_1 = \delta_B$. Όπως αναφέρθηκε και στην ανάλυση του παιγνίου «Ανελαστικής Προσφοράς», η μόνη τέλεια ισορροπία Nash προκύπτει από την αποδοχή από τον παίκτη B, της προσφοράς όπου ο ίδιος εμφανίζεται ως αδιάφορος. Έτσι, ο παίκτης A θα απευθύνει ακριβώς αυτή την προσφορά ($m_1 = \delta_B$), την οποία και θα αποδεχθεί ο B. Αυτό είναι το μοναδικό προφίλ SPE για το παίγνιο των δύο περιόδων με εναλλασσόμενες προσφορές.

Συνοπτικά, και σε γενική μορφή, ο παίκτης A θα προτείνει m_1 , ο ορθολογικός παίκτης B θα την αποδεχθεί **αν και μόνο αν $m_1 \geq \delta_B$** . Ο παίκτης B στη δεύτερη περίοδο προσφέρει **πάντα $m_2 = 0$** .

Η απόδοση ισορροπίας για τον παίκτη A είναι $1 - \delta_B$ και για τον παίκτη B είναι δ_B .



Διάγραμμα 41

Συνοπτικές παρατηρήσεις:

Η υπομονή του όποιου συναλλασσόμενου (δ_i), η οποία διατυπώθηκε ως υποκειμενική τιμή προεξόφλησης μιας μελλοντικής χρησιμότητας του ίδιου, είναι θετικά συσχετισμένη με τη διαπραγματευτική ισχύ (π_i) του συναλλασσόμενου.

Αναφέραμε ότι η απόδοση ισορροπίας του παίκτη B είναι δ_B , έτσι αν ο παίκτης αυτός είναι ανυπόμονος (δηλ. ο συντελεστής προεξόφλησης δ_B έχει μικρή τιμή) τότε η απόδοση που θα λάβει θα είναι μικρή. Για την ακρίβεια θα είναι μικρότερη από εκείνη που θα μπορούσε να επιτύχει αν ήταν περισσότερο υπομονετικός. Έτσι, όσο πιο ανυπόμονος είναι ο B τόσο ο

παίκτης Α θα λαμβάνει υψηλότερο μερίδιο από το πλεόνασμα του δημιουργεί η συμφωνία¹³¹.

Αντίστοιχα, όταν η διαπραγματευτική ισχύς π_B του παίκτη Β είναι μικρή, τότε ο παίκτης Α θα λαμβάνει μεγάλο μέρος του πλεονάσματος που δημιουργεί η συμφωνία.

Γενικά, λοιπόν, η ισορροπία στο παίγνιο δύο περιόδων με εναλλασσόμενες προσφορές ερμηνεύεται σε όρους διαπραγματευτικής ισχύος ως $\pi_A = 1 - \delta_B$ για τον παίκτη Α και $\pi_B = \delta_B$ για τον παίκτη Β (με $\pi_A + \pi_B = 1$). Έτσι, η σχέση μεταξύ διαπραγματευτικής καρτερικότητας (υπομονής) και διαπραγματευτικής ισχύος, υποστηρίζεται γενικότερα.

Η ισορροπία σε κάθε παίγνιο εναλλασσόμενων προσφορών συνεπάγεται συμφωνία που επιτυγχάνεται στην πρώτη περίοδο και αυτό γιατί αν η κοινή αξία της συμφωνίας στην πρώτη περίοδο είναι μια μονάδα ($1 - m_A + m_A = 1$), τότε η κοινή αξία της δεύτερης περιόδου θα είναι αυστηρά μικρότερη της μονάδας ($\delta_A \cdot m_B + \delta_B \cdot (1 - m_B) < 1 - m_A + m_A = 1$).

Όπως προτρέπουν οι Dixit Α. και Nalebuff Β¹³² «Ο κοινός παρανομαστής είναι ότι, σε κάθε διαπραγμάτευση, τα εμπλεκόμενα μέρη προτιμούν να φτάσουν σε κάποιου είδους συμφωνία το συντομότερο δυνατό. ...Όταν οι διαπραγματεύσεις παρατείνονται, η πίτα αρχίζει να συρρικνώνεται».

Έστω, μια Τ-περιόδων έκδοση ενός παιγνίου εναλλασσόμενων προσφορών το οποίο διεξάγεται μέχρι είτε μια προσφορά να γίνει δεκτή είτε να παρέλθει και η Τ-περίοδος. Σ' ένα τέτοιο παίγνιο αν επιτευχθεί συμφωνία την περίοδο t , τότε οι αποδόσεις προεξοφλούνται με συντελεστή δ_A^{t-1} για τον ένα παίκτη, και δ_B^{t-1} για τον άλλο, σε σχέση με τις αποδόσεις που αντίστοιχα λαμβάνουν οι παίκτες στην πρώτη περίοδο.

Το Τ-περιόδων παίγνιο μπορεί να αναλυθεί με τον ίδιο τρόπο που αναλύθηκε το παίγνιο δύο περιόδων. Αν ο αριθμός των περιόδων είναι ζυγός αριθμός τότε ο δεύτερος κάνει την τελευταία προσφορά ενώ αν είναι μονός τότε την τελευταία προσφορά την κάνει ο πρώτος παίκτης.

Όπως και στο παίγνιο δύο περιόδων, έτσι και στα παίγνια Τ-περιόδων, ο κάθε επόμενος γύρος που απαιτείται για την επίτευξη συμφωνίας μειώνει την κοινή αξία της επιτευχθείσας συμφωνίας. Συνεπώς, η ισορροπία ενός γενικού παιγνίου Τ-περιόδων έχει τα χαρακτηριστικά της συμφωνίας χωρίς καθυστερήσεις, δηλ. από την πρώτη (στρατηγικά) ορθολογική προσφορά του πρώτου παίκτη.

Ο Watson¹³³ αναφέρει ότι παρότι τα παίγνια διαπραγματεύσεων που έχουν μελετηθεί μέχρι σήμερα παρέχουν μια συνεπή θεωρία για την διαπραγματευτική ισχύ, δεν κατάφεραν να αναπτύξουν μια γενικευμένη θεωρία σχετική με την αναποτελεσματικότητα της αργοπορημένης συμφωνίας (χρονική καθυστέρηση επίτευξης συμφωνίας). Όπως διαπιστώνει ο ίδιος, αυτό το συμπέρασμα είναι λίγο απογοητευτικό επειδή η καθυστέρηση και η αναποτελεσματικότητα παρατηρούνται συχνά σε πραγματικές διαπραγματευτικές καταστάσεις. Για παράδειγμα, είναι σύνηθες το φαινόμενο ένα σωματείο εργαζομένων του

¹³¹ Dixit Α. και Nalebuff Β. (1999), σελ. 287-288, όπου παραθέτουν μια ανάλυση περίπτωσης με τίτλο «Η υπομονή ανταμείβεται».

¹³² Dixit Α. και Nalebuff Β. (1999) σελ. 62. Παραστατικότητα, αναφέρουν ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα μιας «διαπραγμάτευσης» μεταξύ δύο πιτσιρικάδων που θέλουν να κάνουν τη «μοιρασιά» σε μια τούρτα παγωτού που λιώνει με την πάροδο του χρόνου (σελ. 63-65).

¹³³ Watson (2013), σελ. 250

ιδιωτικού ή του δημόσιου τομέα να αποτυγχάνει στις διαπραγματεύσεις με την εργοδοσία για την αύξηση των μισθών ή τη βελτίωση κάποιων συνθηκών εργασίας, με αποτέλεσμα να κηρύσσεται απεργία που διαρκεί αρκετές ημέρες, η οποία έχει υψηλό κόστος τόσο για την μια όσο και για την άλλη πλευρά¹³⁴. Ίσως, βέβαια, η βασική διαφορά μεταξύ του πραγματικού κόσμου και των μοντέλων που εξετάζονται είναι ότι οι δρώντες δεν έχουν πάντα πλήρη πληροφόρηση ο ένας για τον άλλο στον πραγματικό κόσμο. Αντίθετα στα θεωρητικά μοντέλα διαπραγμάτευσης και οι δύο πλευρές γνωρίζουν με ακρίβεια το παίγνιο που εκτυλίσσεται (συμπεριλαμβανομένων ακόμα και των τιμών των υποκειμενικών συντελεστών προεξόφλησης των αντιπάλων).

4.7. Άπειροι Περίοδοι σε παίγνιο εναλλασσόμενων προσφορών.

Στα παίγνια εναλλασσόμενων προσφορών με άπειρες περιόδους επανάληψης δεν υπάρχει τελικός γύρος, δηλ. τελευταία αντιπροσφορά. Τα παίγνια αυτά έχουν μια χαρακτηριστική ιδιότητα: Τα υποπαίγνια που ξεκινούν από μια τυχαία περίοδο t είναι ακριβώς ίδια με τα υποπαίγνια που αρχίζουν από την περίοδο $t + 2$. Με άλλα λόγια, κάθε υποπαίγνιο που ξεκινά περιττή (μονή) περίοδο μοιάζει με κάθε άλλο που ξεκινάει ομοίως σε περιττή περίοδο. Αντίστοιχα, ένα υποπαίγνιο που εκκινεί σε μια ζυγή περίοδο μοιάζει με όλα τα υποπαίγνια που εκκινούν σε ζυγές περιόδους.

Ο Rubinstein¹³⁵ ήταν από τους πρώτους που ασχολήθηκαν με τα παίγνια αυτά, αλλά ένα κατατοπιστικό άρθρο με απλούστερη γενικευμένη μεθοδολογία επίλυσης τέτοιων παιγνίων είναι των A. Shaked και J. Sutton¹³⁶.

Έστω, λοιπόν, ότι αναζητάμε το προφίλ ισορροπίας ενός παιγνίου άπειρων περιόδων στο οποίο ένας παίκτης κάνει την ίδια προσφορά σε κάθε περίοδο που έχει σειρά να υποβάλει πρόταση (δηλ. όποτε καλείται να επιλέξει πρόταση για να απευθύνει, επιλέγει την ίδια πρόταση που αρχικώς υπέβαλε). Έναν τέτοιο παίκτη θα τον ονομάζαμε «πεισματάρη». Επιπλέον, υποθέτουμε ότι η προσφορά αυτή γίνεται δεκτή από τον άλλο παίκτη.

Για να βρούμε μια τέτοια ισορροπία, ακολουθούμε τη δομή που προτείνουν οι A. Shaked και J. Sutton¹³⁷. Έστω, λοιπόν, ότι m_2 είναι η προσφορά του παίκτη A που θα κάνει στις μονές περιόδους (κάθε φορά δηλαδή που είναι η σειρά του να απευθύνει πρόταση), και έστω ότι m_1 είναι η προσφορά που ο παίκτης B κάνει στις ζυγές περιόδους.

Υποθέτοντας ότι αυτές οι προσφορές γίνονται δεκτές στην ισορροπία, το διάνυσμα της διαρκούς απόδοσης από κάθε μονή περίοδο θα είναι $(1 - m_2, m_2)$, και το διάνυσμα της διαρκούς απόδοσης από κάθε ζυγή περίοδο θα είναι $(m_1, 1 - m_1)$.

Αυτά τα διαρκή διανύσματα αποδόσεων αφορούν την εκάστοτε περίοδο και δεν έχουν προεξοφληθεί σε σχέση με τις αποδόσεις της αρχής του παιγνίου.

Με αυτά τα δεδομένα η προσφορά ισορροπίας του παίκτη i , οδηγεί τον παίκτη j στο να είναι αδιάφορος μεταξύ του να δεχθεί την προσφορά ή να την απορρίψει προκειμένου να προχωρήσει στην επόμενη περίοδο. Δεχόμενος την προσφορά, ο παίκτης j λαμβάνει

¹³⁴ Το κόστος με το οποίο επιβαρύνεται η «εργοδοσία» του δημόσιου τομέα, είναι κυρίως το πολιτικό κόστος της Κυβέρνησης από την μη εξυπηρέτηση των πολιτών από τις Υπηρεσίες του Δημοσίου (π.χ. Νοσοκομεία, ΜΜΜ κ.λ.π.) λόγω της απεργίας ενός κλαδικού σωματείου του δημόσιου τομέα ή λόγω της καθολικής απεργίας που κηρύσσουν τα ανώτατα συνδικαλιστικά σωματεία.

¹³⁵ A. Rubinstein, Perfect Equilibrium in a Bargaining Model, *Econometrica* 50 (1982): 97–110

¹³⁶ A. Shaked and J. Sutton, Involuntary Unemployment as a Perfect Equilibrium in a Bargaining Model, *Econometrica* 52 (1984): 1351–1364

¹³⁷ Ο.π. σελ. 1352-1354

απόδοση m_j , προεξοφλημένη στην τρέχουσα κάθε φορά περίοδο. Απορρίπτοντας την προσφορά ο j θα λάβει απόδοση $1 - m_i$ στην αρχή της επόμενης περιόδου, η οποία προεξοφλημένη στην προηγούμενη περίοδο έχει αξία $\delta_j \cdot (1 - m_i)$.

Αδιαφορία, όμως, για τον παίκτη j σημαίνει ότι: $\delta_j \cdot (1 - m_i) = m_j$

Επειδή βέβαια αυτή η εξίσωση ισχύει και για τους δύο παίκτες Α, Β έχουμε το εξής σύστημα εξισώσεων:

$$\delta_A \cdot (1 - m_B) = m_A \text{ και } \delta_B \cdot (1 - m_A) = m_B$$

Η επίλυση των δύο εξισώσεων δίνει:

$$m_A = \frac{\delta_A(1-\delta_B)}{1-\delta_A\delta_B} \text{ και } m_B = \frac{\delta_B(1-\delta_A)}{1-\delta_A\delta_B}$$

Έτσι, ήδη, από την πρώτη περίοδο ο **παίκτης Α** λαμβάνει απόδοση:

$$1 - m_B = 1 - \frac{\delta_B(1-\delta_A)}{1-\delta_A\delta_B} = \frac{(1-\delta_A\delta_B) - \delta_B(1-\delta_A)}{1-\delta_A\delta_B} = \frac{1-\delta_B}{1-\delta_A\delta_B}$$

και ο **παίκτης Β** λαμβάνει απόδοση:

$$m_B = \frac{\delta_B(1-\delta_A)}{1-\delta_A\delta_B}$$

Οι στρατηγικές των παικτών που οδηγούν στις ανωτέρω αποδόσεις αποτελούν το μοναδικό προφίλ ισορροπίας στο παίγνιο αυτό των άπειρων περιόδων.

Σημειώνεται ότι το προφίλ ισορροπίας προσεγγίζεται μέσω της απόδοσης «αδιαφορίας», η οποία όπως είδαμε και σε προηγούμενα παίγνια, αποτελεί μια ασφαλή αρχική μέθοδο αναζήτησης του προφίλ ισορροπίας.

4.8. Πολυμερής Διαπραγματευτική Συμφωνία.

Κάποιες φορές σε μια διαπραγμάτευση εμπλέκονται περισσότερα από δύο μέρη. Με πολλούς παίκτες στο τραπέζι των διαπραγματεύσεων υπάρχει μεγάλη ποικιλία από διαπραγματευτικές στρατηγικές και προοπτικές για την επίτευξη συμφωνίας.

Ένα απλό παράδειγμα είναι τα μέλη του ελληνικού κοινοβουλίου τα οποία συζητούν (διαπραγματεύονται) για τις ειδικότερες ρυθμίσεις που καθορίζονται στις προς ψήφιση νομοθετικές διατάξεις ενός νομοσχεδίου.

Η συζήτηση (ή ομοίως, η διαπραγμάτευση) στο επίπεδο του νομοθετικού σώματος ακολουθεί κάποιους συγκεκριμένους κανόνες που καθορίζονται από το Σύνταγμα και τον Κανονισμό της Βουλής. Τρεις τέτοιοι γενικοί κανόνες είναι εκείνοι που καθορίζουν, μεταξύ άλλων, (α) ποια είναι εκείνη η κοινοβουλευτική ομάδα που μπορεί να καταθέσει προς συζήτηση ένα νομοσχέδιο, (β) πότε και ποιοι βουλευτές επιτρέπεται να υποβάλλουν τροπολογίες επί του συζητούμενου νομοσχεδίου, και (γ) το είδος της ψηφοφορίας που απαιτείται προκειμένου η τελική μορφή του νομοσχεδίου να αποκτήσει ισχύ νόμου.

Έστω, λοιπόν, ένα απλό μοντέλο νομοθετικής διαπραγμάτευσης όπου το νομοθετικό σώμα αποτελείται από τριακόσιους (300) βουλευτές και έστω ότι υπάρχει ένας άπειρος αριθμός επαναλαμβανόμενων γύρων διαπραγμάτευσης. Υποθέτουμε ότι οι 300 βουλευτές ισοκατανέμονται ως προς τρεις γεωγραφικές περιοχές που συνθέτουν την Επικράτεια.

Θεωρούμε ότι έχει κατατεθεί ένα νομοσχέδιο με το οποίο θα χρηματοδοτηθούν έργα υποδομής στην Επικράτεια ύψους 1 δις. €. Όλα τα κόμματα που εκπροσωπούνται στη Βουλή, ειδικά γι' αυτό το νομοσχέδιο, επιτρέπουν σε κάθε βουλευτή να ψηφίσει κατά

συνείδηση. Κάθε ομάδα των 100 βουλευτών (που εκλέγεται σε μια από τις τρεις αυτές γεωγραφικές περιοχές) εκπροσωπείται στη διαπραγμάτευση (συζήτηση) από ένα μέλος της, και όλοι έχουν συμφωνήσει να στοιχίσουν την ψήφο τους με την ψήφο του εκπροσώπου τους. Έτσι, ουσιαστικά υπάρχουν τρεις διαπραγματευτές με ισχύ 100 ψήφων ο καθένας. Το διακύβευμα της διαπραγμάτευσης είναι η κατανομή της χρηματοδότησης στις τρεις γεωγραφικές περιοχές (A, B, Γ,).

Κάθε εκπρόσωπος επιδιώκει να μεγιστοποιήσει το χρηματικό ποσό που θα κατανεμηθεί στην περιοχή που ο ίδιος εκπροσωπεί.

Η νομοθετική αλληλεπίδραση διεξάγεται ως εξής: Σε μια δεδομένη περίοδο ένας εκπρόσωπος έχει τη δυνατότητα να απευθύνει μια πρόταση, έστω $x = (x_A, x_B, x_G)$, όπου το x_i συμβολίζει την κατανομή του ποσού ανά γεωγραφική περιοχή.

Ο εκπρόσωπος A απευθύνει την προσφορά του την περίοδο 1, ο εκπρόσωπος B την περίοδο 2, ο εκπρόσωπος Γ την περίοδο 3, και ο κύκλος των προτάσεων επαναλαμβάνεται με αυτή τη σειρά. Όταν μια πρόταση υποβληθεί σε μια δεδομένη περίοδο από έναν εκπρόσωπο, οι άλλοι δύο ψηφίζουν ταυτόχρονα υπέρ ή κατά της συγκεκριμένης πρότασης.

Υποθέτουμε ότι ο κανόνας που καθορίζει την αποδοχή της πρότασης είναι η **ομοφωνία**. Αυτό σημαίνει ότι αν και οι δύο παίκτες στους οποίους απευθύνεται η πρόταση την αποδεχθούν τότε η πρόταση υιοθετείται και το παίγνιο ολοκληρώνεται. Αν ένας ή και οι δύο ψηφίσουν κατά της πρότασης τότε το παίγνιο συνεχίζεται με τον επόμενο παίκτη που έχει δικαίωμα υποβολής πρότασης κατά την περίοδο που ακολουθεί. Τροπολογίες (δηλ. τροποποιήσεις επί της συγκεκριμένης πρότασης στον ίδιο διαπραγματευτικό γύρο) δεν επιτρέπονται. Επιπλέον, υποθέτουμε ότι η προεξοφλημένη μελλοντική αξία των παικτών είναι κοινή και για τους τρεις εκπροσώπους και δίνεται από τον συντελεστή δ .

Αναζητάμε, λοιπόν, μια διατηρήσιμη ισορροπία SPE, με τον τρόπο που αντίστοιχα αναζητήθηκε κατά την εξέταση των παιγνίων άπειρων περιόδων εναλλασσόμενων προσφορών.

Ο εκπρόσωπος που υποβάλλει πρόταση προσφέρει x^k στον εκπρόσωπο που είναι ο επόμενος σε σειρά για να απευθύνει προσφορά, και x^m στον εκπρόσωπο που είναι μεθεπόμενος. Για την περιοχή που ο ίδιος εκπροσωπεί επιφυλάσσει την τιμή x^p .

Βάσει της δομής (κανόνες) του παιγνίου και των συμβόλων που υιοθετήσαμε, η προφορά ισορροπίας θα πρέπει να έχει την εξής μορφή:

$$x^p + x^k + x^m = 1$$

Εκείνος που έχει σειρά να καταθέσει πρόταση, προσφέρει τουλάχιστον $\delta \cdot x^p$ στον εκπρόσωπο που θα είναι επόμενος σε σειρά για να υποβάλλει πρόταση, γιατί αλλιώς ο εν λόγω εκπρόσωπος θα έχει κίνητρο να την καταψηφίσει προκειμένου στην περίοδο που ακολουθεί, να προτείνει για τον εαυτό του x^p , ελπίζοντας ότι αυτή θα υπερψηφισθεί.

Έτσι, $x^k \geq \delta \cdot x^p$

Αντίστοιχα, ο εκπρόσωπος που υποβάλλει προσφορά θα προτείνει τουλάχιστον $\delta^2 \cdot x^p$ στον εκπρόσωπο που είναι μεθεπόμενος σε σειρά, γιατί αλλιώς θα έχει κίνητρο να απορρίψει τις προσφορές που έπονται αυτής, ώστε όταν έρθει η σειρά του, να απευθύνει πρόταση ως εκπρόσωπος της ομάδας του, να προτείνει x^p . Άρα, $x^m \geq \delta^2 \cdot x^p$

Ο εκπρόσωπος, λοιπόν, που απευθύνει προσφορά επιθυμεί να λάβει το μέγιστο μερίδιο που θα μπορούσε να λάβει από μια τέτοια διαπραγμάτευση προς όφελος της ομάδας του, μειώνοντας έτσι τα προτεινόμενα μερίδια προς τους άλλους δηλ. τα x^k και x^m . Αυτό προφανώς επιτυγχάνεται εφόσον $x^k = \delta \cdot x^p$ και $x^m = \delta^2 \cdot x^p$.

Συνεπώς, $x^p + x^k + x^m = x^p + \delta \cdot x^p + \delta^2 \cdot x^p = 1$,

$$\text{Έτσι, όμως, } x^p = \frac{1}{1+\delta+\delta^2}, x^k = \frac{\delta}{1+\delta+\delta^2} \text{ και } x^m = \frac{\delta^2}{1+\delta+\delta^2}$$

Με ένα αριθμητικό παράδειγμα, αν ο κοινός συντελεστής προεξόφλησης είναι $\delta = \frac{3}{4}$.

$$x^p = \frac{1}{1+\delta+\delta^2} = \frac{16}{37}, x^k = \frac{\delta}{1+\delta+\delta^2} = \frac{12}{37} \text{ και } x^m = \frac{\delta^2}{1+\delta+\delta^2} = \frac{9}{37}.$$

Δηλ. η προσφορά ισορροπίας με $\delta = \frac{3}{4}$ είναι $x = (\frac{16}{37}, \frac{12}{37}, \frac{9}{37})$.

Έτσι, το νομοσχέδιο θα υπερψηφισθεί με την εξής κατανομή του ενός (1) δις ευρώ:

$$\text{Για την Ομάδα Α, } \frac{16}{37} \cdot 1 = 0,432 \text{ εκ. €},$$

$$\text{για την Ομάδα Β, } \frac{12}{37} \cdot 1 = 0,324 \text{ εκ. €}, \text{ και}$$

$$\text{για την Ομάδα Γ, } \frac{9}{37} \cdot 1 = 0,243 \text{ εκ. €}$$

Αυτό το μοντέλο νομοθετικής διαπραγμάτευσης από τρεις παίκτες υιοθετεί το γενικό μοντέλο διαπραγμάτευσης που αναπτύσσεται στα παίγνια άπειρων περιόδων εναλλασσόμενων προσφορών δύο παικτών. Όπως και εκεί, έτσι κι εδώ ο ορθολογικός παίκτης που υποβάλλει την πρώτη προσφορά λαμβάνει καλύτερη απόδοση σε σχέση με τους άλλους. Στην ειδική περίπτωση που $\delta = 1$, τότε η προσφορά ισορροπίας είναι: $x = (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$

Σημειώνεται, ότι αν το παίγνιο δεν καταλήξει στην έκβαση ισορροπίας $x = (\frac{16}{37}, \frac{12}{37}, \frac{9}{37})$, αν, δηλαδή, εκτός ισορροπίας το παίγνιο οδηγηθεί στον επόμενο γύρο (δηλ. απορριφθεί η προσφορά ισορροπίας) τότε οι αποδόσεις στον επόμενο γύρο θα είναι μειωμένες και για τους τρεις συμμετέχοντες: $x' = (\frac{9}{37} \cdot \delta, \frac{16}{37} \cdot \delta, \frac{12}{37} \cdot \delta)$.

4.9. Ισορροπίες Διαπραγμάτευσης σε παίγνια με Κοινές Αποφάσεις.

Στην πραγματικότητα η διαπραγματευτική διαδικασία είναι περισσότερο πολύπλοκη από την απλή υποβολή προσφορών (προτάσεων) και αντιπροσφορών (αντιπροτάσεων). Έτσι, μια διαπραγματευτική διαδικασία μπορεί να αφορά στη συζήτηση ξεχωριστών θεμάτων, τα οποία σχετίζονται με το διαπραγματευτικό διακύβευμα, και αυτές οι συζητήσεις να λαμβάνουν χώρα σε διαφορετικές χρονικές περιόδους. Κάθε άτομο που συμμετέχει σε μια διαπραγματευτική διαδικασία μπορεί να χρησιμοποιεί κάθε είδους λεκτικής ή σωματικής μορφής επικοινωνία προκειμένου να ενισχύσει τη διαπραγματευτική του θέση. Τα μέρη που διαπραγματεύονται μπορεί να χρησιμοποιούν αδόκιμες ή αξιόπιστες εκβιαστικές απειλές, μπορεί να φωνάζουν ή να μιλούν χαμηλόφωνα, μπορεί να απευθύνονται στα άλλα μέρη με κολακείες ή υποτιμητικά και προσβλητικά.

Πολλά από αυτά τα ενδεχόμενα συνηθίζονται στον πραγματικό κόσμο της διαπραγματευτικής διαδικασίας και κάποιες φορές συντελούν καταλυτικά στην έκβαση (θετική ή αρνητική) μιας διαπραγμάτευσης. Όμως, ο κύριος σκοπός ενός παιγνιοθεωρητικού μοντέλου διαπραγμάτευσης δεν είναι η ακριβής περιγραφή κάθε χροιάς (κάθε ειδικότερης λεπτομέρειας) της στρατηγικής αλληλεπίδρασης μεταξύ των μερών. Βασικό μέλημα ενός χρήσιμου και δόκιμου μοντέλου είναι η απομόνωση μερικών κρίσιμων στρατηγικών στοιχείων, που καθορίζουν δραστικά την έκβαση ενός παίγνιου, με τρόπο ώστε να διατηρείται το μοντέλο αρκετά απλό προκειμένου να μπορεί να αναλυθεί.

Δεν υπάρχει λοιπόν λόγος να ενσωματωθεί κάθε πτυχή της διαπραγματευτικής διαδικασίας σ' ένα θεωρητικό μοντέλο διαπραγμάτευσης. Για παράδειγμα, έστω ότι μοντελοποιούμε μια κατάσταση στην οποία δύο συντέταιροι μιας επιχείρησης πρώτα διαπραγματεύονται τους κανόνες που θα διέπουν την μεταξύ τους κατανομή των κερδών της επιχείρησης και κατόπιν διαπραγματεύονται για τις αρμοδιότητες που θα αναλάβει ο καθένας κατά την φάση της παραγωγικής λειτουργίας της επιχείρησης. Από μόνη της η διαπραγμάτευση της κατανομής των μεριδίων από τα κέρδη μπορεί να μοντελοποιηθεί μ' ένα **παίγνιο εναλλασσόμενων προσφορών**. Το άλλο σκέλος της διαπραγμάτευσης, οι αρμοδιότητες κατά τη φάση της παραγωγικής λειτουργίας της επιχείρησης, μπορεί να μοντελοποιηθεί από ένα παίγνιο στο οποίο τα μέρη διαπραγματεύονται για το επίπεδο της καταβαλλόμενης προσπάθειας που το καθένα θα επιδιώξει κατά την παραγωγική λειτουργία της επιχείρησης.

Αν, λοιπόν, συνδυάσουμε αυτά τα δύο παίγνια θα λάβουμε ένα περισσότερο εκτεταμένο και περισσότερο πολύπλοκο παίγνιο το οποίο, ενδεχομένως, να είναι αρκετά δύσκολο στην ανάλυσή του. Επιπλέον, ίσως ο προσδιορισμός της **διαπραγματευτικής ισχύος** του καθενός από τα δύο μέρη να είναι το μόνο κρίσιμο στοιχείο που απαιτείται για τον ακριβή προσδιορισμό της έκβασης ενός τέτοιου παιγνίου. Έτσι, αρκεί η σκέψη ότι το αποτέλεσμα της διαπραγματευτικής διαδικασίας σχετίζεται με τις **διαπραγματευτικές βαρύτητες** των παικτών. Αρκεί, λοιπόν, να προσδιορίσουμε τις διαπραγματευτικές βαρύτητες των παικτών από το δεύτερο παίγνιο (εκείνο, δηλαδή, στο οποίο καθορίζονται οι αρμοδιότητες και η φύση τους, άρα και η σημαντικότητά τους στην αποδοτική λειτουργία της επιχείρησης) και απλά να τις μεταφέρουμε στο παίγνιο των εναλλασσόμενων προσφορών.

Στο ανωτέρω παράδειγμα, η κατανομή των αρμοδιοτήτων πέρα από το επιφανόμενο, δηλ. τον ειδικότερο προσδιορισμό των δραστηριοτήτων / εργασιών που αναλαμβάνει κάθε μέρος, έχει και ένα λιγότερο ορατό, αλλά πολύ ουσιαστικό περιεχόμενο, αυτό της έντασης της καταβαλλόμενης προσπάθειας για την εκπλήρωση των δραστηριοτήτων που αναλαμβάνει κάθε μέρος.

Έτσι, κάθε διαδικασία αλληλεπίδρασης για τη σύναψη μιας συμφωνίας μπορεί τυπικά να αναλυθεί σε δύο επίπεδα: το πρώτο επίπεδο περιλαμβάνει τη διαπραγμάτευση των μερών σχετικά με ένα απτό και ευκόλως επαληθεύσιμο στοιχείο (π.χ. κατανομή ποσοστού κερδών, διαχειριστικές ή λογιστικές αρμοδιότητες κ.λ.π.) και το δεύτερο επίπεδο περιλαμβάνει μια φάση όπου τα μέρη εργάζονται ανεξάρτητα για την εκπλήρωση των υποχρεώσεων που έχουν αναλάβει έναντι του άλλου μέρους, αλλά αυτή η προσπάθεια δεν είναι ευκόλως επαληθεύσιμη ούτε από το άλλο μέρος, αλλά ούτε και από κάποιο τρίτο (ουδέτερο και αμερόληπτο) μέρος όπως, π.χ. από ένα δικαστήριο ή μια επιτροπή διαιτησίας.

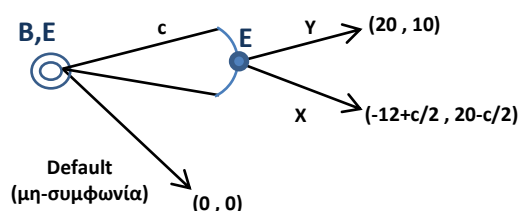
Είναι χρήσιμο λοιπόν να αντιμετωπίζονται τα διαφορετικά στοιχεία της στρατηγικής αλληλεπίδρασης σε μοντέλα με διαφορετικά επίπεδα λεπτομέρειας. Αυτό σημαίνει ότι μπορούμε να μελετήσουμε κάποια στοιχεία στρατηγικής ρύθμισης χρησιμοποιώντας μια πλήρως μη-συνεργατική προσέγγιση και κάποια άλλα στοιχεία με πιο συντετμημένη προσέγγιση.

4.10. Κόμβοι Κοινής Απόφασης

Ένας απλός τρόπος εισαγωγής ενός συνόλου από στοιχεία (πολλαπλά στοιχεία) διαπραγμάτευσης σε συντετμημένη μορφή, σ' ένα μη-συνεργατικό παίγνιο είναι οι «Κόμβοι Κοινής Απόφασης» (join-decision nodes) οι οποίοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν σ' ένα δέντρο λήψης στρατηγικών αποφάσεων¹³⁸.

¹³⁸ J. Watson, Contract and Game Theory: Basic Concepts for Settings with Finite Horizons, University of California, San Diego, Working Paper, 2005.

Ένας **κόμβος κοινής απόφασης** είναι μια περιληπτική (συντεταγμένη) περιγραφή μιας διαπραγμάτευσης μεταξύ των παικτών πάνω σε απτά (επαληθεύσιμα) θέματα, όπως π.χ. τα ποσοστά κατανομής των κερδών, οι μεταβιβαστικές πληρωμές ή η συμφωνία για τη δημιουργία μιας συνεργασίας. Έτσι, ένας τέτοιος κόμβος αντιπροσωπεύει ένα μέρος του παίγνιου όπου οι παίκτες διαπραγματεύονται για να εγκαθιδρύσουν μια συμφωνία. Ενσωματώνουμε έναν κόμβο κοινής απόφασης όταν το μοντέλο μας δεν αφορά σ' ένα πλήρως μη-συνεργατικό μοντέλο διαπραγματευτικής διαδικασίας, και όταν έχουμε έναν κατευθυντήριο οδηγό (μια απλή θεωρία) για το πως μπορεί να επιτευχθεί μια συμφωνία (π.χ. με τη βοήθεια του Τυπικού Διαπραγματευτικού Μοντέλου του Nash).



Διάγραμμα 42 –Εμπόριο Υφασμάτων

Ένα απλό μοντέλο με έναν **κόμβο κοινής απόφασης** (B,E) παρουσιάζεται στο ανωτέρω γράφημα. Ο κοινός κόμβος συμβολίζεται με δύο ομόκεντρους κύκλους.

Το ανωτέρω παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή παρουσιάζει μια κατάσταση στην οποία μια Βιοτεχνία κατασκευής ανδρικών πουκαμίσων (B) προμηθεύεται υφάσματα από μια Εταιρεία (E) χονδρικής πώλησης. Αρχικά, η Βιοτεχνία και η Εταιρεία από κοινού αποφασίζουν για το αν θα συνεργαστούν ή όχι (μη-συμφωνία συνεργασίας). Αν αποφασίσουν να συνεργαστούν τότε καθορίζουν από κοινού τους όρους της συνεργασίας τους. Ένας από αυτούς είναι ο όρος (c), που είναι το επίπεδο της αποζημίωσης που θα δικαιούται η Βιοτεχνία σε περίπτωση που η Εταιρεία την προμηθεύσει με υφάσματα κακής ποιότητας.

Αν οι δύο εμπλεκόμενες επιχειρήσεις αποφασίσουν να μην συνεργαστούν (default decision-καθώς κάθε μια μονομερώς μπορεί να επιβάλει αυτή την έκβαση) το παίγνιο ολοκληρώνεται και λαμβάνουν και οι δύο μηδενική απόδοση.

Αν συνεργαστούν, και η προμηθεύτρια Εταιρεία (E) παρέχει Υψηλής (Y) ποιότητας πρώτες ύλες, τότε η απόδοση θα είναι είκοσι (20) για την Βιοτεχνία και δέκα (10) για την Ε. Παρέχοντας Χαμηλής (X) ποιότητας πρώτες ύλες η Ε εξοικονομεί χρήματα, αλλά τα κακής ποιότητας υλικά δεν είναι χρήσιμα στην Β. Οι απώλειες της Β, στην περίπτωση αυτή, αποτυπώνονται στον συντελεστή -12 που έχει ως μέρος της απόδοσής της, ενώ το όφελος της Ε αποτιμάται σε 20 ως μέρος της δικής της απόδοσης.

Το υπόλοιπο μέρος της απόδοσης των δύο εμπλεκόμενων επιχειρήσεων στην περίπτωση που η Ε προμηθεύσει με χαμηλής ποιότητας πρώτες ύλες την Β, δηλ. $\pm \frac{c}{2}$, αποτιμά τις μεταβιβαστικές πληρωμές (αποζημίωση) που θα λάβει η Β (και συνεπώς θα καταβάλλει η Ε) στην περίπτωση που με πιθανότητα $\frac{1}{2}$ καταφέρει η Β να υποχρεώσει την Ε να καταβάλει την συμφωνημένη αποζημίωση. Η πιθανότητα σχετίζεται με τη δυνατότητα της Β να μπορέσει να αποδείξει σε έναν θεσμικό φορέα εποπτείας της τήρησης και επιβολής των συμφωνιών (π.χ. ένα αστικό δικαστήριο) ότι πράγματι η Ε την προμήθευσε με χαμηλής ποιότητας πρώτες ύλες.

Σ' ένα **κόμβο κοινής απόφασης** τα κλαδιά αντιπροσωπεύουν απτά (επαληθεύσιμα) στοιχεία τα οποία καθορίζονται (από κοινού) από τα διαπραγματευόμενα μέρη, ως

υποσύνολο της συμφωνίας (συμβολαίου) που συνάπτουν. Έτσι ένα συμβόλαιο, που καθορίζει το μισθό ή το ημερομίσθιο του εργαζόμενου, ή τα ποσοστά συμμετοχής στα κέρδη μιας επιχείρησης, επηρεάζει τη μελλοντική συμπεριφορά των «δεσμευμένων» με συμβόλαιο εμπλεκόμενων μερών, γιατί επιδρά στις αποδόσεις τους ή στη στάθμιση των μελλοντικών εναλλακτικών επιλογών που έχουν στη διάθεσή τους. Συνήθως, βέβαια, η μελλοντική επίδραση σχετίζεται με την αποτελεσματικότητα της εξωτερικής επιβολής π.χ. με την ταχύτητα ελέγχου της τήρησης των όρων του συμβολαίου από ένα αστικό δικαστήριο, αλλά και με τη δυνατότητά του να επιβάλει το προβλεπόμενο αντιστάθμισμα στο μέρος εκείνο που παρέκκλιने της συμφωνίας.

Γενικά, υπάρχουν δύο λόγοι για τους οποίους οι **κόμβοι κοινής απόφασης** αποτελούν ισχυρά εργαλεία μοντελοποίησης¹³⁹:

Αφενός, με τη χρήση συντετμημένων στοιχείων ως μέρος της διαπραγματευτικής διαδικασίας μπορούμε να δώσουμε έμφαση σε άλλα στοιχεία μιας κατάστασης στρατηγικής αλληλεπίδρασης, διατηρώντας ταυτόχρονα στην ανάλυση την διαπραγματευτική ισχύ των μερών, η οποία συνδιαμορφώνεται και από τα συντετμημένα αυτά στοιχεία. Αυτό, μας παρέχει ένα πρόσθετο πλεονέκτημα γιατί μας βοηθά να διακρίνουμε μεταξύ της διαδικασίας διαπραγμάτευσης και του διακυβεύματος της διαπραγμάτευσης (επί ποίου στοιχείου γίνεται η διαπραγμάτευση).

Αφετέρου, οι κόμβοι κοινής απόφασης οριοθετούν τις προϋποθέσεις σύναψης μιας σύμβασης (συμφωνίας).

4.11. Διαπραγματευτική Ισορροπία (Negotiation Equilibrium)

Για την ανάλυση παιγνίων με **κόμβους κοινών αποφάσεων** συνδυάζουμε την οπισθοβατική επαγωγή (αντίστροφη συλλογιστική) ή τη μέθοδο της βέλτιστης-σε-υποπαίγνια-ισορροπίας (SPE), με την «Τυπική Διαπραγματευτική Επίλυση».

Οι πρώτες προσδιορίζουν τη συμπεριφορά των παικτών σε ατομικούς κόμβους απόφασης (σε κόμβους, δηλαδή, που λαμβάνει απόφαση ένας από τους συμμετέχοντες), ενώ με τη δεύτερη προσδιορίζεται η συμπεριφορά σε κόμβους με κοινές αποφάσεις.

Σε δεδομένο παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή με κοινές αποφάσεις, ο προσδιορισμός της συμπεριφοράς σε κάθε κόμβο απόφασης καλείται **«καθεστώς»**¹⁴⁰. Αυτό είναι απλά μια γενίκευση της έννοιας της «στρατηγικής» προκειμένου να ενσωματώσει τις κοινές αποφάσεις των παικτών.

Ένα «καθεστώς» αποκαλείται **ισορροπία διαπραγμάτευσης** (negotiation equilibrium) αν η περιγραφή της συμπεριφοράς σε ατομικούς κόμβους απόφασης είναι συνεπής με τη διαδοχική ορθολογικότητα (sequential rationality) και ο προσδιορισμός των κοινών αποφάσεων είναι συνεπής με την Τυπική Διαπραγματευτική Επίλυση (standard bargaining solution), για δεδομένες διαπραγματευτικές βαρύτητες των παικτών.

Προκειμένου να προσδιορίσουμε με σαφήνεια της έννοια της **διαπραγματευτικής ισορροπίας** (negotiation equilibrium) χρησιμοποιούμε ως παράδειγμα, με οριακές τροποποιήσεις, ένα σχετικό υπόδειγμα που παραθέτει ο Watson¹⁴¹.

Έστω δύο δραστήρια άτομα, ο Θεόφιλος και η Αλέκα, τα οποία επιθυμούν να συνάψουν μια εμπορική συμφωνία, η οποία θα αφορά στο άνοιγμα και στη λειτουργία ενός βιβλιοπωλείου. Ο Θεόφιλος είναι σύμβουλος επιχειρήσεων και θα αναλάβει τα λογιστικά της επιχείρησης καθώς και την προβολή της στην τοπική αγορά. Η Αλέκα, πνευματώδης και

¹³⁹ Watson (2013), σελ. 262. Επιπλέον, στις σελίδες 260-262 αναφέρονται και ειδικότερες περιπτώσεις χρησιμοποίησης των κόμβων κοινής απόφασης.

¹⁴⁰ Ό.π. σελ. 263, ο αγγλικός όρος που χρησιμοποιείται είναι «regime»

¹⁴¹ Ό.π. σελ. 263-265

πολυμαθής, με ελκυστική εξωτερική εμφάνιση και επικοινωνιακή έφεση, δεν θα έχει πρόβλημα στο να καθοδηγεί τους δυνητικούς πελάτες στην εύρεση του κατάλληλου, για τις επιθυμίες τους, βιβλίου. Βέβαια, τα προαναφερόμενα πλεονεκτήματα της Αλέκας μετριάζονται, σύμφωνα με την κριτική του Θεόφιλου, από το αριστερό αντικαπιταλιστικό παρελθόν της νεότητάς της. Αυτό, σύμφωνα πάντα με τον Θεόφιλο, θα την κάνει υποχωρητική σε κάθε εκπαιδευτικό αίτημα εκ μέρους των πελατών, ενώ η προσήλωση στην πολιτική των σταθερών τιμών είναι κρίσιμης σημασίας προϋπόθεση για την επικερδή λειτουργία μιας τέτοιας επιχείρησης. Για το λόγο αυτό ο Θεόφιλος προτείνει στην Αλέκα μια συμφωνία που θα την επιβραβεύει οικονομικά αν συμβάλει εντατικά στην κατίσχυση της πολιτικής των σταθερών τιμών για το βιβλιοπωλείο τους.

Αρχικά, λοιπόν, οι δύο συντάκταιροι από κοινού αποφασίζουν για το πακέτο ανταμοιβής της Αλέκας, το οποίο συντίθεται από τον πάγιο μισθό της (t) και ένα bonus (b). Το bonus θα καταβάλλεται **μόνο** στην περίπτωση που η Αλέκα συνεισφέρει στην πολιτική των σταθερών τιμών.

Ο Θεόφιλος θα αμείβεται με το υπόλοιπο από τα κέρδη του βιβλιοπωλείου.

Υποθέτουμε ότι το αν η Αλέκα συμβάλει ή όχι στην πολιτική σταθερών τιμών, μπορεί να αποδειχθεί ενώπιον ενός δικαστηρίου, και έτσι οι υπό αίρεση μεταβιβαστικές πληρωμές (b) θεωρούμε ότι είναι εξωτερικά επιβαλλόμενες με αποτελεσματικό τρόπο και για τους δύο.

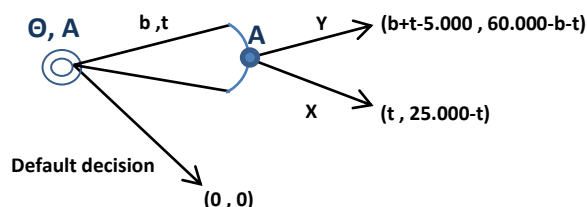
Η default decision (η αυτο-επιβαλλόμενη κατάσταση, αυτή δηλ. την οποία μπορεί να επιβάλλει μονομερώς ένα από τα μέρη), είναι να μην ανοίξουν το κατάστημα και έτσι η απόδοση και των δύο θα είναι μηδενική.

Αν οι δύο συνεργάτες συμφωνήσουν στο άνοιγμα του βιβλιοπωλείου, με την προτεινόμενη από τον Θεόφιλο προϋπόθεση, τότε η Αλέκα έχει να επιλέξει μεταξύ μιας υψηλής καταβαλλόμενης προσπάθειας εφαρμογής της πολιτικής των σταθερών τιμών που συμφωνήθηκε, και μιας χαμηλής σχετικής προσπάθειας.

Η Υψηλή (**Υ**) καταβαλλόμενη προσπάθεια συνεπάγεται ένα προσωπικό κόστος που αποτιμάται (με νομισματικές μονάδες) σε 5.000€, ενώ αντίθετα μια Χαμηλή (**Χ**) προσπάθεια της επιτρέπει να λειτουργεί σε αρμονία με τον φυσικό της χαρακτήρα και τις ιδεολογικές της αρχές, που είναι να συμπεριφέρεται με γενναιοδωρία προς τους πελάτες.

Η Υψηλή προσπάθεια σχετίζεται με ένα επίπεδο κερδών 60.000€ για το κατάστημα, ενώ η Χαμηλή προσπάθεια με 25.000€.

Διαγραμματικά το παίγνιο έχει την εξής εκτεταμένη μορφή παρουσίασης



Όπου,
 b : bonus της A
 t : ο μισθός της A
 Y : Υψηλή προσπάθεια
 X : Χαμηλή προσπάθεια

Διάγραμμα 43 – Συντάκταιροι στο βιβλιοπωλείο

Για την επίλυση αυτού του παιγνίου, αρχικά θα πρέπει να αναλυθεί η απόφαση της Αλέκας σχετικά με το επίπεδο της καταβαλλόμενης προσπάθειας που θα επιλέξει.

Για την Αλέκα υπάρχει ένας άπειρος αριθμός από κόμβους απόφασης, καθένας εκ των οποίων την οδηγεί σ' έναν άπειρο συνδυασμό τιμών για το ύψος του bonus και το ύψος του μισθού της.

Η Αλέκα, λοιπόν, έχει κίνητρο να καταβάλει μεγάλη προσπάθεια (Y) αν και μόνο αν:

$$b + t - 5.000 \geq t \Rightarrow b \geq 5.000\text{€}$$

Με άλλα λόγια, η Αλέκα δεν θα καταβάλει υψηλή προσπάθεια παρά μόνο αν το bonus που θα λάβει από την εν λόγω στρατηγική καλύπτει ικανοποιητικά τη *δυσφορία* (disutility) που της προκαλεί η στρατηγική αυτή. Σημειώνεται ότι το επίπεδο του μισθού, όπως φαίνεται και από την ανισότητα, δεν επηρεάζει την απόφασή της.

Η ανωτέρω ιδέα φαίνεται απλή και αυτονόητη, αλλά είναι πολύ σημαντική στο πεδίο της σύναψης συμβάσεων (συμφωνιών) και στα κίνητρα που καθορίζουν τη συμπεριφορά των συναλλασσομένων. Στη θεωρία παιγνίων αυτά τα κίνητρα χαρακτηρίζονται ως **High-Powered Incentives** (Κίνητρα Υψηλής Ισχύος) και το χαρακτηριστικό τους είναι ότι αντισταθμίζουν μια ανεπιθύμητη κατάσταση στην οποία πρόκειται να βρεθεί ένας παίκτης, με μια ίσης ή μεγαλύτερης αξίας απολαβή στην τελική απόδοση που λαμβάνει από την εν λόγω κατάσταση ο συγκεκριμένος παίκτης. Ουσιαστικά, αποτελούν κίνητρα αποτελεσματικής¹⁴² αποζημίωσης.

Μετακινούμενοι στον κόμβο κοινής απόφασης εφαρμόζουμε τη τυπική διαπραγματευτική λύση:

Αν η Αλέκα και ο Θεόφιλος, από κοινού, επιλέξουν bonus $b \geq 5.000\text{€}$ και συνεπώς η ορθολογική Αλέκα κατόπιν θα επιλέξει Υψηλή καταβαλλόμενη προσπάθεια, τότε η **κοινή αξία** των παικτών θα είναι: $b + t - 5000 + 60000 - b - t = 55.000\text{€}$

Αν από κοινού επιλέξουν bonus $b < 5.000\text{€}$, τότε η Αλέκα θα επιλέξει Χαμηλή καταβαλλόμενη προσπάθεια και ως εκ τούτου η **κοινή αξία** των παικτών θα είναι: $t + 25000 - t = 25.000\text{€}$

Συνεπώς, επειδή οι παίκτες έχουν κοινό συμφέρον να μεγιστοποιήσουν την **κοινή αξία** που πρόκειται να προκύψει από τη λειτουργία του βιβλιοπωλείου, θα επιλέξουν από κοινού (στον κόμβο κοινής απόφασης) bonus για την Αλέκα τουλάχιστον ίσο με 5.000€.

Επιπλέον, ο μισθός και το bonus καθορίζουν την κατανομή του **πλεονάσματος** (surplus), σύμφωνα με τις διαπραγματευτικές βαρύτητες των παικτών (π_θ και π_A , για τον Θεόφιλο και την Αλέκα, αντίστοιχα).

Το **πλεόνασμα**, όπως έχει αναφερθεί, είναι το άθροισμα των επιμέρους αποδόσεων των παικτών στον τερματικό κόμβο, μείον το άθροισμα των επιμέρους αποδόσεων στην default κατάσταση. Έτσι, $(b + t - 5000 + 60000 - b - t) - (0 + 0) = 55.000\text{€}$

Έτσι με βάση της διαπραγματευτικές βαρύτητες των παικτών η απόδοση της Αλέκας θα είναι: $u_A = 55.000 \cdot \pi_A$, ενώ η απόδοση του Θεόφιλου θα είναι: $u_\theta = 55.000 \cdot \pi_\theta$

Αν λοιπόν οι δύο συνεργάτες έχουν ίδια διαπραγματευτική ισχύ, δηλ. $\pi_\theta = \pi_A = \frac{1}{2}$, τότε $u_A = 55.000 \cdot \frac{1}{2} = 27.500$,

και επειδή $u_A = b + t - 5000 \Rightarrow 27.500 = 5.000 + t - 5.000 \Rightarrow t = 27.500\text{€}$

Η απόδοση του Θεόφιλου θα είναι $u_\theta = 60.000 - 5.000 - 27.500 = 27.500\text{€}$

Συνεπώς η **Διαπραγματευτική Ισορροπία** του παιγνίου επέρχεται με την κοινή απόφαση για το άνοιγμα του βιβλιοπωλείου, με κοινά καθοριζόμενο επίπεδο bonus (b) 5.000€ για

¹⁴² Ως εκλέπτυνση αναφέρεται ότι η αποτελεσματικότητά τους συναρτάται με το αν η συγκεκριμένη προς αποζημίωση συμπεριφορά του παίκτη είναι επαληθεύσιμη από τα άλλα μέρη ή από μια εξωτερική θεσμική αρχή επιβολής.

την Αλέκα, η οποία θα εργαστεί καταβάλλοντας υψηλή προσπάθεια τήρησης της πολιτικής των σταθερών τιμών που συμφωνήθηκε, και εφόσον οι δύο παίκτες έχουν ίση διαπραγματευτική ισχύ, το επίπεδο του ετήσιου σταθερού μισθού της θα είναι 27.500€. Το προσδοκώμενο ετήσιο εισόδημα του Θεόφιλου αναμένεται να είναι 27.500€.

4.12. Διαπραγματευτική Ισορροπία σε παίγνιο τριών παικτών.

Έχει ενδιαφέρον να δούμε την περίπτωση της προκύπτουσας διαπραγματευτικής ισορροπίας όταν στη διαπραγμάτευση συμμετέχουν τρία μέρη και οι κανόνες διαπραγμάτευσης διαφοροποιούνται.

Έστω, λοιπόν, ότι η Πηνελόπη, σκέφτεται να ανοίξει έναν μικρό βρεφονηπιακό σταθμό για τη φιλοξενία παιδιών βρεφικής ηλικίας. Κατά την εκτίμηση της Πηνελόπης, ο Γρηγόρης, συμφοιτητής της από τη βρεφονηπιακή Πανεπιστημιακή Σχολή, είναι απολύτως απαραίτητος για την επιχειρηματική επιτυχία του σχεδίου της. Η Αντιγόνη, επαγγελματίας οδηγός με λογιστικές γνώσεις, είναι αναγκαία για τη μεταφορά των βρεφών από και προς τον βρεφονηπιακό Σταθμό και χρήσιμη για την ενημέρωση των λογιστικών βιβλίων της επιχείρησης.

Τα τρία μέρη διαπραγματεύονται επί των μεταβιβαστικών πληρωμών (ετήσιες απολαβές) που θα διενεργεί η Πηνελόπη προς τον Γρηγόρη και την Αντιγόνη, αλλά και στο εάν τελικά οι δύο τελευταίοι θα συμμετέχουν στο επιχειρηματικό πλάνο της πρώτης.

Η επιχείρηση κατά την εκτίμηση της Πηνελόπης θα έχει ετήσια κέρδη 300.000€, ενώ υποθέτουμε ότι οι τρεις παίκτες έχουν ίσες διαπραγματευτικές βαρύτητες και επιπλέον και οι τρεις δεν έχουν, τουλάχιστον επί του παρόντος, κάποια εναλλακτική πρόταση εργασίας/απασχόλησης. Η συμμετοχή και των τριών είναι εκ των ων ουκ άνευ προϋπόθεση (*conditio sine qua non*) της έναρξης λειτουργίας του Σταθμού.

Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις διαπραγμάτευσης:

Α' Περίπτωση (ταυτόχρονη διαπραγμάτευση): Τα τρία μέρη συγκεντρώνονται την ίδια χρονική στιγμή και διαπραγματεύονται το σύνολο των θεμάτων (συμμετοχή ή μη στο επιχειρηματικό πλάνο και καθορισμός του ετήσιου μισθού των συμμετεχόντων).

Έστω ότι με x συμβολίζεται ο ετήσιος μισθός του Γρηγόρη και με y ο ετήσιος μισθός της Αντιγόνης. Με αυτά τα δεδομένα η Πηνελόπη σε περίπτωση συμφωνίας θα έχει ετήσιο κέρδος $300.000 - x - y$ ενώ σε περίπτωση διαφωνίας και οι τρεις συμμετέχοντες θα έχουν μηδενική απόδοση.

Στην περίπτωση λοιπόν που συμφωνούν και οι τρεις στη συμμετοχή τους στο επιχειρηματικό πλάνο, το πλεόνασμα (*surplus*) από τη συμφωνία είναι:

$$(300.000 - x - y + x - y) - (0 + 0 + 0) = 300.000€$$

Εφόσον αποφασίσουν να συμμετέχουν και οι τρεις στο επιχειρηματικό πλάνο της Πηνελόπης, οι συμμετέχοντες αν υποθέσουμε ότι έχουν την ίδια διαπραγματευτική ισχύ, δηλ.: $\pi_{\Pi} = \pi_{\Gamma} = \pi_{\Lambda} = \frac{1}{3}$, τότε η απόδοση του κάθε παίκτη στην ισορροπία είναι: $u_{\Pi} = u_{\Gamma} = u_{\Lambda} = 300.000 \cdot \frac{1}{3} = 100.000€$ και συνεπώς $x = y = 100.000€$

Περίπτωση Β' (διαδοχική διαπραγμάτευση): Η Πηνελόπη αποφασίζει να διαπραγματευτεί πρώτα με τον Γρηγόρη και κατόπιν με την Αντιγόνη.

Έτσι, πρώτα η Πηνελόπη με τον Γρηγόρη λαμβάνουν μια κοινή απόφαση για το εάν ο τελευταίος θα συμμετέχει στην επιχείρηση και κατόπιν καθορίζουν τον ετήσιο μισθό (μεταβιβαστική πληρωμή) που θα καταβάλει η πρώτη στον δεύτερο. Ένας από τους όρους

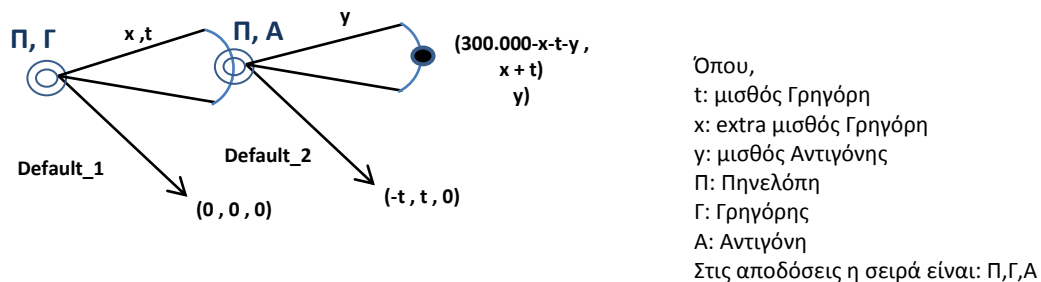
που θέτει ο Γρηγόρης, στην παρούσα φάση της διμερούς διαπραγμάτευσης, είναι να καθορισθεί ένας πάγιος ετήσιος μισθός t που θα λάβει είτε λειτουργήσει είτε όχι η επιχείρηση και κατόπιν, εφόσον και η Αντιγόνη συναινέσει στην συμμετοχή της, ο Γρηγόρης να λάβει μια πρόσθετη ετήσια αμοιβή x .

Μετά την πρώτη φάση διμερούς διαπραγμάτευσης (μεταξύ Πηνελόπης και Γρηγόρη), ακολουθεί η δεύτερη φάση διμερούς διαπραγμάτευσης μεταξύ της Πηνελόπης και της Αντιγόνης. Σ' αυτή τη φάση, τόσο η Πηνελόπη όσο και η Αντιγόνη έχουν πλήρη γνώση (complete knowledge) για τη διμερή συμφωνία της πρώτης φάσης. Ομοίως, όπως και προηγουμένως, η Πηνελόπη και η Αντιγόνη καθορίζουν από κοινού τον ετήσιο μισθό της δεύτερης καθώς και το εάν θα συμμετέχει ή όχι στην επιχείρηση.

Επισημαίνεται ότι η διαφωνία μεταξύ Πηνελόπης και Γρηγόρη επιφέρει μηδενική απόδοση και στους δύο, ενώ, επιπλέον, σ' αυτή την περίπτωση, δεν υπάρχει λόγος ανάδυσης της δεύτερης φάσης της διμερούς διαπραγμάτευσης. Αν όμως, κατά την πρώτη φάση της διμερούς διαπραγμάτευσης επέλθει συμφωνία, και εφόσον στη δεύτερη διμερή (μεταξύ Πηνελόπης και Αντιγόνης) υπάρξει διαφωνία, τότε η Πηνελόπη αντιμετωπίζει μια αρνητική απόδοση $-t$ (μιας και θα πρέπει να καταβάλει τον συμφωνημένο ετήσιο σταθερό μισθό στον Γρηγόρη), ο Γρηγόρης κερδίζει t και η Πηνελόπη λαμβάνει μηδενική απόδοση.

Θεωρούμε ότι οι παίκτες και σε αυτή την περίπτωση έχουν ισοδύναμη διαπραγματευτική ισχύ.

Η Περίπτωση Β' αποτυπώνεται στο κατωτέρω παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή.



Διάγραμμα 44 - Περίπτωση Β': Διαδοχική Διαπραγμάτευση

Ξεκινώντας από τη δεύτερη διμερή διαπραγμάτευση, η Πηνελόπη διαπραγματεύεται με την Αντιγόνη γνωρίζοντας και οι δύο τη συμφωνία που έχει επιτευχθεί κατά την πρώτη διμερή μεταξύ Πηνελόπης και Γρηγόρη (συμφωνία για t και x).

Εξετάζοντας τις αποδόσεις της Πηνελόπης και της Αντιγόνης, κατά τη δεύτερη διμερή, παρατηρείται ότι το **πλεόνασμα** (surplus) από την μεταξύ τους διαπραγμάτευση είναι :

$$[(300.000 - x - t - y) + y] - (-t + 0) = 300.000 - x$$

Σημειώνεται ότι το πλεόνασμα είναι η διαφορά της συνολικής (αθροιστικής) απόδοσης των δύο παικτών σε περίπτωση συμφωνίας, μείον της συνολικής (αθροιστικής) απόδοσης του σημείου διαφωνίας. Στην προκειμένη περίπτωση, η δεύτερη διμερής, εφόσον η Πηνελόπη έχει ήδη συμφωνήσει με τον Γρηγόρη, η απόδοση διαφωνίας της Πηνελόπης είναι $-t$ (δηλ. ο πάγιος μισθός του Γρηγόρη), ενώ της Αντιγόνης είναι μηδέν. Άρα, το σημείο διαφωνίας της δεύτερης διμερούς είναι $(-t, 0)$.

Επειδή η Πηνελόπη και η Αντιγόνη έχουν ίσες διαπραγματευτικές βαρύτητες ($\pi_{\Pi} = \pi_A = \frac{1}{2}$), η Τυπική Διαπραγματευτική Επίλυση υποδεικνύει ότι η διαπραγμάτευση στη δεύτερη

διμερή εάν ευοδωθεί θα αποφέρει απόδοση στην Πηνελόπη: $u_{\Pi} = \frac{1}{2}(300.000 - x) - t$, και η απόδοση της Αντιγόνης θα είναι: $u_A = \frac{1}{2}(300.000 - x)$.

Προβλέποντας αυτή την εξέλιξη η Πηνελόπη και ο Γρηγόρης, κατά την πρώτη διμερή, δηλ. στον αρχικό κόμβο του παιγνίου, γνωρίζουν ότι η Αντιγόνη κατά τη δεύτερη διμερή θα απαιτήσει το μισό του πλεονάσματος της δεύτερης διμερούς, δηλαδή θα απαιτήσει $u_A = 150.000 - \frac{x}{2}$ (δηλ. $y = 150.000 - \frac{x}{2}$).

Αφαιρώντας αυτή την αμοιβή, που προβλέπεται ότι θα απαιτήσει η Αντιγόνη, από το αρχικό πλεόνασμα (300.000€) διαπιστώνεται ότι το πραγματικό πλεόνασμα επί του οποίου διαπραγματεύονται η Πηνελόπη και ο Γρηγόρης στην πρώτη διμερή, είναι:

$$300.000 - \left(150.000 - \frac{x}{2}\right) = 150.000 + \frac{x}{2}$$

Άρα, στην πρώτη διμερή η Πηνελόπη και ο Γρηγόρης θα επιλέξουν $x \leq 300.000$ € προκειμένου να υπάρχει «διαπραγματευτικός» χώρος, δηλ. να υπάρχει διαπραγματευτικό απόθεμα κατά τη δεύτερη διμερή και άρα ενδεχόμενο συναίνεσης της Αντιγόνης.

Για την βελτιστοποίηση του εξ' αρχής προβλέψιμου αθροιστικού πλεονάσματος, η Πηνελόπη και ο Γρηγόρης θα επιλέξουν $x = 300.000$ € . Έτσι, το πλεόνασμα (με την πρωθύστερη νοητική επεξεργασία της εξέλιξης της δεύτερης διμερούς) στην αρχή του παιγνίου είναι: $150.000 + \frac{300.000}{2} = 300.000$ €.

Αυτό το πλεόνασμα θα ισοκαταμεληθεί μεταξύ της Πηνελόπης και του Γρηγόρη, καθώς θεωρήσαμε ότι έχουν ίση διαπραγματευτική ισχύ.

Άρα, η Διαπραγματευτική Ισορροπία του παιγνίου θα επέλθει όταν : $t = 150.000$ €, $u_{\Pi} = 150.000$ €, και $y = 0$ €

Δηλαδή, σύμφωνα με το μοντέλο μας, η Αντιγόνη έχει κίνητρο να συμμετέχει στην σύσταση της επιχείρησης παρότι το διαπραγματευτικό απόθεμα στη δεύτερη διμερή είναι μηδενικό.

Γενικότερα, σε μια τριμερή διαπραγμάτευση με διαδοχική ακολουθία δύο διμερών διαπραγματεύσεων, η κατανομή του διαπραγματευτικού διακυβεύματος γίνεται εξ' ολοκλήρου, υπό συνήθεις συνθήκες, στην πρώτη διμερή. Ο τρίτος λαμβάνει την οριακή εκείνη αξία που είναι ικανή για την απόσπαση της συναίνεσής του, η οποία εξαρτάται από τις εναλλακτικές που έχει σε περίπτωση διαφωνίας. Εφόσον στο παράδειγμά μας υποθέσαμε ότι στο σημείο διαφωνίας έχει μηδενική απόδοση (δηλ. δεν έχει εναλλακτική επαγγελματική πρόταση), αρκεί μια αμοιβή ακόμα κι ενός λεπτού του ευρώ προκειμένου ορθολογικά να συναινέσει.

Μια τέτοια έκβαση φαντάζει ως μη ρεαλιστική. Ακόμα και αν τη στιγμή της διαπραγμάτευσης το τρίτο μέρος -η Αντιγόνη- δεν έχει εναλλακτική επαγγελματική πρόταση, κάποιος θα μπορούσε να υποθέσει ότι η εναλλακτική της δεν είναι μηδέν αλλά το εν δυνάμει κόστος ευκαιρίας που θα απολέσει εφόσον ενταχθεί στο προτεινόμενο επιχειρηματικό σχήμα, και έτσι δεν θα είναι ελεύθερη να διαπραγματευτεί μια άλλη πρόταση που πιθανόν θα της γίνει στο μέλλον. Σε κάθε περίπτωση, αν αυτό το κόστος ευκαιρίας μπορεί να αποτιμηθεί (τόσο από την ίδια όσο και από τα άλλα μέρη) τότε αυτό θα είναι το επίπεδο αμοιβής που είναι αναγκαίο και ικανό για την απόσπαση της συναίνεσής της.

4.13. Δυναμικές Συμβάσεις

Σε καταστάσεις στρατηγικής αλληλεπίδρασης εμφανίζονται τρεις τάσεις, στις οποίες ήδη αναφερθήκαμε αναλυτικά:

(α) Σύγκρουση μεταξύ ατομικών και συλλογικών συμφερόντων.

(β) Στρατηγική αβεβαιότητα.

(γ) Ανεπαρκής συντονισμός.

Οι εν λόγω τάσεις κατά περίπτωση εμφανίζονται είτε μεμονωμένα είτε συνδυαζόμενες μεταξύ τους.

Η τάση της **σύγκρουσης ατομικού και συλλογικού συμφέροντος** εμφανίζεται όταν το ατομικό κόστος και το όφελος ενός παίκτη δεν είναι ίδιο με το συλλογικό κόστος και όφελος των εμπλεκόμενων σε μια συμφωνία. Αυτή η τάση μπορεί να έχει σοβαρή επίδραση αν συνδέεται με περιορισμούς στην εξωτερική επιβολή των συμφωνιών (-από ένα « τρίτο μέρος »- εκτός των άμεσα εμπλεκόμενων), όπως π.χ. όταν οι ενέργειες ή οι επιλογές των παικτών δεν μπορούν να **επαληθευτούν** (να προσδιοριστούν, να εκτιμηθούν ή να αξιολογηθούν) από μια εξωτερική αρχή επιβολής.

Η κλασική οικονομική θεωρία αντιμετωπίζει αυτή την τάση ως οφειλόμενη στην **ασύμμετρη πληροφόρηση** μεταξύ των συμβεβλημένων μερών ή ως συνέπεια των **αόριστων ή αόρατων αγορών**. Ως τέτοιες νοούνται οι περιπτώσεις αγαθών (όπως η ποιότητα του αέρα – ατμόσφαιρα) τα οποία δεν είναι διαπραγματεύσιμα στην αγορά αλλά σχετίζονται ουσιαστικά με την εξεταζόμενη αλληλεπίδραση των παικτών.

Οι **δυναμικές συμβάσεις** συχνά αναδεικνύουν μια ειδικότερη τάση μεταξύ ατομικού και κοινού (συλλογικού) συμφέροντος, που οφείλεται στον χρονισμό της επένδυσης (ή κάποιου μέρους της) σε σχέση με τη διαπραγμάτευση. Ένα δηλ. ένα μέρος της επένδυσης από κάποιον από τους εμπλεκόμενους έχει ήδη πραγματοποιηθεί, πριν ολοκληρωθεί ή πριν εκκινήσει η διαπραγματευτική διαδικασία.

Με απλούστερα λόγια, έστω ότι η επιτυχία ενός έργου (project) εξαρτάται από μια επένδυση από κάποιον παίκτη και επιπλέον από τη συμμετοχή (συνεισφορά, συνδρομή) κάποιου άλλου παίκτη. Ειδικότερα, το project απαιτεί το άτομο A να κάνει πρώτα μια επένδυση (σε χρήμα, χρόνο, κόπο κ.λ.π.) και αργότερα, αφού έχει ήδη γίνει η επένδυση από τον A, θα πρέπει να συναποφασιστεί αν θα συμμετέχει ή όχι το έτερο μέρος, ο παίκτης B. Ο παίκτης A μπορεί να έχει όφελος από την επένδυση αυτή μόνο εφόσον συνεργαστεί (υπογράψει ένα συμβόλαιο ή συμφωνήσει) με τον παίκτη B και αυτή η διαπραγμάτευση γίνεται εκ των υστέρων.

Αν ο παίκτης B χρησιμοποιήσει τη διαπραγματευτική του ισχύ για να λάβει το μέρος της απόδοσης που του αναλογεί, με τρόπο ώστε ο παίκτης A να μην καρπωθεί το όφελος που εκτιμά ότι θα έπρεπε να λάβει από την επένδυση, τότε ενδεχομένως ο A να μην έχει το κίνητρο να επενδύσει κατά την αρχική φάση του project. Μια τέτοια κατάσταση περιγράφεται ως το **«Πρόβλημα της Ομηρίας»** (hold-up problem), επειδή το άτομο B λαμβάνει ένα μέρος της απόδοσης (το μέρος εκείνο που υπερβαίνει αυτού που του αναλογεί με βάση την συνεισφορά του στο project) υπό την απειλή της μη επιτυχούς ολοκλήρωσης του project.

Γενικότερα, το **πρόβλημα ομηρίας** μπορεί να εμφανιστεί ακόμα κι αν τα μέρη έχουν συμβασιολογήσει τη σχέση τους, πριν την υλοποίηση της σχετικής επένδυσης. Σε μια τέτοια περίπτωση τα μέρη ενδεχομένως να επιθυμούν να δεσμευθούν με μια σύμβαση η οποία θα τους τιμωρεί από κοινού, αν ένα ή και τα δύο μέρη αποτύχουν στην εκπλήρωση των

υποχρεώσεων που τους αναλογούν προκειμένου να τελεσφορήσει το έργο (project). Αν αυτή η ανεπιθύμητη κατάσταση επέλθει, τότε οι παίκτες έχουν κίνητρο να επαναδιαπραγματευτούν το συμβόλαιο (σύμβαση / συμφωνία) προκειμένου να αποφύγουν την κοινή τιμωρία. Σ' αυτή την περίπτωση, η απειλή της τιμωρίας δεν είναι αξιόπιστη και για το λόγο αυτό, οι παίκτες, ενδεχομένως, να μην έχουν κίνητρο για να προβούν στην επένδυση.

Παράδειγμα στο «**Πρόβλημα της Ομηρίας**»¹⁴³

Δύο άτομα, ο Άγγελος και ο Βασίλης, αλληλεπιδρούν στη σχεδίαση ενός νέου προϊόντος. Ο Άγγελος είναι ένας εξαιρετικός επιστήμονας που μπορεί, με αρκετή καταβαλλόμενη προσπάθεια, να σχεδιάσει μια συσκευή για την θεραπεία μιας εξειδικευμένης ασθένειας. Έστω, λοιπόν, ότι ο Άγγελος είναι το μόνο άτομο που μπορεί να σχεδιάσει το νέο προϊόν, καθώς έχει βαθιά γνώση σε αρκετά σχετιζόμενα διεπιστημονικά πεδία και πολύ μεγάλη εργαστηριακή εμπειρία σε πειραματικές μεθόδους αντιμετώπισης της συγκεκριμένης ασθένειας. Υποθέτουμε ότι ο λαμπρός αυτός επιστήμονας δεν έχει ούτε το απαιτούμενο κεφάλαιο αλλά ούτε και εκείνες τις τεχνολογικές (μηχανολογικές – ηλεκτρονικές) γνώσεις που είναι απαραίτητες για την κατασκευή του νέου αυτού προϊόντος (συσκευής).

Ο Βασίλης, επικεφαλής μια μεγάλης εταιρείας κατασκευής εξειδικευμένων ιατρικών συσκευών είναι σε θέση να υλοποιήσει τις κατασκευαστικές προδιαγραφές του σχεδιαζόμενου μοντέλου της συσκευής και να της δώσει όλα εκείνα τα χαρακτηριστικά που θα την κάνουν εμπορεύσιμη στον εξειδικευμένο αυτό κλάδο της αγοράς.

Συνεπώς, η επιτυχία του project εξαρτάται από την κοινή συνεισφορά των δύο μερών. Στο παράδειγμα υποθέτουμε ότι ο Άγγελος και ο Βασίλης αλληλεπιδρούν σε τρεις περιόδους, ως ακολούθως:

Την Περίοδο 1, ο Άγγελος αποφασίζει για την ένταση της προσπάθειας που θα καταβάλει στον σχεδιασμό της συσκευής. Η προσπάθεια του Άγγελου, στην πραγματικότητα η ολοκλήρωση των σχεδιαστικών προδιαγραφών, παρατηρείται από τον Βασίλη.

Την Περίοδο 2, ο Άγγελος και ο Βασίλης συναντιούνται για να διαπραγματευτούν τη σύναψη ενός συμβολαίου που θα καθορίζει κάποιους όρους της συνεργασίας τους, βάσει των οποίων ο Βασίλης θα κατασκευάσει και θα προωθήσει στην αγορά τη συσκευή κατά την επόμενη περίοδο (Περίοδο 3).

Η εμπορική παραγωγή της συσκευής θα αποφέρει έσοδα στον Βασίλη, και μέρος αυτών των εσόδων θα δοθούν στον Άγγελο ως αμοιβή για τη σχεδιαστική σύλληψη της εξειδικευμένης ιατρικής συσκευής.

Το βασικό ερώτημα που τίθεται είναι αν ο Άγγελος έχει κίνητρο να επενδύσει (προσπάθεια σε όρους κόπου, χρόνου, μελέτης κ.λ.π.) αποδοτικά, με δεδομένο ότι η διαπραγμάτευση με τον Βασίλη θα γίνει μετά την ήδη καταβαλλόμενη από τον ίδιο προσπάθεια, και συνεπώς οι καρποί της επένδυσής του θα καθοριστούν μεταγενέστερα.

Σχηματικά, την Περίοδο 1 ο Άγγελος επιλέγει μεταξύ τριών εναλλακτικών στρατηγικών: «Υψηλής»-(Υ) έντασης καταβαλλόμενης προσπάθειας (επένδυση σε νοητικούς όρους) «Χαμηλής»-(Χ) έντασης, και «Αποχής»-(Απ). Η «Αποχή» συνεπάγεται ότι δεν επενδύει σε καταβαλλόμενη προσπάθεια (άρα η συσκευή δεν σχεδιάζεται) και ως εκ τούτου το παίγνιο ολοκληρώνεται, με τους δύο παίκτες να λαμβάνουν μηδενική απόδοση.

Αντίθετα, αν ο Άγγελος επιλέξει **Υ** ή **Χ**, τότε ο ίδιος καταβάλει ένα προσωπικό κόστος και το παίγνιο συνεχίζεται και την Περίοδο 2. Έστω ότι το προσωπικό κόστος «Χαμηλής»

¹⁴³ J. Watson (2007), Contract, Mechanism Design, and Technological Detail, *Econometrica*, 75: 55–81

προσπάθειας αποτιμάται σε μία (1) μονάδα και της «Υψηλής» προσπάθειας αποτιμάται σε δέκα (10) μονάδες.

Υποθέτουμε ότι η καταβαλλόμενη προσπάθεια από τον Άγγελο παρατηρείται από τον Βασίλη, αλλά δεν είναι επαληθεύσιμη (δεν μπορεί να αποδειχθεί) σε ένα δικαστήριο, και συνεπώς το επίπεδο της καταβαλλόμενης προσπάθειας δεν μπορεί ευθέως να καθορίσει μια επιβαλλόμενη νομική συνέπεια.

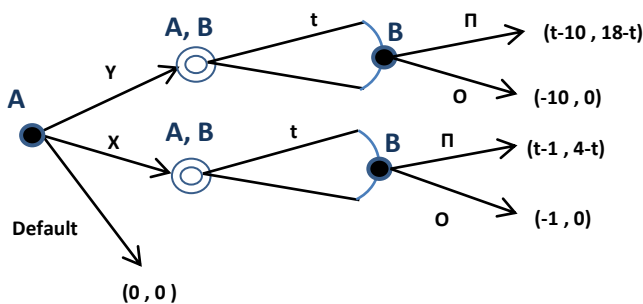
Την Περίοδο 2 ο Άγγελος και ο Βασίλης διαπραγματεύονται για τη σύναψη ενός συμβολαίου που θα καθορίζει τις μεταβιβαστικές πληρωμές σε νομισματικούς όρους (t), οι οποίες θα δοθούν από τον Βασίλη στον Άγγελο. Αυτή η πληρωμή είναι επαληθεύσιμη από έναν εξωτερικό θεσμό επιβολής (π.χ. από ένα αστικό δικαστήριο), αλλά το αναλογούν μερίδιο στον Άγγελο καταβάλλεται από τον Βασίλη **αν και μόνο αν** ο Βασίλης επιλέξει να προβεί στην παραγωγή της συσκευής κατά την Περίοδο 3.

Η default τιμή, έστω ότι είναι p και αντιπροσωπεύει το νομικά καθορισμένο κανόνα αμοιβής του Άγγελου στην περίπτωση που από κοινού, μαζί με τον Βασίλη, δεν καταλήξουν σε συμφωνία. Με άλλα λόγια, υπάρχει καθορισμένο νομικό πλαίσιο που δίνει τη δυνατότητα προστασίας της αρχικώς καταβαλλόμενης προσπάθειας του Άγγελου, ακόμα και στην περίπτωση που δεν υπάρξει μεταγενέστερα συμφωνία με τον αντισυμβαλλόμενο – ο οποίος δημιούργησε την προσδοκία και άρα το κίνητρο καταβολής προσπάθειας από τον πρώτο. Επιπλέον, όμως, υποθέτουμε ότι κατά την πάγια νομολογία των δικαστηρίων, η τιμή που επιδικάζεται είναι $p=0$ όταν ο αντισυμβαλλόμενος (στην προκειμένη περίπτωση ο Βασίλης) δεν εκμεταλλευτεί εμπορικά την προσπάθεια του όποιου εφευρέτη.

Θεωρούμε επίσης ότι οι δύο εμπλεκόμενοι έχουν ίσες διαπραγματευτικές βαρύτητες $\pi_A = \pi_B = \frac{1}{2}$.

Την Περίοδο 3, ο Βασίλης επιλέγει αν θα προβεί στην «Παραγωγή»-(Π) ή «Όχι»-(Ο) της συσκευής. Αν ο Βασίλης επιλέξει την «Παραγωγή» (Π), τότε καταβάλει το συμφωνημένο αντίτιμο (t) στον Άγγελο. Αν ο Βασίλης επιλέξει να μην προχωρήσει στην παραγωγή, και με δεδομένη την πάγια νομολογία των δικαστηρίων, δεν θα καταβάλει κάποια αμοιβή στον Άγγελο.

Έτσι, η επιλογή του Βασίλη για την παραγωγή της συσκευής είναι **επαληθεύσιμη**, και το συμβόλαιο απλώς περιγράφει τη νομισματική μεταβίβαση ως μια συνάρτηση αυτής της επιλογής.



- Όπου:
- A: Άγγελος
- B: Βασίλης
- Y: Υψηλή ένταση προσπάθειας
- X: Χαμηλή ένταση προσπάθειας
- t: Επίπεδο αμοιβής του A
- Π: Παραγωγή συσκευής
- Ο: Μη-Παραγωγή συσκευής
- Default: Μη επένδυση
- Σημείωση: Πρώτα εμφανίζεται η απόδοση του A.

Διάγραμμα 45 –Σχεδιασμός και εμπορική εκμετάλλευση ιατρικής συσκευής

Σε κάθε τερματικό κόμβο η απόδοση που λαμβάνει ο Άγγελος, στην περίπτωση που η συσκευή παραχθεί, είναι η πληρωμή t που λαμβάνει από τον Βασίλη μείον το προσωπικό κόστος που κατέβαλε για τον σχεδιασμό της συσκευής.

Η απόδοση του Βασίλη, στην περίπτωση που η συσκευή παραχθεί, είναι τα αναμενόμενα έσοδα από την εμπορική εκμετάλλευση της συσκευής μείον τη συμφωνημένη αμοιβή του Άγγελου.

Έστω, ότι τα αναμενόμενα έσοδα του Βασίλη από την παραγωγή είναι τέσσερις (4) μονάδες στην περίπτωση που ο Άγγελος επιλέξει Χαμηλή επένδυση (καταβαλλόμενης προσπάθεια σχεδίασης), και δεκαοκτώ (18) στην περίπτωση που ο Άγγελος επιλέξει Υψηλή επένδυση. Αν ο Βασίλης επιλέξει τελικά να μην προβεί στην παραγωγή της συσκευής, τότε τα έσοδα είναι μηδενικά, ανεξαρτήτως της προσπάθειας που έχει ήδη καταβάλει ο Άγγελος.

Σημειώνεται ότι έχει μεγαλύτερο κόστος για τον Άγγελο η επιλογή Υψηλής επένδυσης (Y) απ' ότι η Χαμηλή (X), αλλά η Υψηλή προσπάθεια οδηγεί σ' ένα καλύτερο ποιοτικά και σχεδιαστικά προϊόν το οποίο λόγω της υψηλότερης εμπορευσιμότητάς του αποδίδει ενισχυμένα έσοδα στον Βασίλη.

Έτσι, η αποδοτικότητα του project επέρχεται όταν ο Άγγελος επιλέξει Y και ο Βασίλης επιλέξει Π (Παραγωγή συσκευής), επειδή αυτή η έκβαση δημιουργεί την υψηλότερη **κοινή αξία**¹⁴⁴: $18 - 10 = 8$

Συγκριτικά, εάν ο Άγγελος επιλέξει Χαμηλή επένδυση και ο Βασίλης επιλέξει Παραγωγή τότε η κοινή αξία είναι: $4 - 1 = 3$

Το βασικό ερώτημα του όλου παιγνίου, λοιπόν, είναι αν ο Άγγελος έχει κίνητρο να επιλέξει Υψηλή επένδυση (Υψηλή καταβαλλόμενη προσπάθεια στην αρχική φάση του παιγνίου). Αν δηλαδή ο Άγγελος καρπώνεται σημαντικό μέρος της κοινής αποδοτικής επενδυτικής δράσης στην διαπραγματευτική ισορροπία (Negotiation Equilibrium) του παιγνίου.

Για την απάντηση αυτού του ερωτήματος χρησιμοποιούμε την «οπισθοβατική επαγωγή» και την «Τυπική Διαπραγματευτική Επίλυση», προκειμένου να προσδιορίσουμε την διαπραγματευτική ισορροπία του παιγνίου (Negotiation Equilibrium):

Ο Βασίλης έχει κίνητρο να επιλέξει Π (Παραγωγή) **αν και μόνο αν** τα έσοδά του από την παραγωγή υπερβαίνουν το τίμημα (t) που θα καταβάλει στον Άγγελο για την χρησιμοποίηση των σχεδιαστικών προδιαγραφών της συσκευής. Έτσι, αν $t > 18$ ο Βασίλης θα επιλέξει να μην προχωρήσει στην κατασκευή της συσκευής (O) ανεξάρτητα από το επίπεδο καταβαλλόμενης προσπάθειας που θα επιλέξει ο Άγγελος, δηλ. X, όπου τα έσοδα θα είναι 4 ή Y, όπου τα έσοδα θα είναι 18.

Αν $t < 4$, ο Βασίλης έχει κίνητρο να παράγει τη συσκευή ανεξαρτήτως του επιπέδου επένδυσης του Άγγελου.

Έτσι, αν $t \in [4, 18]$ τότε είναι ορθολογικό για τον Βασίλη να επιλέξει Π όταν ο Άγγελος επιλέξει Y (Υψηλή επένδυση), ενώ θα επιλέξει O (μη-παραγωγή) όταν ο Άγγελος επιλέξει X (Χαμηλή επένδυση).

Υποθέτουμε ότι όταν δεν υπάρχει συμβόλαιο (δεν υπάρχει συμφωνία) μεταξύ των A και B, ο νόμος δίνει στον A το αποκλειστικό δικαίωμα στην κατασκευή της συσκευής που βασίζεται στη δική του σχεδίαση (στο δικό του σχεδιαστικό μοντέλο). Έτσι, αν ο B επιλέξει Π χωρίς την έγκριση του A, τότε το δικαστήριο θα τιμωρήσει τον B με την μορφή μιας υποχρεωτικής καταβολής χρημάτων (μεταβιβαστική πληρωμή) στον A. Έστω ότι ο νόμος καθορίζει αυτή την ποινή στο ύψος των είκοσι (20) μονάδων. Στην περίπτωση αυτή ο B θα προβεί στην παραγωγή της συσκευής μόνο στην περίπτωση που έχει υπογράψει συμβόλαιο (έχει συμφωνήσει) με τον A. Συνεπώς η πρόβλεψη του νόμου και η εγνωσμένη πεποίθηση

¹⁴⁴ Όπως έχει ήδη δειχθεί στον υπολογισμό της κοινής αξίας δεν μετέχουν οι μεταβιβαστικές πληρωμές.

των διαπραγματευόμενων μερών ότι η επιβολή του είναι δεδομένη, αποτρέπει τον **B** από το να λειτουργήσει ως **free rider** (δηλ. να εκμεταλλευτεί χωρίς αντίτιμο την επένδυση του **A**) και ταυτόχρονα προστατεύει τον **A** από μια τέτοια ενδεχόμενη συμπεριφορά του **B**. Μια τέτοια νομοθετική ρύθμιση ωθεί τα εμπλεκόμενα μέρη στο τραπέζι των διαπραγματεύσεων και αποτρέπει τον **B** από καιροσκοπικές μονομερείς ενέργειες.

Για την ανάλυση της διαπραγματευτικής διαδικασίας, ξεκινάμε από την Περίοδο 2 και εξετάζουμε ξεχωριστά την περίπτωση στην οποία ο Άγγελος επιλέγει **Y** (Υψηλή προσπάθεια) και την περίπτωση που επιλέγει **X** (Χαμηλή προσπάθεια) κατά την πρώτη περίοδο (Περίοδο 1).

Αν, λοιπόν, ο Άγγελος έχει ήδη επιλέξει **X** κατά την πρώτη περίοδο, τότε οι εμπλεκόμενοι θα διαπραγματευτούν επί του **πλεονάσματος** που αυτή η επιλογή θα τους αποφέρει από κοινού, δηλ. θα διαπραγματευτούν για τις τέσσερις (4) μονάδες τις αξίας που γεννά για τους εμπλεκόμενους η εμπορική εκμετάλλευση της συσκευής (χαμηλής ποιότητας).

Έτσι, όταν ο **A** επιλέξει **X**, και η αμοιβή του **A** διαπραγματεύεται στο διάστημα $t \in [4, 18]$ και με δεδομένη την αποτελεσματική δικαστική προστασία, ο **B** θα επιλέξει να μην προχωρήσει στην κατασκευή της συσκευής και συνεπώς οι τελικές αποδόσεις των εμπλεκόμενων θα είναι -1 για τον Άγγελο (γιατί έχει ήδη επενδύσει σε καταβαλλόμενη προσπάθεια) και μηδέν για τον Βασίλη. Η **κοινή αξία** αυτής της έκβασης είναι $-1 + 0 = -1$.

Αντίθετα, αν διαπραγματευτούν επί μιας τιμής $t \in [0, 4]$ και συμφωνήσουν (σε μια καθορισμένη τιμή εντός αυτού του διαστήματος), οι παίκτες γνωρίζουν ότι ο Βασίλης θα επιλέξει να προβεί στην παραγωγή της συσκευής και συνεπώς η **κοινή αξία** αυτής της έκβασης θα είναι: $4 - 1 = 3$.

Το **πλεόνασμα**, όπως έχει ήδη αναφερθεί, είναι η διαφορά μεταξύ της **κοινής αξίας** από την παραγωγή της συσκευής χαμηλής ποιότητας **μείον** της **κοινής αξίας** από την μη παραγωγή της συσκευής, δηλ. $3 - (-1) = 4$.

Ισοδύναμη διαπραγματευτική ισχύς για τους δύο εμπλεκόμενους σημαίνει ότι το πλεόνασμα θα καταμεληθεί ισομερώς στους δύο παίκτες και έτσι η καθοριζόμενη μεταβιβαστική πληρωμή (t) θα είναι $t = 4 \cdot \pi_A = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$. Συνεπώς, ο Άγγελος όταν επενδύσει **X** θα λάβει τελική απόδοση: $u_A^X = t - 1 = 2 - 1 = 1$, ενώ ο Βασίλης $u_B^X = 4 - t = 4 - 2 = 2$.

Αν τώρα ο Άγγελος (κατά την πρώτη περίοδο) επιλέξει **Y**, και η αμοιβή του **A** διαπραγματεύεται στο διάστημα $t > 18$ και με δεδομένη την αποτελεσματική δικαστική προστασία, ο **B** θα επιλέξει να μην προχωρήσει στην κατασκευή της συσκευής και συνεπώς οι τελικές αποδόσεις των εμπλεκόμενων θα είναι -10 για τον Άγγελο (γιατί έχει ήδη επενδύσει σε καταβαλλόμενη προσπάθεια) και μηδέν για τον Βασίλη. Η **κοινή αξία** αυτής της έκβασης είναι $-10 + 0 = -10$.

Αντίθετα, αν διαπραγματευτούν επί μιας τιμής $t \in [0, 18]$ και συμφωνήσουν (σε μια καθορισμένη τιμή εντός αυτού του διαστήματος), οι παίκτες γνωρίζουν ότι ο Βασίλης θα επιλέξει να προβεί στην παραγωγή της συσκευής και συνεπώς η **κοινή αξία** αυτής της έκβασης θα είναι: $18 - 10 = 8$.

Στην περίπτωση δηλαδή που ο **A** επιλέξει **Y** τότε το **πλεόνασμα** θα είναι: $8 - (-10) = 18$.

Με ισοδύναμη διαπραγματευτική ισχύ το πλεόνασμα θα καταμεληθεί εξίσου (ισομερώς) και στους δύο εμπλεκόμενους, και έτσι: $t = 18 \cdot \pi_A = 18 \cdot \frac{1}{2} = 9$. Συνεπώς, ο Άγγελος όταν

επενδύσει Y θα λάβει τελική απόδοση: $u_A^Y = t - 10 = 9 - 10 = -1$, ενώ ο Βασίλης $u_B^Y = 18 - t = 18 - 9 = 9$.

Στρέφοντας το βλέμμα μας στην Περίοδο 1, όπου ο Άγγελος καλείται να επιλέξει μεταξύ Υψηλής και Χαμηλής επένδυσης (προσπάθειας), διαπιστώνουμε ότι ο Άγγελος διαβλέπει ότι δεν έχει κίνητρο να καταβάλει Υψηλή προσπάθεια. Είναι αξιοσημείωτο ότι η μόνη ορθολογική επιλογή είναι η επένδυση σε **Χαμηλή προσπάθεια**, επειδή αυτή είναι η μόνη επιλογή που του αποφέρει μια τελική θετική απολαβή.

Αυτό το παράδειγμα περιγράφει αναλυτικά ένα γενικό φαινόμενο σε συγκεκριμένες διαπραγματευτικές συγκυρίες, που όπως προαναφέραμε καλείται το «**Πρόβλημα της Ομηρίας**».

Η *ομηρία* έγκειται στο ότι ένα από τα εμπλεκόμενα μέρη χρησιμοποιεί την διαπραγματευτική του ισχύ για να καρπωθεί ένα σημαντικό μερίδιο της αποζημίωσης του άλλου μέρους (το οποίο έχει ήδη επενδύσει), εκμεταλλευόμενος την αξιόπιστη απειλή μιας ενέργειας (ή ομοίως, μιας παράλειψης, δηλ. μη-παραγωγή) που μπορεί να επιβάλει μονομερώς.

Διαβλέποντας το «ευάλωτο» μέρος αυτό το ενδεχόμενο, δηλ. να μην καρπωθεί το όφελος που του αναλογεί από την αρχική του επένδυση, έχει κίνητρο να επενδύσει λιγότερο (υποβέλτιστα) από ότι θα απαιτούσε το αποδοτικό επίπεδο επένδυσης.

Αυτή λοιπόν είναι μια κατάσταση **ομηρίας** που καταλήγει σε υποβέλτιστες στρατηγικές επιλογές οι οποίες όμως στηρίζονται σε ατομικώς ορθολογικές συμπεριφορές.

Για την απεμπλοκή των παικτών από μια τέτοια υποβέλτιστη κατάσταση στρατηγικής ισορροπίας υπάρχει ποικιλία τεχνικών ή τεχνασμάτων.

Μια από τις βασικές υποθέσεις που κάναμε στο παράδειγμά μας είναι ότι οι παίκτες γνωρίζουν ότι θα συναντηθούν στο τραπέζι των διαπραγματεύσεων μόνο την Περίοδο 2, αφού δηλ. έχει γίνει ήδη η επένδυση από τον Α. Ενδεχομένως, αυτός ο περιορισμός να μην είναι και τόσο ρεαλιστικός, καθώς πριν ένα μέρος προβεί σε μια αξιοσημείωτη επένδυση φροντίζει να έχει διαπραγματευτεί με εκείνους που ενδιαφέρονται να συμβάλουν στην αξιοποίησή της.

Αν υποθέσουμε ότι ο Άγγελος και ο Βασίλης συναντιούνται πριν την επένδυση του πρώτου, και οριοθετούν τους στόχους του project που ο καθένας έχει στο νου του ως βέλτιστη έκβαση, τότε θα μπορούσαν να συνδιαμορφώσουν ένα πλαίσιο εξέλιξης του παιχνιδιού που θα έδινε και στους δύο το κίνητρο να στραφούν προς εκείνες τις στρατηγικές που κρίνονται ως αποδοτικότερες.

Έτσι, μπορεί ο Βασίλης να δηλώσει ότι προτίθεται να επιλέξει τη στρατηγική της κατασκευής της συσκευής που θα σχεδιάσει ο Άγγελος, αλλά μόνο στην περίπτωση που η αμοιβή που θα καταβάλει στον Άγγελο θα είναι μικρότερη από μια ορισμένη τιμή. Επιπλέον, αν η τιμή είναι αρκετά υψηλή –αλλά όχι πολύ υψηλή– τότε ο ίδιος θα εξετάσει το ενδεχόμενο κατασκευής της συσκευής, εφόσον όμως ο Άγγελος έχει επιλέξει να επενδύσει σε Υψηλή καταβαλλόμενη προσπάθεια. Με τον τρόπο αυτό ο Άγγελος γνωρίζει ότι θα επιτύχει μια αρκετά υψηλή αμοιβή **αν και μόνο αν** επιλέξει Y , κατάσταση που τον παρακινεί να επιλέξει Y και όχι X . Ορθολογικά σκεπτόμενος και γνωρίζοντας ότι η εκπεφρασμένη βούληση του Βασίλη συνάδει με μια κατάσταση αποδοτικότερης έκβασης και για τους δύο, αμβλύνεται ως ένα βαθμό η κατάσταση ομηρίας που δημιουργείται χωρίς αυτή τη συνάντηση. Βέβαια, η τεχνική της άτυπης αρχικής συμφωνίας δεν διασφαλίζει κάποιο από τα διαπραγματευόμενα μέρη αλλά δείχνει ότι ο χρονισμός της επικοινωνίας

είναι ένας παράγοντας που συμβάλει στην **άμβλυνση της στρατηγικής αβεβαιότητας** που τα δύο μέρη αντιμετωπίζουν, κατάσταση που τα οδηγεί σε υποβέλτιστες στρατηγικές αποφάσεις.

Ο Watson¹⁴⁵ εξετάζοντας διάφορες τεχνικές, περιορισμούς και προϋποθέσεις διαπιστώνει ότι στη γενική της μορφή μια **κατάσταση ομηρίας** δεν επιλύεται με τη σύναψη ενός συμβολαίου στην αρχική φάση ενός τέτοιου παιγνίου, δηλ. πριν την αρχική επένδυση από το ένα μέρος, και με την προοπτική επαναδιαπραγμάτευσης του συμβολαίου αυτού σε μεταγενέστερη φάση. Υποστηρίζει, ότι όσο η απόφαση επένδυσης από το ένα μέρος δεν είναι επαληθεύσιμη, δεν υπάρχει τρόπος διατύπωσης ενός συμβολαίου που να δίνει στο μέρος αυτό ένα ισχυρό κίνητρο για να επενδύσει σε εκείνη την έκβαση που κρίνεται ως αποδοτικότερη. Αντίθετα, μια τέτοια πρόβλεψη (συμβόλαιο πριν την επένδυση, με ρήτρα επαναδιαπραγμάτευσης σε κάποια συγκεκριμένη μεταγενέστερη φάση) ωφελεί εκείνο το μέρος που γίνεται αποδέκτης (αγοραστής) της επένδυσης του άλλου μέρους, γιατί του επιτρέπει, επανεκτιμώντας τα δεδομένα, να αποφασίσει μονομερώς για την επιλογή που του αποφέρει υψηλότερη χρησιμότητα.

Ένα γενικό συμπέρασμα πάντως είναι ότι δίνοντας στον «αγοραστή» (στο παράδειγμα, στον Βασίλη) το κίνητρο να πληρώσει μόνο στην περίπτωση που ένα αγαθό ή μια υπηρεσία είναι υψηλής ποιότητας, παρέχεται στον «πωλητή» (στο παράδειγμα, στον Άγγελο) το κίνητρο να προβεί σε επενδύσεις που εγγυώνται υψηλής ποιότητας αγαθά ή υπηρεσίες.

4.14. Επενδύσεις και ιδιοκτησιακά δικαιώματα.

Τα συμβόλαια που περιέχουν αιρέσεις και ρήτρες επαναδιαπραγμάτευσης είναι πολύπλοκα και απαιτούν πολλές λεπτομερείς αναφορές. Μερικοί οικονομολόγοι υποστηρίζουν ότι υπάρχουν περιορισμοί στη συγγραφή τέτοιων λεπτομερών συμβολαίων είτε επειδή η σύνταξή τους είναι δαπανηρή (π.χ. υψηλή αμοιβή που απαιτούν οι δικηγόροι) είτε επειδή είναι δύσκολο να περιγραφούν λεπτομερώς και με σαφήνεια τόσο οι αιρέσεις όσο και οι ρήτρες επαναδιαπραγμάτευσης είτε, ακόμα, επειδή είναι δύσκολο να προβλεφθεί κάθε ενδεχόμενο που είναι πιθανό να ανακύψει κατά την φάση υλοποίησης του συμβολαίου.

Κάποιο υποσύνολο των οικονομολόγων που έχουν αυτή την άποψη, υποστηρίζουν ωστόσο ότι τα αντισυμβαλλόμενα μέρη μπορούν να καταλήξουν σε αποδοτικές συμφωνίες επί μη επαληθεύσιμων επενδύσεων εφόσον είναι κατάλληλα προσδιορισμένο το ιδιοκτησιακό καθεστώς του υπό διαπραγμάτευση αντικειμένου. Υποστηρίζουν, δηλαδή, ότι το **ιδιοκτησιακό δικαίωμα** έχει σημαντική επίπτωση τόσο στα επενδυτικά κίνητρα όσο και στην εμφάνιση ή μη του προβλήματος της ομηρίας.

Ιδιοκτησιακό δικαίωμα, σημαίνει ότι ο κάτοχος ενός αντικειμένου¹⁴⁶ έχει αποκλειστικό δικαίωμα χρήσης του αντικειμένου αυτού, αλλά και του εισοδήματος (γενικά, της χρησιμότητας) που αυτό δημιουργεί από την εκμετάλλευσή του.

Η ταυτότητα λοιπόν της οντότητας που έχει το ιδιοκτησιακό δικαίωμα, σαφώς και επηρεάζει τα επενδυτικά κίνητρα των εμπλεκομένων σε μια διαπραγματευτική διαδικασία. Για να γίνει κατανοητό, χρησιμοποιούμε το παράδειγμα της ομηρίας που αναφέρθηκε στο project της εξειδικευμένης ιατρικής συσκευής με την αναγκαία τροποποίηση ότι η επενδυτική προσπάθεια του Άγγελου (Y ή X) ισοδυναμεί με την παραμετροποίηση ενός

¹⁴⁵ Watson (2007), σελ. 278-281, αλλά και στο Watson J και Wignall C., Hold-up and Durable Trading Opportunities, Department of Economics, UCSD, UC San Diego (2009).

¹⁴⁶ Το οποίο δεν είναι απαραίτητο να έχει αποκλειστικά υλική υπόσταση.

υφιστάμενου μοντέλου συσκευής. Είναι λογικό ο Άγγελος να έχει διαφορετικά επενδυτικά κίνητρα αν το μοντέλο επί του οποίου θα επενδύσει (κόπο παραμετροποίησης) είναι δικής του ιδιοκτησίας ή αν είναι ιδιοκτησίας του κατασκευαστή της συσκευής για ευρεία εμπορική χρήση (στο παράδειγμά μας, του Βασίλη).

Εάν, λοιπόν, το μοντέλο είναι ιδιοκτησίας του Βασίλη, τότε το πρόβλημα της ομηρίας διατηρείται σύμφωνα με το βασικό υπόδειγμα που αναπτύχθηκε στην προηγούμενη ενότητα. Αντίθετα, αν το μοντέλο είναι ιδιοκτησίας του Άγγελου, τότε τα κίνητρα του τελευταίου βελτιώνονται υπό κάποιες προϋποθέσεις. Έτσι, αν στην αγορά υπάρχουν εταιρείες αντίστοιχες με αυτή που εκπροσωπεί ο Βασίλης, ο Άγγελος θα έχει τη δυνατότητα -σε περίπτωση που δεν συμφωνήσει με τον Βασίλη- να διαπραγματευτεί την εμπορική εκμετάλλευση της αρχικής του επένδυσης με κάποια άλλη ενδιαφερόμενη εταιρεία. Τονίζεται, βέβαια, ότι υπάρχει το ενδεχόμενο ακόμα κι όταν το μοντέλο ανήκει στον αρχικό επενδυτή η εμπορική του εκμετάλλευση από κάποιον άλλον κατασκευαστή να μην είναι τόσο αποδοτική όσο θα ήταν αν γινόταν από την εταιρεία του Βασίλη. Με άλλα λόγια, πέραν της ιδιοκτησιακής υπαγωγής, σημαντικό ρόλο στην εμφάνιση ή στην άμβλυνση του προβλήματος της ομηρίας διαδραματίζει και η ειδικότερη ή γενικότερη μορφή της επένδυσης. Μια αρχική επένδυση που καθίσταται αποδοτική μόνο υπό συγκεκριμένες προϋποθέσεις και από συγκεκριμένους «αγοραστές», άρα μια **ειδικότερη** επένδυση, δεν αμβλύνει το πρόβλημα της ομηρίας όπως παρουσιάστηκε στη γενική του μορφή. Αντίθετα, μια **γενική** επένδυση, που καθίσταται λιγότερο ή περισσότερο αποδοτική μεταξύ πολλών εν δυνάμει «αγοραστών», δίνει ισχυρότερα κίνητρα στον αρχικό επενδυτή.

Κατά τον Watson¹⁴⁷ η ανάλυση του ιδιοκτησιακού δικαιώματος ενός περιουσιακού στοιχείου επί του οποίου γίνεται μια επένδυση, μάς παρέχει πολλά μαθήματα στρατηγικής αλληλεπίδρασης:

(α) Το ιδιοκτησιακό δικαίωμα μάς κατευθύνει στην αναγνώριση του πότε μια σημερινή επένδυση επηρεάζει την αξία μιας μελλοντικής επιχειρηματικής σχέσης. Αποδεικνύεται ότι μια επένδυση ακόμα και σε ένα αντικείμενο με ιδιοκτησιακό δικαίωμα είναι αμφίβολη όταν δημιουργεί καταστάσεις ομηρίας.

(β) **Η απόδοση μιας επενδυτικής πρωτοβουλίας εξαρτάται από τον ειδικότερο ή γενικότερο χαρακτήρα της.** Αποδεικνύεται ότι η δόμηση μιας σχέσης μεταξύ δύο μερών στην οποία το ένα μέρος κάνει μια **γενική** επένδυση (μια επένδυση που μπορεί να χρησιμοποιηθεί από πολλούς ή με πολλούς τρόπους) και το άλλο μέρος μια **ειδική**, ευνοεί διαπραγματευτικά το πρώτο μέρος. Η διάκριση αυτή, μεταξύ γενικών και ειδικών επενδυτικών πρωτοβουλιών, συχνά αναδύεται στις εργασιακές σχέσεις όταν για παράδειγμα εξετάζεται το προφίλ (γενικότερα εργασιακά προσόντα vs εξειδικευμένα προσόντα) κάποιων υπό απόλυση εργαζομένων από μια επιχείρηση. Ένα αντίστοιχο παράδειγμα είναι η ευελιξία εύρεσης εργασίας μεταξύ εργαζομένων με γενικότερες ή ειδικότερες εργασιακές δεξιότητες.

(γ) Είναι χρήσιμη και αποδοτική για το ένα από τα διαπραγματευόμενα μέρη η εμπλοκή του σε μια διαπραγματευτική διαδικασία όταν το μέρος αυτό κατά τη φάση της διαπραγμάτευσης έχει και άλλες εναλλακτικές ευκαιρίες.

¹⁴⁷ Watson (2013) σελ. 283

Ενότητα 5 – Επαναλαμβανόμενα Παίγνια και ο μηχανισμός της Φήμης

5.1. Διαρκείς σχέσεις και Φήμη.

Οι οντότητες (άνθρωποι, ομάδες συμφερόντων, πολιτικά κόμματα, Κράτη κ.λ.π.) αλληλεπιδρούν με **διαρκείς σχέσεις**. Οι εργαζόμενοι και οι εργοδότες συνάπτουν εργασιακές σχέσεις που συχνά διαρκούν αρκετό χρονικό διάστημα. Τα συνδικαλιστικά όργανα των δημοσίων υπαλλήλων αλληλεπιδρούν διαρκώς με τους εκπροσώπους της εκάστοτε Κυβέρνησης. Τα πολιτικά κόμματα συγκρούονται ή συνεργάζονται στο πλαίσιο των εργασιών της Βουλής. Τα Κράτη ανταγωνίζονται μεταξύ τους σχετικά με το επίπεδο των δασμών γνωρίζοντας ότι η δασμολογική πολιτική του ενός επηρεάζει τις αντίστοιχες πολιτικές των υπολοίπων. Οι εταιρείες γνωρίζουν ότι δεν συμμετέχουν σε στατικά παίγνια αλλά σε ανταγωνιστικά ή συνεργατικά παίγνια που αναπτύσσονται σε καθημερινή βάση.

Σε όλες αυτές τις **δυναμικές καταστάσεις**, ο τρόπος με τον οποίο τα διάφορα μέρη συμπεριφέρονται σε μια δεδομένη στιγμή επηρεάζεται από την απόφαση που έλαβε το κάθε μέρος στο παρελθόν. Οι παίκτες, σε κάθε δεδομένη στιγμή, εξαρτούν τις αποφάσεις τους από το ιστορικό προηγούμενο των μεταξύ τους σχέσεων.

Έτσι, ο εργαζόμενος έχει κίνητρο να επιλέξει να εργαστεί με μεγαλύτερη επιμέλεια αν ο εργοδότης του του έδωσε ένα απρόσμενο bonus κατά τον προηγούμενο μήνα. Ένα κράτος μπορεί να αποφασίσει να μειώσει το επίπεδο των δασμών εισαγωγής, αν ο εμπορικός του εταίρος έχει υιοθετήσει αντίστοιχους χαμηλότερους δασμούς εισαγωγής κατά το παρελθόν. Η αστυνομία υιοθετεί ήπια στάση για την προστασία της δημόσιας τάξης όταν οι διαδηλωτές, περιφρουρώντας την πικετοφορία τους, προστατεύουν οι ίδιοι τη δημόσια τάξη κ.ο.κ.

Γενικά, όταν τα εμπλεκόμενα μέρη αποφασίζουν για τη συμπεριφορά που θα υιοθετήσουν σε μια διαρκή σχέση, λαμβάνουν πάντα υπόψη τους ότι η συμπεριφορά του ενός κατά το παρελθόν επηρεάζει τη μελλοντική δράση των άλλων, και αντίστροφα.

Σε μια διαρκή σχέση, οι εμπλεκόμενες οντότητες κάποιες φορές έχουν κίνητρο να απεμπολήσουν ένα μικρό αλλά άμεσο κέρδος εξαιτίας της απειλής μελλοντικών αντιποίνων από τις άλλες εμπλεκόμενες οντότητες.

Για παράδειγμα, έστω ένας συγκεκριμένος καταναλωτής ο οποίος αγοράζει τα ζαρζαβατικά της εβδομάδας του από έναν συγκεκριμένο παραγωγό της τοπικής λαϊκής αγοράς. Ο παραγωγός γνωρίζοντας αυτή τη διαρκή σχέση που έχει αναπτύξει με τον συγκεκριμένο καταναλωτή, προτιμά την ημέρα που δεν έχει αρκετά καλό εμπόρευμα να αποτρέψει τον καταναλωτή από την αγορά του, απεμπολώντας έτσι ένα άμεσο αλλά πρόσκαιρο κέρδος, γιατί γνωρίζει ότι αν απογοητεύσει τον πελάτη του μια φορά ενδεχομένως να τον χάσει για πάντα.

Η συμπεριφορά που προτάσσει το μακροχρόνιο συμφέρον έναντι του πρόσκαιρου, το οποίο μπορεί να φαλκιδεύσει την μελλοντική πορεία μιας σχέσης, εμφανίζεται όταν τα μέρη ενδιαφέρονται για να δημιουργήσουν και να διατηρήσουν μια **«φήμη»** (reputation) η οποία θα τους φανεί χρήσιμη στο μέλλον.

Ο όρος **φήμη** χρησιμοποιείται στη θεωρία παιγνίων για να περιγράψει τον τρόπο με τον οποίο η ενέργεια (δράση, απόφαση) μιας οντότητας κατά το παρελθόν επηρεάζει τις μελλοντικές πεποιθήσεις και συμπεριφορές των άλλων μερών σε μια διαρκή σχέση (διαρκή ή επαναλαμβανόμενη αλληλεπίδραση).

Το μέλημα για τη διατήρηση της **φήμης** μπορεί να παρακινεί τα μέρη (μιας επαναλαμβανόμενης αλληλεπίδρασης) να συνεργάζονται αρμονικά μεταξύ τους ακόμα κι

αν μια τέτοια συνεπής συμπεριφορά, κάποιες φορές (σε κάποιες φάσεις της σχέσης), τους αποστερεί τη δυνατότητα απολαβής κάποιων βραχυπρόθεσμων κερδών.

Ένα, λοιπόν, από τα μεγάλα επιτεύγματα της θεωρίας παιγνίων είναι ότι παρέχει ένα πλαίσιο για την κατανόηση του τρόπου με τον οποίο η δημιουργία και η διατήρηση της φήμης μπορούν να υποστηρίξουν αποτελεσματικά κάποιες συνεργατικές καταστάσεις¹⁴⁸.

Ο καλύτερος τρόπος μελέτης της αλληλεπίδρασης μεταξύ **άμεσων κερδών** και **μακροχρόνιων κινήτρων** είναι με την ανάλυση των **επαναλαμβανόμενων παιγνίων** (repeated games).

5.2. Επαναλαμβανόμενα Παίγνια Πεπερασμένων Γύρων.

Τα επαναλαμβανόμενα παίγνια είναι μια ειδική κατηγορία **δυναμικών παιγνίων**. Ουσιαστικά, ένα επαναλαμβανόμενο παίγνιο (repeated game) είναι ένα στατικό παίγνιο πλήρους πληροφόρησης που παίζεται πολλές φορές, δηλ. επαναλαμβάνεται σε πολλούς γύρους.

Έτσι, ένα στατικό παίγνιο που παίζεται σε διακριτές περιόδους από τις ίδιες οντότητες αποκαλείται επαναλαμβανόμενο παίγνιο.

Έστω ότι με t συμβολίζουμε μια δεδομένη περίοδο ενός επαναλαμβανόμενου παιγνίου και έστω ότι ο συνολικός αριθμός των περιόδων που συνθέτουν αυτό το παίγνιο είναι T . Ο συνολικός αριθμός των περιόδων (T) μπορεί να είναι ένας πεπερασμένος αριθμός ή μπορεί να είναι το άπειρο, το οποίο σημαίνει ότι οι παίκτες αλληλεπιδρούν αενάως κατά τη διάρκεια ανάλυσης του παιγνίου.

Σε κάθε περίοδο (t), οι παίκτες συμμετέχουν σ' ένα στατικό παίγνιο όπου ταυτόχρονα και ανεξάρτητα ο καθένας από τους υπολοίπους επιλέγουν μια δράση (ενέργεια). Αυτές οι δράσεις (αποφάσεις) οδηγούν σε μια απόδοση για κάθε παίκτη, που αφορά στη συγκεκριμένη φάση (στάδιο) του παιγνίου. Απομονώνοντας μια περίοδο έχουμε ένα μεμονωμένο **παίγνιο γύρου** (stage game) ή **συστατικό παίγνιο** (constituent game), όπως λέγεται.

Το **παίγνιο γύρου** (ή αλλιώς, μια φάση του παιγνίου) συμβολίζεται με $\{A, u\}$, όπου:

$A = A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$, είναι το σύνολο των προφίλ δράσεων και $u_i(a)$ είναι η απόδοση του παίκτη i στο συγκεκριμένο παίγνιο γύρου (φάση) όταν επιλέγεται η δράση a .

Σε κάθε περίοδο οι παίκτες παίζουν το ίδιο παίγνιο γύρου. Η συνολική απόδοση ενός παίκτη σε ένα επαναλαμβανόμενο παίγνιο είναι το άθροισμα των αποδόσεων που λαμβάνει ο παίκτης αυτός σε κάθε **παίγνιο γύρου**. Η απόδοση, δηλαδή, του συνολικού παιγνίου ορίζεται ως το άθροισμα των αποδόσεων της κάθε φάσης (από κάθε παίγνιο γύρου) από την πρώτη έως την T περίοδο.

Μια πρόσθετη υπόθεση που υιοθετούμε στα επαναλαμβανόμενα παίγνια είναι ότι σε κάθε περίοδο t οι παίκτες έχουν **γνώση της ιστορίας** του παιγνίου –δηλ. γνωρίζουν την αλληλουχία των προφίλ δράσεων- από την πρώτη περίοδο έως και την περίοδο $t - 1$.

Παράδειγμα επαναλαμβανόμενου παιγνίου δύο περιόδων:

Υποθέτουμε ότι οι παίκτες A και B αλληλεπιδρούν σε δύο περιόδους ($T=2$). Σε κάθε περίοδο παίζουν το εξής **παίγνιο γύρου**:

¹⁴⁸ Watson (2013), σελ. 292

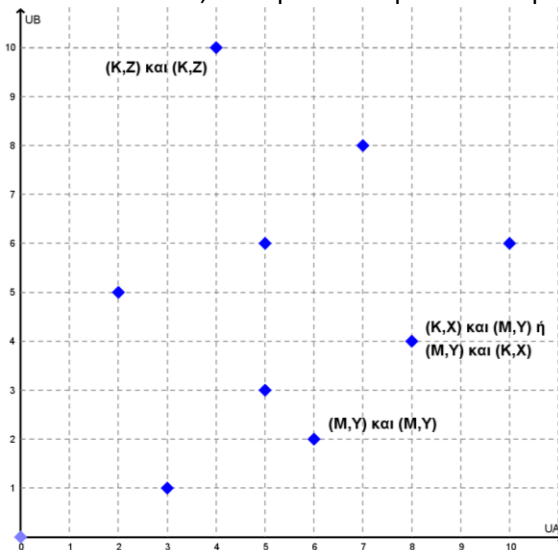
		B		
		X	Y	Z
A	K	5, 3	0, 0	2, 5
	M	0, 0	3, 1	0, 0

Άρα, ο στρατηγικός χώρος του παίκτη A είναι $S_A = \{K, M\}$, του παίκτη B, είναι $S_B = \{X, Y, Z\}$, και ο στρατηγικός χώρος του παιγνίου είναι: $S = S_A \times S_B$

Πίνακας 61 –Μήτρα αποδόσεων στο παίγνιο γύρου ενός επαναλαμβανόμενου παιγνίου

Όπως αναφέρθηκε, η απόδοση των παικτών για το συνολικό παίγνιο είναι το άθροισμα των αποδόσεων της κάθε περιόδου (κάθε παιγνίου γύρου, δηλ. κάθε φάσης).

Έτσι εάν στο πρώτο παίγνιο γύρου παιχτεί το προφίλ (K, X) και στο δεύτερο παίγνιο γύρου παιχτεί το προφίλ (M,Y), τότε η απόδοση του παίκτη A στο επαναλαμβανόμενο παίγνιο είναι: $5 + 3 = 8$, ενώ η απόδοση του παίκτη B είναι: $3 + 1 = 4$.



Διάγραμμα 46

Στο παραπλεύρως διάγραμμα παρουσιάζονται όλες οι πιθανές αποδόσεις των παικτών στο επαναλαμβανόμενο παίγνιο. Κάθε σημείο στο γράφημα αντιστοιχεί στο άθροισμα των διανυσμάτων των αποδόσεων από την κάθε περίοδο.

Για παράδειγμα, το διάνυσμα απόδοσης (8,4) επιτυγχάνεται αν στην πρώτη περίοδο παιχτεί το προφίλ (K,X) και στη δεύτερη το (M,Y). Το ίδιο διάνυσμα απόδοσης επιτυγχάνεται αν στην πρώτη περίοδο παιχτεί (M,Y) και στη δεύτερη (K,X).

Αυτό το συγκεκριμένο παράδειγμα επαναλαμβανόμενου παιγνίου δύο περιόδων, αλλά και γενικότερα τα επαναλαμβανόμενα παίγνια, αποτυπώνονται σε εκτεταμένη μορφή με πολύ μεγάλα δένδρα αποφάσεων.

Η εκτεταμένη μορφή ξεκινά με την ταυτόχρονη επιλογή δράσεων στην πρώτη περίοδο. Ο παίκτης A επιλέγει μεταξύ των εναλλακτικών που αποτελούν τον στρατηγικό του χώρο, δηλ. μεταξύ K και M, και ο παίκτης B μεταξύ των εναλλακτικών που αποτελούν τον δικό του στρατηγικό χώρο, δηλ. μεταξύ X, Y και Z. Κατόπιν, γνωρίζοντας ο ένας την επιλογή του άλλου κατά την πρώτη φάση, ο κάθε παίκτης ταυτόχρονα και ανεξάρτητα από τον άλλο επιλέγει εκ νέου μεταξύ των εναλλακτικών του επιλογών. Επειδή, κάθε παίκτης γνωρίζει τι συνέβη κατά την πρώτη περίοδο, η επιλογή που θα κάνει στη δεύτερη περίοδο εξαρτάται από αυτή την πληροφορία (ιστορική γνώση).

Για παράδειγμα, ο παίκτης A μπορεί να ακολουθεί την εξής στρατηγική: Να επιλέξει K στην δεύτερη περίοδο **αν και μόνο αν** την πρώτη περίοδο παίχτηκε το προφίλ (K,X) ή το (M,Y), διαφορετικά θα επιλέξει M.

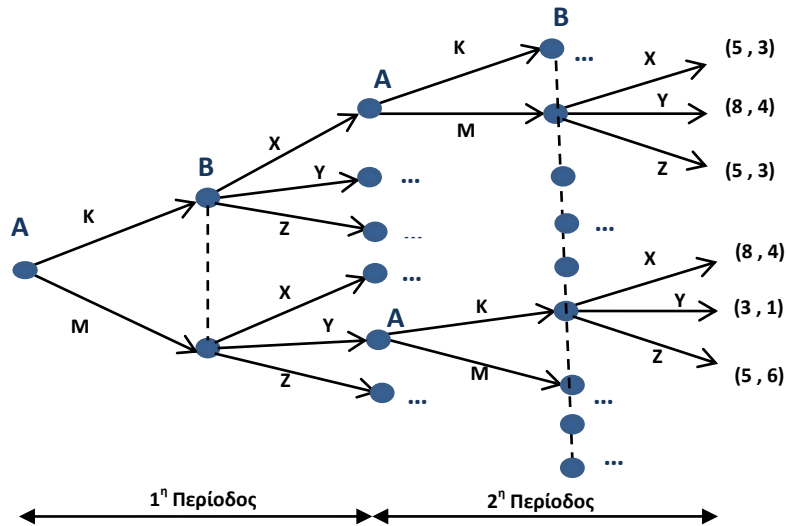
Οι πληροφορίες των παικτών παρουσιάζονται και εδώ, όπως στα παίγνια που είδαμε μέχρι τώρα, ως σύνολα πληροφόρησης¹⁴⁹. Επειδή, υπάρχουν έξι (6) πιθανές εκβάσεις στην πρώτη περίοδο αλληλεπίδρασης, ο παίκτης A έχει έξι (6) σύνολα πληροφόρησης στην έναρξη της

¹⁴⁹ Τα σύνολα πληροφόρησης στα επαναλαμβανόμενα παίγνια καλούνται και «ιστορίες παιξίματος», υποδεικνύοντας ακριβώς ότι η επόμενη κίνηση του κάθε παίκτη λαμβάνει υπόψη της κάθε προηγούμενη συμπεριφορά των συμμετεχόντων, που είναι γνωστή σε όλους.

δεύτερης περιόδου. Με άλλα λόγια, έχει έξι (6) αποφάσεις να λάβει στη δεύτερη περίοδο: Τι θα κάνει αν το προφίλ που παίζεται στην πρώτη περίοδο είναι (K,X), τι αν είναι (K,Y), τι αν είναι (K,Z) κ.ο.κ. Συνεπώς, ακόμα και αυτό το παίγνιο 2x3, δύο παικτών με δύο περιόδους έχει ένα μεγάλο πλήθος στρατηγικών που ο κάθε παίκτης θα πρέπει να καθορίσει, και αυτό κάνει την ανάλυση αρκετά περίπλοκη.

Γενικά¹⁵⁰, τα σύνολα πληροφόρησης (οι πιθανές ιστορίες παιξίματος) την περίοδο t σε ένα επαναλαμβανόμενο παίγνιο δύο παικτών με λ εναλλακτικές στρατηγικές για κάθε παίκτη, είναι: $(\lambda^2)^t$.

Η εκτεταμένη μορφή παρουσίασης του παιγνίου του παραδείγματός μας έχει ως εξής:



Διάγραμμα 47- Επαναλαμβανόμενο παίγνιο δύο παικτών με δύο περιόδους (T=2)

Για την επίλυση του παιγνίου, αρχικά ελέγχουμε για την ύπαρξη αμιγών στρατηγικών που οδηγούν σε SPE (Subgame Perfect Nash Equilibria). Η ανάλυση διευκολύνεται¹⁵¹ γνωρίζοντας ότι **κάθε ισορροπία πρέπει να προσδιορίζει ότι στη δεύτερη περίοδο, οι παίκτες επιλέγουν ένα προφίλ δράσης που είναι ισορροπία Nash στο παίγνιο γύρου (stage game).**

Όπως έχει αναφερθεί η τέλεια-σε-υποπαίγνια-ισορροπία (SPE) απαιτεί την ύπαρξη ισορροπίας σε κάθε υποπαίγνιο. Στο επαναλαμβανόμενο παίγνιο, ένα διαφορετικό υποπαίγνιο ξεκινά ακολουθώντας κάθε διακριτό προφίλ δράσης της πρώτης περιόδου. Στο παράδειγμά μας αν στην πρώτη περίοδο ο παίκτης A επέλεξε K και ο παίκτης B επέλεξε Z, δηλ. αν το προφίλ δράσης της πρώτης περιόδου είναι (K,Z), και συνεπώς η απόδοση των παικτών στην πρώτη περίοδο είναι (2,5), τότε το υποπαίγνιο που ξεκινά κατά τη δεύτερη περίοδο είναι:

		B		
		X	Y	Z
A	K	<u>7</u> , 8	2, <u>5</u>	<u>4</u> , <u>10</u>
	M	2, 5	<u>5</u> , <u>6</u>	2, 5

Παραπλεύρως εμφανίζεται το υποπαίγνιο που ξεκινά κατά την δεύτερη περίοδο, όταν το προφίλ της πρώτης περιόδου είναι (K,Z).

Πίνακας 62 –Μήτρα αποδόσεων κατά την έναρξη της δεύτερης περιόδου

¹⁵⁰ Σολδάτος (2005), σελ. 232

¹⁵¹ Watson (2013), σελ. 294

Συνοπτικά, η συνολική απόδοση των παικτών στο επαναλαμβανόμενο παίγνιο θα είναι (2,5) **συν** το όποιο διάνυσμα απόδοσης προκύψει κατά τη δεύτερη φάση του παιγνίου. Έτσι, ο ανωτέρω πίνακας, που αποτελεί το υποπαίγνιο της δεύτερης περιόδου όταν στην πρώτη περίοδο επιλέχθηκε το προφίλ (Κ,Ζ), διαμορφώθηκε με την άθροιση του διανύσματος απόδοσης (2,5) σε κάθε κελί του *παιγνίου γύρου*.

Το υποπαίγνιο αυτό έχει δύο ισορροπίες Nash, τις (Μ,Υ) και (Κ,Ζ). Έτσι, το προφίλ SPE θα πρέπει να προσδιορίζεται είτε από το (Μ,Υ) είτε από το (Κ,Ζ) που θα παιχτεί στην δεύτερη περίοδο, αν στην πρώτη έχει επιλεγεί (Κ,Ζ).

Επειδή, ο πίνακας του υποπαίγνιου δημιουργείται με την άθροιση του ίδιου διανύσματος απόδοσης (payoff vector) σε κάθε κελί του πίνακα του παίγνιου γύρου (stage game), οι προτιμήσεις των παικτών για τα προφίλ δράσης στο υποπαίγνιο είναι ακριβώς ίδιες με τις προτιμήσεις των παικτών στο παίγνιο γύρου. Αντίστροφα, γράφοντας τις αθροιστικές αποδόσεις απαλλαγμένες από τις αποδόσεις που προκύπτουν από το υποπαίγνιο της πρώτης περιόδου, το υποπαίγνιο της δεύτερης περιόδου είναι ταυτόσημο με το υποπαίγνιο της πρώτης περιόδου και άρα με το παίγνιο γύρου, και για το λόγο αυτό έχουν ακριβώς τις ίδιες ισορροπίες Nash.

Ουσιαστικά, λοιπόν, κάθε υποπαίγνιο που ξεκινά σε κάθε επόμενη περίοδο έχει το ίδιο σύνολο από προφίλ ισορροπίας με το **παίγνιο γύρου**, μιας και τα διανύσματα απόδοσης που προκύπτουν από τις προηγούμενες περιόδους προστίθενται σε κάθε κελί του παιγνίου γύρου, και με τον τρόπο αυτό προκύπτουν οι πίνακες των υποπαίγνιων κάθε μεταγενέστερης περιόδου.

Ένα προφίλ SPE πρέπει να καθορίζει ότι οι παίκτες επέλεξαν μια ισορροπία Nash στο υποπαίγνιο της δεύτερης περιόδου, ανεξαρτήτως της επιλογής τους την πρώτη περίοδο. Ο όρος **«stage Nash profile»** χρησιμοποιείται για να υποδείξει το προφίλ ισορροπίας που επιλέχθηκε σε κάθε παίγνιο γύρου.

Γνωρίζοντας ότι το *stage Nash profile*, θα παιχτεί την δεύτερη περίοδο στρέφουμε την προσοχή μας σε δύο άλλα θέματα:

(α) στις επιλογές δράσης που θα κάνουν οι παίκτες κατά την πρώτη περίοδο, και

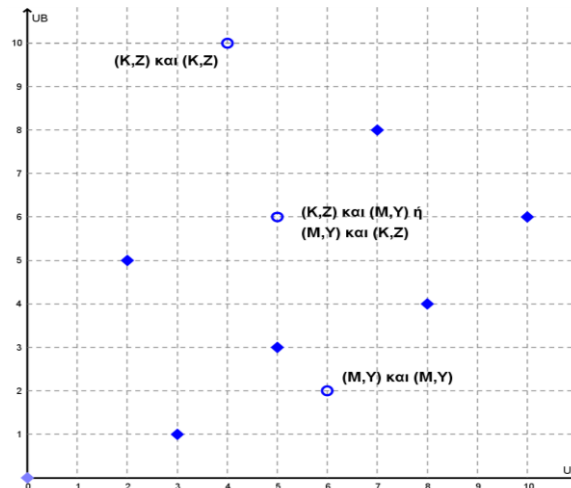
(β) στο πως η συμπεριφορά στην πρώτη περίοδο θα καθορίσει ποιο από τα προφίλ ισορροπίας θα επιλέξουν οι παίκτες κατά την δεύτερη περίοδο.

Ένα στρατηγικό προφίλ είναι SPE σε ένα επαναλαμβανόμενο παίγνιο, όταν προκύπτει από διαδοχικά stage Nash profiles.

Έτσι, αφού στο παίγνιο γύρου υπάρχουν δύο stage Nash profiles, τα τέλεια-σε-υποπαίγνια-προφίλ ισορροπίας του παιγνίου θα είναι:

$$SPE = \{(KK, ZZ), (MM, YY), (KM, ZY), (MK, YZ)\}.$$

Στο διάγραμμα που ακολουθεί εμφανίζονται οι αποδόσεις που αποτελούν SPE για το επαναλαμβανόμενο παίγνιο.



Σημείωση: Με κύκλο συμβολίζονται οι αποδόσεις των παικτών στα προφίλ SPE

Διάγραμμα 48

Άρα, ένα γενικό συμπέρασμα για τα επαναλαμβανόμενα παίγνια είναι ότι επιλέγοντας οι παίκτες τα προφίλ που αποτελούν ισορροπίες σε κάθε περίοδο θα καταλήξουν σε ένα από τα προφίλ SPE του παίγνιου.

Ίσως, αυτό το συμπέρασμα θεωρείται ως αυτονόητο και ως συνεπής και λογική προέκταση της αντίστοιχης ανάλυσης που έγινε στα παίγνια διαδοχικών κινήσεων. Εκείνο που έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον είναι ότι **στα επαναλαμβανόμενα παίγνια είναι πιθανό να υπάρχει ισορροπία που δεν προκύπτει από την αλληλοδιάδοχη επιλογή των stage Nash profiles.**

Έστω, λοιπόν, ότι ο παίκτης A ακολουθεί την εξής στρατηγική για το παίγνιο:

Στρατηγική παίκτη A: Για την πρώτη περίοδο επιλογή του προφίλ (K,X), όσο ο παίκτης B δεν παρεκκλίνει από την επιλογή X, και κατόπιν (K,Z) κατά τη δεύτερη περίοδο. Αν ο παίκτης B κατά την πρώτη περίοδο παρεκκλίνει από την επιλογή X (δηλ. αν επιλέξει Y ή Z), τότε επιλογή (M,Y) κατά την δεύτερη περίοδο.

Με αυτή τη διατυπωμένη στρατηγική, ουσιαστικά ο παίκτης A προτρέπει τον B να παίξει «**συνεργατικά**» κατά την πρώτη περίοδο, δηλ. να επιλέξει X και άρα το προφίλ που τους δίνει απόδοση (5,3) και αν συμπεριφερθεί έτσι, θα τον επιβραβεύσει κατά τη δεύτερη περίοδο επιλέγοντας το προφίλ που τους δίνει απόδοση (2,5). Έτσι, οι τελικές τους αποδόσεις θα είναι (5+2, 3+5) ή ομοίως, (7,8).

Αντίθετα, αν ο παίκτης B παίξει «**καιροσκοπικά**» κατά την πρώτη περίοδο, δηλ. αν παιχτεί το προφίλ (K,Z) που έχει απόδοση (2,5), τότε κατά την δεύτερη περίοδο θα τον «τιμωρήσει» παίζοντας το προφίλ (M,Y) που τους δίνει απόδοση (3,1). Έτσι, οι τελικές τους αποδόσεις θα είναι (2+3, 5+1) ή ομοίως (5,6).

Για να επιβεβαιώσουμε ότι αυτό το στρατηγικό προφίλ (KK,XZ) είναι SPE για το παίγνιο, ελέγχουμε τα κίνητρα του κάθε παίκτη. Υποθέτουμε ότι ο παίκτης A ακολουθεί την προαναφερόμενη στρατηγική και ελέγχουμε τα κίνητρα του παίκτη B.

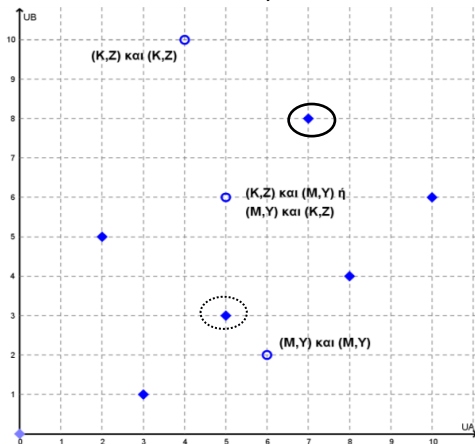
Αν ο **παίκτης B** παίξει **συνεργατικά** θα λάβει απόδοση 3 κατά την πρώτη περίοδο και 5 κατά την δεύτερη περίοδο. Αν όμως παίξει **καιροσκοπικά** θα βελτιώσει την απόδοσή του την πρώτη περίοδο λαμβάνοντας 5, όμως αυτή η ενέργεια θα ωθήσει τον παίκτη A να επιλέξει M κατά την δεύτερη περίοδο και έτσι η βέλτιστη απόκριση του ίδιου θα είναι η Y, η οποία του επιφέρει μόλις 1 μονάδα ωφέλειας. Συμπερασματικά, παρότι η απόκλιση από την επιλογή X της πρώτης περιόδου του δίνει ένα άμεσο κέρδος 2 μονάδων (5-3=2), του κοστίζει 4 μονάδες (5-1=4) στη δεύτερη περίοδο.

Άρα η ισορροπία που προτείνεται από το παίκτη A είναι:

		B		
		X	Y	Z
A	K	5, 3	0, 0	2, 5
	M	0, 0	3, 1	0, 0

Τα γραμμοσκιασμένα κελιά δείχνουν τις εκβάσεις σε κάθε φάση. Με τον μπλε κύκλο υποδεικνύεται η απόδοση που προκύπτει από το προτεινόμενο προφίλ ισορροπίας της πρώτης περιόδου (το οποίο δεν αποτελεί stage Nash profile) και με κόκκινο η απόδοση που προκύπτει από το προφίλ ισορροπίας της δεύτερης περιόδου.

Πίνακας 63



Διάγραμμα 49

Το υποδεικνυόμενο σημείο ισορροπίας του παιγνίου, το οποίο επιτυγχάνεται με τα διαδοχικά προφίλ **συνεργατικής** αντίληψης, παρέχει υψηλότερες τελικές αποδόσεις και στους δύο παίκτες σε σχέση με τις αποδόσεις που λαμβάνουν παίζοντας το **καιροσκοπικής** αντίληψης προφίλ, το οποίο οδηγεί σε υποβέλτιστη έκβαση (είναι το σημείο με τη διακεκομμένη επισήμανση) και τους δύο εμπλεκόμενους.

Το προφίλ ισορροπίας (KK,XZ) αποτελεί ισορροπία Nash καθώς κανείς από τους δύο παίκτες δεν δύναται να έχει όφελος αποκλίνοντας μονομερώς από την ισορροπία αυτή.

Ο προσδιορισμός τέτοιων προφίλ ισορροπίας (που δεν είναι αλληλοδιάδοχα stage Nash profiles) δεν είναι εύκολος για όλα τα επαναλαμβανόμενα παίγνια. Εκείνο όμως που μπορεί να αποτελεί οδηγό είναι ο νοητικός συλλογισμός που γίνεται από τους παίκτες και σχετίζεται με τη «**φήμη**» που θέλουν να δημιουργήσουν προκειμένου να οδηγηθούν σε μια αμοιβαία καλύτερη έκβαση. Στο παράδειγμά μας, ο παίκτης B ενδιαφέρεται για τη **φήμη** που θα αποκτήσει κατά την πρώτη περίοδο ώστε αυτή να επιβραβευτεί με σχετική κίνηση του παίκτη A κατά την δεύτερη περίοδο, η οποία, παρεμπιπτόντως, ενέργεια του A τον οδηγεί και τον ίδιο σε μια βελτιωμένη τελική έκβαση. Ο παίκτης B, προκειμένου να δημιουργήσει αυτή τη φήμη απεμπολεί κατά την πρώτη περίοδο ένα βραχυπρόθεσμο, αλλά άμεσο όφελος.

Όπως χαρακτηριστικά αναφέρει ο Watson¹⁵² στη δεύτερη περίοδο (γενικότερα, στην τελευταία περίοδο) ενός επαναλαμβανόμενου παιγνίου μπορούν να παιχτούν **μόνο stage Nash profiles**. Παρόλα αυτά, μερικές φορές, και προκειμένου οι παίκτες να φροντίσουν για τη φήμη τους, επιλέγουν κατά την πρώτη περίοδο (γενικότερα, κατά κάποια από τις προγενέστερες της τελευταίας περιόδου) **non-stage-Nash-profiles**. «Οι λύση ενός επαναλαμβανόμενου παιγνίου με πολλαπλές ισορροπίες Nash στο παίγνιο γύρου ενδεχομένως να μην περιλαμβάνει καμία εκ των ισορροπιών Nash του παιγνίου γύρου όσον αφορά κάποιο συγκεκριμένο γύρο του επαναλαμβανόμενου παιγνίου»¹⁵³.

Όπως δείχνει και με σχετικά παραδείγματα ο Σολδάτος¹⁵⁴ «[Τ]ο ιδιαίτερο ενδιαφέρον που παρουσιάζουν τέτοια παίγνια (σ.σ. επαναλαμβανόμενα) είναι ότι η ισορροπία Nash του **παιγνίου γύρου** μπορεί να μην είναι η SPE του όλου παιγνίου...».

¹⁵² Watson (2013), σελ. 296

¹⁵³ Σολδάτος (2005), σελ. 238

¹⁵⁴ Σολδάτος (2005), σελ. 231-239

Όταν, όμως, το παίγνιο γύρου ενός επαναλαμβανόμενου παιγνίου πεπερασμένων γύρων έχει μόνο μια ισορροπία Nash, τότε αυτή η ισορροπία αποτελεί υποχρεωτικά και την SPE του επαναλαμβανόμενου παιγνίου. **Στην περίπτωση που το παίγνιο γύρου έχει πολλές ισορροπίες Nash** (όπως στο παράδειγμά μας) **τότε κάποιος παίκτης μπορεί να απειλήσει τον άλλο ότι δεν θα παίξει κάποια συγκεκριμένη κίνηση ισορροπίας, και η απειλή αυτή να είναι αξιόπιστη καθώς ο παίκτης διαθέτει κι άλλες κινήσεις ισορροπίας**¹⁵⁵.

Το συμπέρασμα αυτό είναι γνωστό ως **κοινό θεώρημα για παίγνια πεπερασμένων γύρων** (folk theorem for finitely repeated games) και ενσωματώνει τον αποφασιστικό ρόλο που μπορεί να διαδραματίσει η *απειλή τιμωρίας* στη στρατηγική σκέψη (και συνεπώς στις στρατηγικές αποφάσεις) των παικτών.

5.3. Απείρως επαναλαμβανόμενα παίγνια.

Τα απείρως επαναλαμβανόμενα παίγνια έχουν άπειρο αριθμό περιόδων ($T = \infty$). Αυτό σημαίνει ότι το παίγνιο γύρου (stage game) παίζεται σε κάθε περίοδο για άπειρο αριθμό περιόδων. Όπως πολλοί θεωρητικοί αναφέρουν¹⁵⁶, παρότι αυτά τα παίγνια μπορεί εκ πρώτης όψεως να μην φαίνονται ρεαλιστικά, *καθώς οι άνθρωποι δεν ζούμε επ' άπειρον*, τα απείρως επαναλαμβανόμενα παίγνια είναι χρήσιμα για τη μοντελοποίηση κάποιων καταστάσεων του πραγματικού κόσμου.

Σε όλα τα απείρως επαναλαμβανόμενα παίγνια οι αποδόσεις των παικτών απομειώνονται με το πέρασμα του χρόνου (με την έλευση των επαναλήψεων) σε σχέση με τις αποδόσεις που παρέχει το **παίγνιο γύρου**. Ακριβέστερα, οι αποδόσεις των παικτών μετά από κάθε επανάληψη προεξοφλούνται με έναν συντελεστή προεξόφλησης δ , με $0 \leq \delta \leq 1$. Η τιμή που λαμβάνει αυτός ο συντελεστής εξαρτάται από τον «χαρακτήρα» της οντότητας που συμμετέχει στο παίγνιο¹⁵⁷.

Για να απλοποιήσουμε την ανάλυσή μας, εστιάζοντας στις ιδιαιτερότητες των απείρως επαναλαμβανόμενων παιγνίων, θα θεωρήσουμε στην παρούσα ενότητα ότι ο συντελεστής προεξόφλησης είναι κοινός για κάθε οντότητα που συμμετέχει σε ένα απείρως επαναλαμβανόμενο παίγνιο. Έτσι, με κοινό συντελεστή προεξόφλησης (δ) για όλους τους εμπλεκόμενους παίκτες, η απόδοση που θα λάβει ένας παίκτης την περίοδο $t + 2$ (u_{t+2}) προεξοφλείται στην περίοδο t , ως εξής: $u_t = \delta^2 \cdot u_{t+2}$, ενώ η απόδοση που θα λάβει την περίοδο $t + 3$, προεξοφλημένη στην περίοδο t θα είναι: $u_t = \delta^3 \cdot u_{t+3}$ κ.ο.κ.

Αν, λοιπόν, ένας παίκτης έχει απόδοση μια (1) μονάδα σε κάθε περίοδο ενός απείρως επαναλαμβανόμενου παιγνίου, το προεξοφλημένο άθροισμα των αποδόσεων του στην αρχή του παιγνίου θα είναι:

$$u = 1 + 1 \cdot \delta + 1 \cdot \delta^2 + 1 \cdot \delta^3 + \dots = 1 + \delta + \delta^2 + \delta^3 + \dots$$

¹⁵⁵ Τόσο ο J. Watson όσο και ο Γ. Σολδάτος συστήνουν σε κάθε ενδιαφερόμενο για την γενική μελέτη των επαναλαμβανόμενων παιγνίων πεπερασμένων γύρων το paper των J. P. Benoit and V. Krishna, Finitely Repeated Games, Econometrica, 53 (1985): 905–922.

¹⁵⁶ Ενδεικτικά: **Ρεφανίδης Γιάννης**, Θεωρία Παιγνίων, Πανεπιστημιακές Σημειώσεις, Πανεπιστήμιο Μακεδονίας, (σελ. 126), και **Carroll W.** (1985), Indefinite Terminating Points and the Iterated Prisoners' Dilemma, Mimeo, University of Arizona, αναφορά στο Τσεμπελής Γ. (2004), σελ. 109.

¹⁵⁷ Η χρήση του συντελεστή προεξόφλησης είναι ανάλογη με εκείνη που έγινε στα παίγνια διαδοχικών γύρων διαπραγματεύσεως. Υπάρχει βέβαια και το ενδεχόμενο οι αποδόσεις του παιγνίου να μην είναι μονάδες χρησιμότητας αλλά νομισματικές μονάδες, οπότε σ' αυτή την περίπτωση ο συντελεστής προεξόφλησης μπορεί απλά να σχετίζεται με το τραπεζικό επιτόκιο. Μια λίγο πιο επιτηδευμένη περίπτωση είναι ο συντελεστής προεξόφλησης να σχετίζεται με την πιθανότητα που δίνουμε κάθε φορά στο να υπάρξει η επόμενη επανάληψη (αναφορά στο Ρεφανίδης Γ, ό.π. σελ 137).

Επειδή η παράσταση: $\delta + \delta^2 + \delta^3 + \dots = \delta \cdot (1 + \delta + \delta^2 + \delta^3 + \dots) = \delta \cdot u$, μπορούμε να γράψουμε: $u = 1 + \delta \cdot u \Rightarrow u = \frac{1}{1-\delta}$.

Ομοίως, αν κάποιος παίκτης έχει απόδοση γ σε κάθε περίοδο ενός απείρως επαναλαμβανόμενου παιγνίου, το προεξοφλημένο άθροισμα των αποδόσεων του στην αρχή του παιγνίου θα είναι: $u = \frac{\gamma}{1-\delta}$.

Γενικά, αν ένας παίκτης θεωρήσουμε ότι λαμβάνει μια σταθερή απόδοση u σε κάθε περίοδο ενός απείρως επαναλαμβανόμενου παιγνίου, το συνολικό άθροισμα των προεξοφλημένων αποδόσεών του είναι: $u_{ολ} = \sum_{t=0}^{\infty} u \cdot \delta^t = u \cdot \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t = u \cdot \frac{1}{1-\delta}$.

Η στρατηγική, όπως έχει αναφερθεί επανειλημμένα, ενός παίκτη είναι μια πλήρης περιγραφή της κάθε απόφασης που θα λάβει ο παίκτης σε κάθε σύνολο πληροφόρησης που τον αφορά. Οι στρατηγικές, λοιπόν, των παικτών στα απείρως επαναλαμβανόμενα παίγνια είναι εξαιρετικά περίπλοκες.

Όπως αναφέρθηκε και στα επαναλαμβανόμενα παίγνια πεπερασμένων γύρων, υπάρχει ένα διακριτό σύνολο πληροφόρησης για κάθε περίοδο t και για κάθε διαφορετική «ιστορία παιζιμάτος» (για κάθε αλληλουχία από προφίλ δράσεων), από την αρχή του παιγνίου έως και την περίοδο $t - 1$. Έτσι, η στρατηγική ενός παίκτη σε ένα απείρως επαναλαμβανόμενο παίγνιο θα πρέπει να περιγράφει τις ενέργειες που θα κάνει ο παίκτης σε κάθε κόμβο απόφασης της κάθε περιόδου του απείρως επαναλαμβανόμενου παιγνίου και σε συνάρτηση με οτιδήποτε συνέβη κατά τις προηγούμενες περιόδους.

Επειδή αυτό είναι προφανώς αδύνατο, συχνά είναι αρκετό να ελέγχονται μόνο μερικοί τύποι απλών στρατηγικών αποφάσεων.

Ένας τέτοιος τύπος στρατηγικών που ελέγχονται είναι οι στρατηγικές που περιλαμβάνουν τα stage Nash profiles, μιας και αυτές, όπως δείχθηκε και στα πεπερασμένων επαναλήψεων παίγνια, αποτελούν προφίλ SPE (τέλεια-σε-υποπαίγνια-ισορροπία) του παιγνίου.

Ο άλλος τύπος στρατηγικών που ελέγχονται είναι αυτός που προκύπτει από την εφαρμογή της μέριμνας για τη δημιουργία και διατήρηση της **φήμης**. Αυτό ο τύπος στρατηγικών, όπως είδαμε, μπορεί να περιλαμβάνει και προφίλ στρατηγικών που δεν είναι ισορροπίες Nash στο **παίγνιο γύρου** αλλά παίζονται από τους παίκτες που έχουν «στραμμένη τη σκέψη τους στο μέλλον». Αυτός ο τύπος στρατηγικής ονομάζεται **στρατηγική ενεργοποίησης** (Trigger Strategy).

Η **στρατηγική ενεργοποίησης** αναφέρεται ειδικότερα σε δύο τύπους προφίλ δράσης για το παίγνιο γύρου (stage game): Ο ένας τύπος προφίλ είναι το «**συνεργατικό προφίλ**» (cooperative strategy) και ο άλλος το «**τιμωρητικό προφίλ**» (punishment profile).

Για να γίνει κατανοητή η **στρατηγική ενεργοποίησης**, στη σχετική βιβλιογραφία συχνότερα χρησιμοποιείται ως παράδειγμα ένα παίγνιο τύπου **διλήμματος των φυλακισμένων** όπου ως **τιμωρητικό προφίλ** χρησιμοποιείται το προφίλ της ισορροπίας Nash στο παίγνιο γύρου και ως **συνεργατικό προφίλ** εκείνο που δίνει την καλύτερη απόδοση και στους δύο παίκτες (σε σχέση με την απόδοση που λαμβάνουν στην ισορροπία Nash).

Σ' ένα τέτοιο παίγνιο, λοιπόν, υποθέτουμε ότι οι παίκτες επιλέγουν να υιοθετήσουν το συνεργατικό προφίλ καθ' όλη τη διάρκεια του απείρως επαναλαμβανόμενου παιγνίου, αλλά αν ένας ή και οι δύο παίκτες αποκλίνουν από το **συνεργατικό προφίλ**, τότε παίζεται το **τιμωρητικό προφίλ** σε κάθε υποπαίγνιο (σε κάθε περίοδο) που ακολουθεί μετά την παρέκκλιση. Με άλλη διατύπωση, η μονομερής ή από κοινού απόκλιση των παικτών από το

συνεργατικό προφίλ καταστρέφει τη φήμη του/των παίκτη/ών και ενεργοποιεί το τιμωρητικό προφίλ, το οποίο θα παίζεται στο διηλεκές.

Έστω, λοιπόν, ένα απείρως επαναλαμβανόμενο παίγνιο δύο παικτών (A,B) που το **παίγνιο γύρου** έχει την εξής στρατηγική μορφή απεικόνισης:

		B	
		C	D
A	C	2, 2	0, <u>3</u>
	D	<u>3</u> , 0	<u>1</u> , <u>1</u>

Το «**τιμωρητικό προφίλ**» (D,D) είναι το γραμμοσκιασμένο κελί, το οποίο είναι ισορροπία Nash, και αποφέρει απόδοση (1,1), ενώ το «**συνεργατικό προφίλ**» (C,C) αποφέρει απόδοση (2,2).

Πίνακας 64 –Δ.Φ. απείρως επαναλαμβανόμενο

Στόχος μας είναι να ελέγξουμε αν οι παίκτες έχουν κίνητρο να επιλέξουν το συνεργατικό προφίλ (C,C) σε κάθε περίοδο, υπό την απειλή της ενεργοποίησης του τιμωρητικού προφίλ (D,D) για όλο το υπόλοιπο παίγνιο (στο διηλεκές) μετά την περίοδο εκείνη που κάποιος ή και οι δύο παίκτες παρεκκλίνουν της (C,C).

Η **στρατηγική ενεργοποίησης** υποδεικνύει ότι οι παίκτες επιλέγουν (C,C) σε κάθε επόμενη περίοδο και για όσο διάστημα αυτό το προφίλ παίζεται κατά τις προηγούμενες περιόδους, σε διαφορετική περίπτωση επιλέγουν το προφίλ (D,D). Αυτή η στρατηγική καλείται και «**ενεργοποίηση-ζοφερούς στρατηγικής**» (grim-trigger strategy).

Για να ελέγξουμε αν τα προφίλ της **στρατηγικής ενεργοποίησης** αποτελούν SPE (subgame perfect equilibrium), εξετάζουμε το κίνητρο του παίκτη i (με $i = A, B$), από την οπτική της πρώτης περιόδου: Υποθέτουμε ότι ο άλλος παίκτης, j (με $j = A, B$ και $j \neq i$), συμπεριφέρεται σύμφωνα με την καθορισμένη στρατηγική ενεργοποίησης. Έτσι, ο παίκτης i έχει δύο εναλλακτικές:

Πρώτον, μπορεί να επιλέγει τη συνεργατική στρατηγική (C,C) όσο ο παίκτης j επιλέγει C. Με αυτή την εναλλακτική επιτυγχάνει απόδοση 2 μονάδων σε κάθε περίοδο και η συνολική προεξοφλημένη απόδοση είναι: $2 + 2 \cdot \delta + 2 \cdot \delta^2 + 2 \cdot \delta^3 + \dots = \frac{2}{1-\delta}$.

Δεύτερον, μπορεί να αποκλίνει κατά την πρώτη περίοδο, κάτι που του αποφέρει μια άμεση απόδοση 3 μονάδων –μιας και ο j θα επιλέξει το συνεργατικό προφίλ (θα επιλέξει δηλαδή C). Όμως, η απόκλιση του i από το συνεργατικό προφίλ ωθεί τον παίκτη j σε κάθε επόμενη περίοδο να ενεργοποιήσει τη ζοφερή στρατηγική (και συνεπώς να επιλέγει σταθερά D) και ως εκ τούτου η βέλτιστη απόκριση του i είναι να παίζει κι αυτός D και έτσι να λαμβάνει απόδοση 1 μονάδα για κάθε επόμενη περίοδο μετά την πρώτη. Συνεπώς, αποκλίνοντας κατά την πρώτη περίοδο ο παίκτης i έχει προεξοφλημένη απόδοση: $3 + 1 \cdot \delta + 1 \cdot \delta^2 + 1 \cdot \delta^3 + \dots = 3 + \delta \cdot (1 + \delta + \delta^2 + \delta^3 + \dots) = 3 + \frac{\delta}{1-\delta}$.

Αν λοιπόν $\frac{2}{1-\delta} \geq 3 + \frac{\delta}{1-\delta}$, τότε ο παίκτης i λαμβάνει μεγαλύτερη απόδοση από την αενάως επιλεγόμενη συνεργατική στρατηγική, σε σχέση με αυτή που θα λάβει αποκλίνοντας από τη συνεργατική στρατηγική από την πρώτη περίοδο του απείρως επαναλαμβανόμενου παιγνίου.

Επιλύοντας την ανισότητα ως προς τον συντελεστή προεξόφλησης λαμβάνουμε $\delta \geq \frac{1}{2}$. Άρα όσο ο συντελεστής προεξόφλησης είναι μεγαλύτερος ή ίσος αυτής της τιμής οι παίκτες δεν έχουν κίνητρο να παρεκκλίνουν της συνεργατικής στρατηγικής από την πρώτη περίοδο ενός απείρως επαναλαμβανόμενου παιγνίου.

Αποδεικνύεται¹⁵⁸ ότι οι παίκτες δεν έχουν κίνητρο να παρεκκλίνουν από τη συνεργατική στρατηγική **σε καμία περίοδο του παιχνίδιου**, εφόσον το δ λαμβάνει τιμές στο ίδιο διάστημα τιμών για το οποίο κρίνεται ασύμφορη η παρέκκλισή τους (από τη συνεργατική στρατηγική) από την πρώτη περίοδο του απείρως επαναλαμβανόμενου παιχνίδιου.

Συμπερασματικά, ο υπολογισμός που γίνεται με αναφορά στην πρώτη περίοδο είναι αρκετός για να προσδιορίσει υπό ποιες προϋποθέσεις κανείς από τους εμπλεκόμενους παίκτες δεν έχει κίνητρο να παρεκκλίνει μονομερώς από τη στρατηγική που συνθέτει το συνεργατικό προφίλ της στρατηγικής ενεργοποίησης, και άρα να αποδειχθεί ότι η στρατηγική ενεργοποίησης αποτελεί SPE του παιχνίδιου, μέσω του ανασχετικού τιμωρητικού μηχανισμού ή αλλιώς, του κινήτρου της δημιουργίας και διατήρησης της «φήμης» των εμπλεκομένων.

Είναι χρήσιμο, για την μετέπειτα ανάλυσή μας, να επαναλάβουμε την ανωτέρω διερεύνηση της στρατηγικής ενεργοποίησης ως SPE του παιχνίδιου, με όρους **τρέχουσας απόδοσης** (current-period payoffs) και **διαρκούς απόδοσης** (continuation values).

Μπορούμε, λοιπόν, να εκφράσουμε την απόδοση του παίκτη i από την όποια περίοδο t ως $u_i^t + \delta \cdot V_i^{t+1}$, όπου u_i^t είναι η *τρέχουσα απόδοση* την περίοδο t , και V_i^{t+1} είναι η *διαρκής απόδοση* από την αρχή της περιόδου $t + 1$. Η διαρκής απόδοση προεξοφλείται στην περίοδο t (με $\delta \in [0,1]$), προκειμένου να είναι συγκρίσιμη με τις τρέχουσες αποδόσεις της περιόδου t .

Για να αξιολογήσουμε αν το προφίλ της **στρατηγικής ενεργοποίησης** είναι SPE κάνουμε χρήση της «**ιδιότητας της μιας απόκλισης**» (one-deviation property), η οποία ισχύει για τα προεξοφλημένα απείρως επαναλαμβανόμενα παίγνια¹⁵⁹. Έτσι, ελέγχουμε μοναδικές αποκλίσεις (single deviations) σε δύο διακριτά ενδεχόμενα:

(α). Μετά από «ιστορίες παιξίματος» στις οποίες επιλέγεται σταθερά και πάντοτε το συνεργατικό προφίλ (C,C), και

(β). Μετά από «ιστορίες παιξίματος» στις οποίες ένας ή και οι δύο παίκτες επιλέγουν D (δηλ. παρεκκλίνουν του συνεργατικού προφίλ), σε κάποια περίοδο.

Στο ενδεχόμενο (β) η στρατηγική ενεργοποίησης λαμβάνει το τιμωρητικό προφίλ (D,D), το οποίο οδηγεί σε μια απόδοση τρέχουσας περιόδου $u_i^t = 1$ (με $i = A, B$, δηλ. για κάθε παίκτη). Επιπλέον, η διαρκής αξία από την περίοδο $t + 1$ και έπειτα, είναι $V_i^{t+1} = \frac{1}{1-\delta}$ (με $i = A, B$). Αν κάποιος παίκτης πρόκειται να παρεκκλίνει από το προφίλ (D,D), η απόδοση της τρέχουσας περιόδου θα μειωθεί (για την ακρίβεια θα γίνει μηδέν), και η διαρκής απόδοση θα παραμείνει ίδια. Έτσι, κανείς από τους παίκτες δεν έχει κίνητρο να αποκλίνει μονομερώς από την τιμωρητική προφίλ της στρατηγικής ενεργοποίησης.

Στο ενδεχόμενο (α), δηλ. μετά από «ιστορίες παιξίματος» στις οποίες επιλέγεται πάντα το συνεργατικό προφίλ (C,C) της στρατηγικής ενεργοποίησης, η απόδοση της τρέχουσας περιόδου είναι $u_i^t = 2$ (με $i = A, B$) και η διαρκής απόδοση είναι $V_i^{t+1} = \frac{2}{1-\delta}$ (ομοίως, με $i = A, B$), από την αρχή της επόμενης περιόδου. Αν ο παίκτης i πρόκειται να αποκλίνει επιλέγοντας D την τρέχουσα περίοδο, η απόδοση τρέχουσας περιόδου που θα λάβει θα αυξηθεί από 2 σε 3 μονάδες αλλά η διαρκής απόδοση θα μειωθεί από $\frac{2}{1-\delta}$ σε $\frac{1}{1-\delta}$ μονάδες.

¹⁵⁸ Watson (2013), σελ. 299

¹⁵⁹ Ό.π. σελ. 300

Έτσι, θα έχει όφελος **1** μονάδας ($3-2=1$) και απώλειες $\frac{1}{1-\delta}$ μονάδες ($\frac{2}{1-\delta} - \frac{1}{1-\delta} = \frac{1}{1-\delta}$). Η προεξοφλημένη αυτή διαρκής απώλεια είναι: $\delta \cdot \frac{1}{1-\delta}$, σε όρους τρέχουσας περιόδου.

Άρα, αν $1 \leq \delta \cdot \frac{1}{1-\delta}$ τότε οι παίκτες δεν έχουν κίνητρο να αποκλίνουν από το συνεργατικό προφίλ (C,C) της στρατηγικής ενεργοποίησης. Έτσι, αναδιατάσσοντας την ανίσωση διαπιστώνεται ότι όταν $\delta \geq \frac{1}{2}$, οι παίκτες δεν έχουν κίνητρο να παρεκκλίνουν.

Γενικεύοντας, η ανάλυση της στρατηγικής ενεργοποίησης εφαρμόζεται σε κάθε απείρως επαναλαμβανόμενο παίγνιο που έχει τη δομή του παιγνίου του διλήμματος του φυλακισμένου. Επιπλέον, εφαρμόζεται σε κάθε παίγνιο στο οποίο οι παίκτες μπορούν να «τιμωρήσουν» τον παίκτη που παρεκκλίνει από το συνεργατικό προφίλ, με το να του επιβάλουν το stage Nash profile του παιγνίου γύρου (stage game).

Σε τέτοια παίγνια, η ανάλυση απαιτεί την αναγνώριση τριών αποδόσεων στα παίγνια γύρου για κάθε παίκτη: (α) τη «συνεργατική απόδοση» u_i^c , (β) την «απόδοση απόκλισης» u_i^d , και (γ) την «τιμωρητική απόδοση» u_i^p .

Η τιμή της u_i^c είναι η απόδοση του παίκτη i στο παίγνιο γύρου όταν οι παίκτες επιλέγουν ένα προφίλ δράσης που ελπίζουν ότι θα υποστηριχθεί και από τους δύο, όπως το προφίλ (C,C) στο δίλημμα του φυλακισμένου.

Η τιμή της u_i^d είναι η απόδοση του παίκτη i στο παίγνιο γύρου στην περίπτωση που επιλέγει να παίξει τη καιροσκοπική απόκριση (για το συγκεκριμένο παίγνιο γύρου) στη συνεργατική ενέργεια του άλλου παίκτη, όπως το να επιλέξει D όταν ο άλλος παίζει τη συνεργατική C.

Η τιμή της u_i^p είναι η απόδοση του παίκτη i στο παίγνιο γύρου όταν επιλέγει το stage Nash profile, που στην περίπτωση του διλήμματος του φυλακισμένου είναι το προφίλ (D,D).

Ο παίκτης που πρώτος παρεκκλίνει από το συνεργατικό προφίλ θα έχει κέρδος από την απόκλιση αυτή $u_i^d - u_i^c$, σε όρους τρέχουσας περιόδου, αλλά εν συνεχεία θα έχει διαρκή απώλεια $\frac{u_i^c - u_i^p}{1-\delta}$, η οποία θα εκκινεί από την επόμενη της αποκλίσεως περίοδο. Έτσι, οι

παίκτες προτιμούν να μην αποκλίνουν αν: $u_i^d - u_i^c \leq \delta \cdot \frac{u_i^c - u_i^p}{1-\delta}$ ή $\delta \geq \frac{u_i^d - u_i^c}{u_i^c - u_i^p}$.

Άρα, όταν ισχύει ο περιορισμός για το δ **πληρούται η αναγκαία και ικανή συνθήκη** ώστε το «συνεργατικό» προφίλ να είναι διατηρήσιμο στη στρατηγική ενεργοποίησης, το οποίο έτσι λειτουργεί ως SPE για το απείρως επαναλαμβανόμενο παίγνιο.

Έστω ένα απείρως επαναλαμβανόμενο παίγνιο δύο παικτών, A και B, το οποίο έχει την κατωτέρω στρατηγική μορφή:

		B	
		C	D
A	C	6, 6	-4, <u>9</u>
	D	<u>9</u> , -4	<u>0</u> , <u>0</u>

Το «**τιμωρητικό προφίλ**» (D,D) είναι το σκιασμένο κελί, το οποίο είναι ισορροπία Nash, και αποφέρει απόδοση (0,0), ενώ το «**συνεργατικό προφίλ**» (C,C) αποφέρει απόδοση (6,6).

Πίνακας 65

Οι τιμές των αποδόσεων συνεργασίας, απόκλισης και τιμωρίας είναι αντίστοιχα:

$$u_i^c = 6, \quad u_i^d = 9 \quad \text{και} \quad u_i^p = 0, \quad \text{για } i = A, B$$

Άρα, όταν $\delta \geq \frac{u_i^d - u_i^c}{u_i^c - u_i^p} \Rightarrow \delta \geq \frac{9-6}{9-0} \Rightarrow \delta \geq \frac{3}{9} \Rightarrow \delta \geq \frac{1}{3}$, η συνεργατική στρατηγική είναι διατηρήσιμη και αποτελεί προφίλ SPE για το παίγνιο, καθώς κανείς εμπλεκόμενος δεν έχει κίνητρο να παρεκκλίνει μονομερώς απ' αυτό το προφίλ.

Ένα γενικό συμπέρασμα που εξάγεται είναι ότι όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής προεξόφλησης (όσο δηλαδή προσεγγίζει στη μονάδα), ή ομοίως όσο πιο υπομονετικοί είναι οι παίκτες (όσο δίνουν μεγαλύτερη βαρύτητα στις μελλοντικές αξίες) τόσο περισσότερο προνοούν για τη «φήμη» τους και έτσι είναι πρόθυμοι να απεμπολήσουν ένα βραχυπρόθεσμο, αλλά άμεσο όφελος, υπέρ ενός υψηλότερου μακροπρόθεσμου.

5.4. Το Κοινό Θεώρημα (Folk Theorem) - Εύρεση του συνόλου αποδόσεων ισορροπίας σε επαναλαμβανόμενα παίγνια.

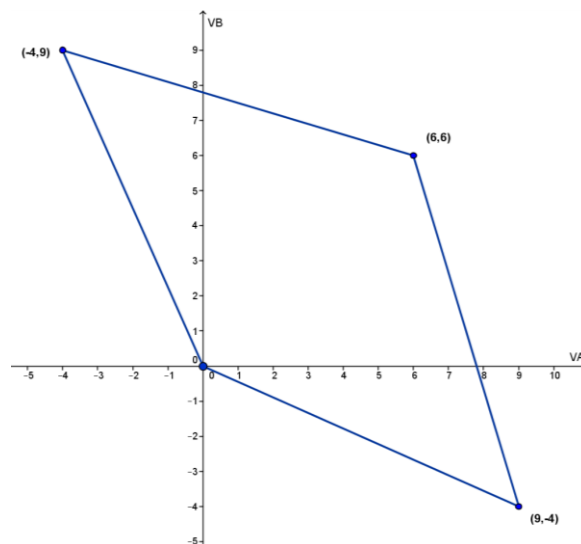
Το προφίλ ισορροπίας που παρέχει η *στρατηγική ενεργοποίησης* είναι ένα μόνο από τα δυνητικά προφίλ ισορροπίας SPE (τέλεια-σε-υποπαίγνια-ισορροπία) για τα επαναλαμβανόμενα παίγνια τύπου *διλήμματος των φυλακισμένων*.

Όπως αναφέραμε και στην προηγούμενη ενότητα, κάθε ακολουθία (αλληλουχία) από stage Nash profiles, σε κάθε περίοδο του επαναλαμβανόμενου παίγνιου, μπορεί να αποτελεί στρατηγική ισορροπία και να αποφέρει στους παίκτες μια συγκεκριμένη απόδοση ισορροπίας από το παίγνιο.

Έτσι, στο παίγνιο του ανωτέρω παραδείγματος (Πίνακας 65) το προφίλ (D,D) –που αποτελεί ισορροπία Nash- όταν παίζεται σε κάθε περίοδο (σε κάθε παίγνιο γύρου), ανεξαρτήτως της «ιστορίας παιξίματος» που προηγείται της τρέχουσας κάθε φορά περιόδου και ανεξαρτήτως της τιμής του συντελεστή προεξόφλησης (δ), αποτελεί προφίλ ισορροπίας SPE. Βέβαια, το εν λόγω προφίλ δεν είναι «συνεργατικό» (cooperative) και αποφέρει χαμηλότερη απόδοση¹⁶⁰ σε σχέση με το *συνεργατικό προφίλ* της *στρατηγικής ενεργοποίησης* (υπό τον περιορισμό της οριοθέτησης της τιμής του δ , όταν δηλ. $\delta \geq \frac{1}{3}$).

Αποδεικνύεται ότι ανάλογα με την τιμή του συντελεστή προεξόφλησης υπάρχουν πολλές ισορροπίες που επιφέρουν ενδιάμεσες συνολικές αποδόσεις. Σημειώνεται ότι όσο ο συντελεστής προεξόφλησης τείνει στη μονάδα τόσο η παράσταση $\frac{\lambda}{1-\delta}$ λαμβάνει υψηλότερες τιμές.

Το κατωτέρω γράφημα απεικονίζει το σύνολο των εφικτών αποδόσεων στο παίγνιο γύρου (stage game) του παραδείγματός μας.



Διάγραμμα 50- Το σύνολο των πιθανών αποδόσεων του παίγνιου του Πίνακα 65

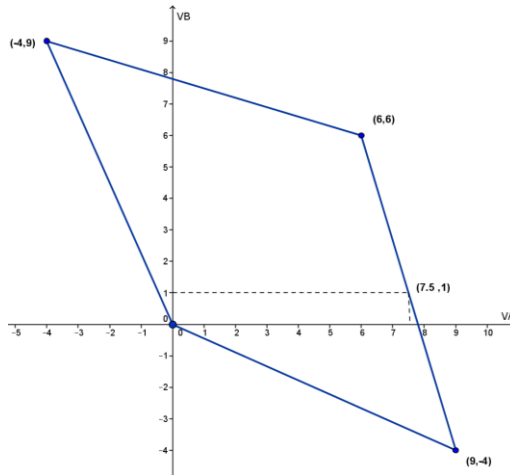
¹⁶⁰ Για την ακρίβεια η απόδοση που λαμβάνει κάθε παίκτης, όταν παίζουν και οι δύο αενάως το προφίλ (D,D), είναι μηδέν στο συγκεκριμένο παράδειγμα.

Το ανωτέρω διάγραμμα, όπως αναφέρθηκε, απεικονίζει το σύνολο των εφικτών αποδόσεων στο παίγνιο γύρου του παραδείγματός μας. Ταυτόχρονα, όμως, απεικονίζει και τις πιθανές συνολικές αποδόσεις του επαναλαμβανόμενου παιγνίου σε όρους μέσων τιμών ανά περίοδο, όταν πολλαπλασιαστούν οι προεξοφλημένες συνολικές αποδόσεις με τον παράγοντα $1 - \delta$.

Για παράδειγμα το σημείο (6,6) είναι η απόδοση που επιτυγχάνουν οι παίκτες σε κάθε περίοδο του παιγνίου παίζοντας το προφίλ (C,C). Άρα, η προεξοφλημένη **συνολική απόδοση** του κάθε παίκτη στο επαναλαμβανόμενο παίγνιο όταν παίζουν και οι δύο πάντα το προφίλ (C,C) είναι: $\frac{6}{1-\delta}$. Αν, λοιπόν, αυτή η απόδοση πολλαπλασιαστεί με $1 - \delta$, τότε λαμβάνουμε τη μέση απόδοση ανά περίοδο που λαμβάνει κάθε παίκτης όταν και οι δύο παίζουν το προφίλ (C,C).

Το τετράπλευρο που σχηματίζεται από την ένωση των σημειακών προφίλ αποδόσεων (0,0), (-4,9), (6,6) και (9,-4) είναι σημαντικό, καθώς κάθε διάνυσμα απόδοσης (payoff vector) εντός ή στις πλευρές του τετραπλεύρου μπορεί να ληφθεί ως η μέση απόδοση των παικτών ανά περίοδο όταν επιλέγουν αλληλουχία δράσεων καθ' όλη τη διάρκεια του επαναλαμβανόμενου παιγνίου.

Για παράδειγμα, παίρνουμε το σημείο (7.5, 1).



Διάγραμμα 51

Υποθέτουμε ότι οι παίκτες εναλλάσσουν τις επιλογές τους μεταξύ των προφίλ (C,C) και (D,C), ξεκινώντας από το προφίλ (C,C) την πρώτη περίοδο.

Για τον παίκτη A αυτή η αλληλουχία δράσεων αποφέρει συνολική προεξοφλημένη απόδοση:

$$\begin{aligned} 6 + 9 \cdot \delta + 6 \cdot \delta^2 + 9 \cdot \delta^3 + \dots &= 6(1 + \delta^2 + \delta^4 + \dots) + 9\delta(1 + \delta^2 + \delta^4 + \dots) = \\ &= \frac{6}{1-\delta^2} + \frac{9\delta}{1-\delta^2} = \frac{6+9\delta}{1-\delta^2} = \frac{6+9\delta}{(1-\delta) \cdot (1+\delta)} \end{aligned}$$

Αν η συνολική προεξοφλημένη απόδοση πολλαπλασιαστεί με τον παράγοντα $1 - \delta$, τότε λαμβάνουμε τη μέση απόδοση του **παίκτη A** στο παίγνιο γύρου, που είναι:

$$(1 - \delta) \cdot \frac{6+9\delta}{(1-\delta) \cdot (1+\delta)} = \frac{6+9\delta}{1+\delta}.$$

Αντίστοιχα, η συνολική προεξοφλημένη απόδοση για τον **παίκτη B**, όταν επιλέγει την ίδια αλληλουχία δράσεων, είναι:

$$\begin{aligned} 6 - 4 \cdot \delta + 6 \cdot \delta^2 - 4 \cdot \delta^3 + \dots &= 6(1 + \delta^2 + \delta^4 + \dots) - 4\delta(1 + \delta^2 + \delta^4 + \dots) = \\ &= \frac{6}{1-\delta^2} - \frac{4\delta}{1-\delta^2} = \frac{6-4\delta}{1-\delta^2} = \frac{6-4\delta}{(1-\delta) \cdot (1+\delta)}, \end{aligned}$$

Άρα η μέση απόδοση του **παίκτη Β** στο παίγνιο γύρου είναι:

$$(1 - \delta) \cdot \frac{6-4\delta}{(1-\delta) \cdot (1+\delta)} = \frac{6-4\delta}{1+\delta}$$

Σημειώνεται ότι αν το δ τείνει στη μονάδα, τότε ο **παίκτης Α** έχει μέση απόδοση ανά περίοδο, $\lim_{\delta \rightarrow 1} \frac{6+9\delta}{1+\delta} = \frac{15}{2} = 7.5$, ενώ η μέση απόδοση ανά περίοδο του **παίκτη Β** είναι $\lim_{\delta \rightarrow 1} \frac{6-4\delta}{1+\delta} = \frac{2}{2} = 1$.

Συνεπώς, παίζοντας οι παίκτες διαδοχικά τα προφίλ (C,C) και (D,C), ξεκινώντας από το (C,C) στην πρώτη περίοδο, η μέση απόδοσή τους σε κάθε περίοδο είναι (7.5, 1), όταν ο συντελεστής προεξόφλησης τείνει στην μονάδα.

Γενικεύοντας, το τετράπλευρο αναπαριστά το σύνολο των μέσων αποδόσεων ανά περίοδο που μπορεί να επέλθει στο επαναλαμβανόμενο παίγνιο από οποιαδήποτε εφικτή συμπεριφορά υιοθετήσουν οι παίκτες και υπό οποιαδήποτε τιμή του συντελεστή προεξόφλησης.

Έχοντας λοιπόν κατά νου το σύνολο των εφικτών αποδόσεων σ' ένα επαναλαμβανόμενο παίγνιο μπορούμε να καθορίσουμε αν κάθε ειδικότερο διάνυσμα απόδοσης μπορεί να είναι ή όχι το αποτέλεσμα ενός προφίλ ισορροπίας SPE.

Για παράδειγμα, έστω ότι εστιάζουμε στο συγκεκριμένο διάνυσμα μέσης απόδοσης ανά περίοδο (7.5, 1), και εξετάζουμε την εξής **στρατηγική ενεργοποίησης**:

Οι παίκτες επιλέγουν εναλλάξ μεταξύ του προφίλ (C,C) και του (D,C) καθ' όλη τη διάρκεια του παιγνίου ξεκινώντας με (C,C) την πρώτη περίοδο. Αν ένας ή και οι δύο παίκτες αποκλίνουν απ' αυτή την αλληλουχία σε μια περίοδο, τότε θα συνεχίσουν να παίζουν το απείρως επαναλαμβανόμενο παίγνιο με το προφίλ (D,D) που αποτελεί ισορροπία Nash για το παίγνιο γύρου.

Για να προσδιορίσουμε αν αυτή η στρατηγική ενεργοποίησης αποτελεί στρατηγική ισορροπίας πρέπει να σταθμίσουμε για τον κάθε παίκτη το βραχυπρόθεσμο όφελος που επιτυγχάνει παρεκκλίνοντας σε σχέση με τις απώλειες που θα έχει λόγω της τιμωρίας που προβλέπεται στην διατύπωση της στρατηγικής ενεργοποίησης.

Ελέγχουμε τα κίνητρα του παίκτη Β:

Επισημαίνεται ότι όσο οι παίκτες δεν παρεκκλίνουν από την «συνεργατική» συμπεριφορά που καθορίζεται στη στρατηγική ενεργοποίησης, τότε, ξεκινώντας από οποιαδήποτε **περιττή (μονή) περίοδο** (στις οποίες οι παίκτες επιλέγουν το προφίλ (C,C)), η **συνολική απόδοση του παίκτη Β** είναι:

$$6 - 4 \cdot \delta + 6 \cdot \delta^2 - 4 \cdot \delta^3 + \dots = \frac{6-4\delta}{1-\delta^2}$$

Ξεκινώντας από οποιαδήποτε **άρτια (ζυγή) περίοδο**, η συνολική απόδοση του παίκτη Β είναι: $-4 + 6\delta - 4\delta^2 + 6\delta^3 + \dots = \frac{-4+6\delta}{1-\delta^2}$.

Θέλουμε λοιπόν να ελέγξουμε αν ο παίκτης Β έχει κίνητρο να παρεκκλίνει από τη συνεργατική συμπεριφορά είτε σε κάποια περιττή είτε σε κάποια άρτια περίοδο.

Επειδή οι παίκτες σε κάθε περιττή περίοδο παίζουν το προφίλ (C,C), αν ο παίκτης Β αποκλίνει παίζοντας D αντί για C τότε επιτυγχάνει ένα βραχυπρόθεσμο κέρδος 3 μονάδων (9-6=3). Όμως, η διαρκής απόδοση που ξεκινά από την επόμενη περίοδο (δηλ. από μια **άρτια** περίοδο) θα είναι μηδέν (το προφίλ (D,D) δίνει απόδοση (0,0)) αντί $\frac{-4+6\delta}{1-\delta^2}$ (αν δεν παρέκκλινε κατά την προηγούμενη περίοδο). Προεξοφλώντας αυτή την μελλοντική διαρκή

απώλεια στην περίοδο στην οποία ο Β απέκλινε, έχουμε ότι η απώλεια απόκλισης είναι $\delta \cdot \frac{-4+6\delta}{1-\delta^2}$.

Έτσι, ο **παίκτης Β** δεν έχει κίνητρο να παρεκκλίνει κατά τις περιττές περιόδους **αν και μόνο αν** οι διαρκείς απώλειες υπερβαίνουν το βραχυπρόθεσμο κέρδος. Αν δηλαδή ισχύει:

$$\delta \cdot \frac{-4+6\delta}{1-\delta^2} \geq 3$$

Στις άρτιες περιόδους οι παίκτες παίζουν το προφίλ (D,C). Αν ο παίκτης Β παρεκκλίνει παίζοντας D αντί για C, τότε επιτυγχάνει ένα βραχυπρόθεσμο κέρδος 4 μονάδων [0-(-4)=4]. Όμως, η διαρκής απόδοση που ξεκινά από την επόμενη περίοδο (δηλ. από μια περιττή περίοδο) θα είναι μηδέν αντί για $\frac{6-4\delta}{1-\delta^2}$. Προεξοφλώντας αυτή την μελλοντική διαρκή απώλεια στην περίοδο στην οποία παρέκκλινε, έχουμε ότι η απώλεια απόκλισης είναι $\delta \cdot \frac{6-4\delta}{1-\delta^2}$.

Έτσι ο **παίκτης Β** δεν έχει κίνητρο να παρεκκλίνει κατά τις άρτιες περιόδους **αν και μόνο αν** οι διαρκείς απώλειες υπερβαίνουν το βραχυπρόθεσμο κέρδος. Αν δηλαδή ισχύει:

$$\delta \cdot \frac{6-4\delta}{1-\delta^2} \geq 4$$

Συνοπτικά, υποθέτοντας ότι ο παίκτης Α είναι προσηλωμένος στην εφαρμογή του συνεργατικού προφίλ της στρατηγικής ενεργοποίησης τότε ο παίκτης Β μένει αφοσιωμένος κι αυτός **αν και μόνο αν** ισχύουν ταυτόχρονα οι δύο προαναφερόμενες ανισότητες.

Από την πρώτη ανισότητα έχουμε $\delta \geq \frac{4+\sqrt{124}}{18}$ και από την δεύτερη $\delta \geq \frac{2}{3}$.

Επειδή η πρώτη ανισότητα είναι αυστηρότερη της δεύτερης, μιας και $\frac{4+\sqrt{124}}{18} > \frac{2}{3}$, μπορούμε με βεβαιότητα να δεχθούμε ότι ο ορθολογικός παίκτης Β δεν έχει κίνητρο να παρεκκλίνει από το συνεργατικό προφίλ της στρατηγικής ενεργοποίησης όσο ο συντελεστής προεξόφλησης είναι $\delta \geq \frac{4+\sqrt{124}}{18}$, ή $\delta \geq \frac{4+2\sqrt{31}}{18}$ ή $\delta \geq \frac{2+\sqrt{31}}{9}$, ομοίως όσο το $\delta \in [\frac{2+\sqrt{31}}{9}, 1]$

Κατ' αντιστοιχία ελέγχουμε τα κίνητρα του παίκτη Α:

Ξεκινώντας από οποιαδήποτε **περιττή** (μονή) **περίοδο** (στις οποίες οι παίκτες επιλέγουν το προφίλ (C,C)), η **συνολική απόδοση του παίκτη Α** είναι:

$$6 + 9 \cdot \delta + 6 \cdot \delta^2 + 9 \cdot \delta^3 + \dots = \frac{6+9\delta}{1-\delta^2}$$

Ξεκινώντας από οποιαδήποτε **άρτια** (ζυγή) **περίοδο**, η συνολική απόδοση του παίκτη Α είναι: $9 + 6\delta + 9\delta^2 + 6\delta^3 + \dots = \frac{9+6\delta}{1-\delta^2}$.

Επειδή οι παίκτες σε κάθε περιττή περίοδο παίζουν το προφίλ (C,C), αν ο παίκτης Α αποκλίνει παίζοντας D αντί για C τότε επιτυγχάνει ένα βραχυπρόθεσμο κέρδος 3 μονάδων (9-6=3). Όμως, η διαρκής απόδοση που ξεκινά από την επόμενη περίοδο (δηλ. από μια **άρτια** περίοδο) θα είναι μηδέν (το προφίλ (D,D) δίνει απόδοση (0,0)) αντί $\frac{9+6\delta}{1-\delta^2}$ (αν δεν παρέκκλινε κατά την προηγούμενη περίοδο). Προεξοφλώντας αυτή την μελλοντική διαρκή απώλεια στην περίοδο στην οποία ο Α απέκλινε, έχουμε ότι η απώλεια παρέκκλισης είναι $\delta \cdot \frac{9+6\delta}{1-\delta^2}$.

Έτσι, ο **παίκτης Α** δεν έχει κίνητρο να παρεκκλίνει κατά τις περιττές περιόδους **αν και μόνο αν** οι διαρκείς απώλειες υπερβαίνουν το βραχυπρόθεσμο κέρδος. Αν δηλαδή ισχύει:

$$\delta \cdot \frac{9+6\delta}{1-\delta^2} \geq 3$$

Στις άρτιες περιόδους οι παίκτες παίζουν το προφίλ (D,C). Αν ο παίκτης Α αποκλίνει παίζοντας C αντί για D, τότε έχει βραχυπρόθεσμες απώλειες 3 μονάδων [9-6=3]. Συνεπώς ο παίκτης Α δεν έχει κίνητρο να παρεκκλίνει κατά τις άρτιες περιόδους.

Συνοπτικά, υποθέτοντας ότι ο παίκτης Β είναι προσηλωμένος στην εφαρμογή του συνεργατικού προφίλ της στρατηγικής ενεργοποίησης, τότε ο παίκτης Α δεν έχει κίνητρο να παρεκκλίνει κατά τις άρτιες περιόδους και δεν παρεκκλίνει ούτε κατά τις περιττές **αν και μόνο αν** ισχύει $\delta \cdot \frac{9+6\delta}{1-\delta^2} \geq 3$ ή ομοίως $\delta \geq \frac{-3+\sqrt{21}}{6}$

$$\delta \cdot \frac{9+6\delta}{1-\delta^2} \geq 3 \quad \text{ή ομοίως} \quad \delta \geq \frac{-3+\sqrt{21}}{6}$$

Έτσι, μπορούμε με βεβαιότητα να δεχθούμε ότι ο ορθολογικός παίκτης Α δεν έχει κίνητρο να παρεκκλίνει από το συνεργατικό προφίλ της στρατηγικής ενεργοποίησης όσο ο συντελεστής προεξόφλησης είναι $\delta \geq \frac{-3+\sqrt{21}}{6}$, ομοίως όσο το $\delta \in [\frac{-3+\sqrt{21}}{6}, 1]$.

Επειδή $\frac{2+\sqrt{31}}{9} > \frac{-3+\sqrt{21}}{6}$, **συμπεραίνουμε ότι το συνεργατικό προφίλ της στρατηγικής ενεργοποίησης είναι SPE** (τέλεια-σε-υποπαίγνια-ισορροπία) **αν και μόνο αν** $\delta \geq \frac{2+\sqrt{31}}{9}$, ή ομοίως, όταν ο συντελεστής προεξόφλησης $\delta \in [\frac{2+\sqrt{31}}{9}, 1]$. Επιπλέον η απόδοση αυτού του προφίλ ισορροπίας τείνει στο (7.5,1) αν το δ τείνει στην μονάδα.

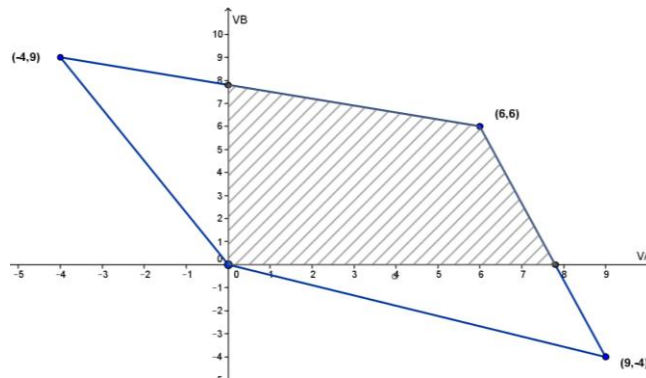
Σημειώνεται ότι το συνεργατικό προφίλ καθίσταται SPE του παιγνίου (υπό τον περιορισμό του διαστήματος τιμών που θα πρέπει να λαμβάνει τιμές ο συντελεστής προεξόφλησης) επειδή εντάσσεται στη στρατηγική ενεργοποίησης η οποία προβλέπει μια καθορισμένη διηλεκτή τιμωρία για τους παραβάτες.

Με την ανωτέρω τεχνική ανάλυση αποδεικνύεται ότι κάθε σημείο που κείται πάνω στις πλευρές του τετραπλεύρου (και οι κορυφές του) μπορεί να αποτελεί μέση απόδοση ισορροπίας ανά περίοδο, αν οι παίκτες είναι απολύτως υπομονετικοί (όταν δηλ. $\delta = 1$).

Επιπλέον, κάθε σημείο εντός του τετραπλεύρου μπορεί να αποτελεί ισορροπία υπό δύο βασικές προϋποθέσεις¹⁶¹:

- (α). Ο κάθε παίκτης να επιτυγχάνει μια θετική απόδοση, και
- (β). Ο συντελεστής προεξόφλησης να είναι αρκετά μεγάλος (ώστε να βρίσκεται εντός του εύρους τιμών που καθιστούν ασύμφορη την παρέκκλιση).

Έτσι, το σύνολο των αποδόσεων ισορροπίας φαίνεται γραμμοσκιασμένο στο κατωτέρω γράφημα.



Διάγραμμα 52

Ένα γενικό συμπέρασμα που ισχύει για τα απείρως επαναλαμβανόμενα παίγνια είναι ότι όταν υπάρχει μια ισορροπία Nash στο παίγνιο γύρου που έχει διάνυσμα απόδοσης W (με W_i , να αφορά τον παίκτη i , με $i = 1,2 \dots n$), και αν V είναι μια εφικτή μέση απόδοση ανά περίοδο τέτοια ώστε $V_i > W_i$ για κάθε παίκτη i , τότε το διάνυσμα V είναι η απόδοση ενός προφίλ ισορροπίας SPE, αν ο συντελεστής προεξόφλησης είναι αρκετά κοντά στην μονάδα.

¹⁶¹ Watson (2013) σελ. 305

Με άλλα λόγια, με τη χρησιμοποίηση κατάλληλων στρατηγικών ενεργοποίησης σχεδόν κάθε απόδοση σε ένα επαναλαμβανόμενο παίγνιο μπορεί να επιτευχθεί ως απόδοση ισορροπίας αν οι παίκτες είναι αρκετά υπομονετικοί.

Όπως αναφέρει ο Watson¹⁶² αυτό το συμπέρασμα ονομάστηκε **Folk Theorem** («Κοινό Θεώρημα») καθώς αποτελούσε μια συμβατική «επαγγελματική γνώση» για τους θεωρητικούς των παιγνίων, πριν αποδειχθεί με μαθηματικό τρόπο. Ο **Robert Aumann** έλαβε το βραβείο Nobel το 2005 για τον καινοτόμο τρόπο με τον οποίο ανέλυσε τα επαναλαμβανόμενα παίγνια και το *κοινό θεώρημα*.

5.5. Επιεικής Στρατηγική Ενεργοποίησης

Είδαμε ότι μια **στρατηγική ενεργοποίησης** συντίθεται από δύο σκέλη. Το συνεργατικό, όπου οι παίκτες συμφωνούν να παίξουν μια αλληλουχία (ακολουθία) στρατηγικών και στην περίπτωση που κάποιος ή κάποιοι παρεκκλίνουν από αυτή τότε εφαρμόζεται στο διηκεές το έτερο σκέλος, το τιμωρητικό προφίλ. **Για να είναι αξιόπιστο το τιμωρητικό προφίλ θα πρέπει να αποτελεί ισορροπία στο παίγνιο γύρου.**

Μια παραλλαγή αυτής της στρατηγικής, ίσως περισσότερο ρεαλιστική, είναι η **επιεικής στρατηγική ενεργοποίησης**. Η **επιεικής** είναι μια στρατηγική ενεργοποίησης στην οποία η «τιμωρία» λήγει μετά από κάποιο προκαθορισμένο αριθμό περιόδων.

Έτσι, οι παίκτες συμφωνούν να παίξουν ένα συγκεκριμένο προφίλ για πάντα. Εάν όμως κάποιος παρεκκλίνει τότε ο άλλος τον τιμωρεί για τις επόμενες, έστω, x περιόδους. Για να αποτελεί μια επιεικής στρατηγική ενεργοποίησης ισορροπία θα πρέπει να επιλεγεί κατάλληλα το x ώστε κανένας παίκτης να μην έχει κίνητρο να αθετήσει τη συμφωνία.

Σε μια **επιεική στρατηγική ενεργοποίησης** υπάρχουν κύκλοι συμπεριφοράς των παικτών που χαρακτηρίζονται ως **ατομικά ορθολογικοί** (individual rational) εάν το όφελος για κάθε έναν από τους παίκτες για όλο τον κύκλο (συνεργατικό προφίλ για y γύρους – παρέκκλιση - τιμωρητικό προφίλ για x γύρους - συνεργατικό μετά την πάροδο της τιμωρίας κ.ο.κ.) είναι μεγαλύτερο ή ίσο απ' ότι αν παρέμενε προσηλωμένος στο συνεργατικό προφίλ.

Έτσι, από κάθε ατομικά ορθολογικό κύκλο μπορεί να κατασκευαστεί μια τέλεια ισορροπία υποπαιγνίου, εάν συνδυάσουμε τον κύκλο με τη στρατηγική ενεργοποίησης και με έναν συντελεστή προεξόφλησης κοντά στη μονάδα. Όσο πιο κοντά στη μονάδα είναι ο συντελεστής προεξόφλησης, τόσο περισσότερους συνδυασμούς στρατηγικών που να αποτελούν ισορροπία μπορούμε να κατασκευάσουμε¹⁶³.

5.6. Δυναμικό Ολιγοπώλιο και Συμπαιγνία

Όταν κάναμε την ανάλυση του ολιγοπωλιακού μοντέλου του Cournot διαπιστώσαμε ότι η ισορροπία Nash είναι αναποτελεσματική για τις εμπλεκόμενες εταιρείες καθώς η υπερβάλλουσα παραγωγή που επιβάλλει η διατηρήσιμη ισορροπία, αποφέρει μικρότερο κέρδος από εκείνο που θα μπορούσαν να επιτύχουν υπό άλλες συνθήκες. Μια από τις συνθήκες αυτές που εφαρμόσαμε κατά την προγενέστερη ανάλυση του μοντέλου ήταν ότι το παίγνιο είναι στατικό (δηλ. παίζεται άπαξ).

Στην παρούσα ανάλυση θα παρουσιάσουμε το ίδιο μοντέλο αλλά σε δυναμικές συνθήκες.

Δύο εταιρείες, A και B, μοναδικές στον κλάδο, παράγουν ένα ομογενοποιημένο προϊόν με ίδιο κόστος παραγωγής (100 € ανά χίλια τεμάχια), και η τιμή πώλησης (p) του προϊόντος στην αγορά εξαρτάται από την διαθέσιμη ποσότητα ($p = 1000 - q_A - q_B$).

¹⁶² Ό.π.

¹⁶³ Ρεφανίδης Γ. ό.π. σελ. 141

Είχαμε δει ότι η επιχείρηση i (με $i = A, B$), που παράγει ποσότητα q_i (σε χιλ. τμχ), επιτυγχάνει απόδοση: $u_i = (1000 - q_i - q_{-i}) \cdot q_i - 100 \cdot q_i = 900 \cdot q_i - q_i^2 - q_i \cdot q_{-i}$.

Οι ποσότητες ισορροπίας δείξαμε ότι είναι: $q_i = 300$ χιλ. τμχ και η απόδοση ισορροπίας είναι $u_i = 90.000\text{€}$ για κάθε επιχείρηση.

Στην ανάλυση που κάναμε είχαμε δείξει ότι οι εταιρείες θα είχαν μεγαλύτερη απόδοση αν αποφάσιζαν να παράγουν από 250 χιλ. τμχ¹⁶⁴ καθώς θα είχαν απόδοση 100.000€ η κάθε μία.

Συνεπώς, σε όρους στατικού (άπαξ) παιγνίου οι εταιρείες θα προτιμούσαν να συνεννοηθούν μεταξύ τους και να παράγουν από 250 χιλ. τμχ. Όμως, ακόμα και αν ήταν επιτρεπτή από το νόμο μια τέτοιου είδους συνεννόηση, το προφίλ (250,250) δεν μπορεί να είναι διατηρήσιμο καθώς δεν αποτελεί προφίλ ισορροπίας Nash (μιας και οι εταιρείες έχουν κίνητρο να απομακρυνθούν μονομερώς από το εν λόγω προφίλ).

Βέβαια, στις περισσότερες κλαδικές αγορές, οι επιχειρήσεις δεν αλληλεπιδρούν μόνο μια φορά. Η αλληλεπίδραση μεταξύ τους είναι επαναλαμβανόμενη και σε κάποιες περιπτώσεις ακόμα και καθημερινή.

Έτσι, το μοντέλο της διαρκούς αλληλεπίδρασης των εταιρειών του παραδείγματός μας μπορεί να εξεταστεί ως μια απείρως επαναλαμβανόμενη έκδοση του δυοπρωλιακού μοντέλου του Cournot, του οποίου το παίγνιο γύρου (stage game) είναι αυτό που περιγράφηκε ανωτέρω.

Η ανάλυση του απείρως επαναλαμβανόμενου παιγνίου καταδεικνύει ότι η συνεννόηση μεταξύ των επιχειρήσεων, αν την ονομάσουμε «**συμπαιγνία**», μπορεί να δημιουργήσει μια βιώσιμη (διατηρήσιμη) ισορροπία, με τη χρήση του μηχανισμού της **φήμης** (reputation).

Έστω, ότι οι εταιρείες καθορίζουν από κοινού την εξής **στρατηγική ενεργοποίησης**: *κάθε εταιρεία επιλέγει επίπεδο παραγωγής $q_i = 250$ χιλ. τμχ σε κάθε περίοδο, για όσο διάστημα επιλέγεται και από τις δύο αυτό το επίπεδο σε κάθε προηγούμενη περίοδο. Αν μία ή και οι δύο εταιρείες παρεκκλίνουν, τότε και οι δύο θα αυξήσουν το επίπεδο παραγωγής τους στα 300 χιλ τμχ, που αποτελεί το προφίλ ισορροπίας Nash, το οποίο θα ακολουθήσουν στο εξής και για πάντα.*

Υποθέτουμε ότι η εταιρεία j ακολουθεί πιστά το συνεργατικό προφίλ της στρατηγικής ενεργοποίησης. Αν η εταιρεία i συνεργαστεί τότε η κάθε μια λαμβάνει συνολική προεξοφλημένη απόδοση: $100.000 \cdot (1 + \delta + \delta^2 + \delta^3 + \dots) = \frac{100.000}{1-\delta}$

Η εταιρεία i μπορεί να επωφεληθεί από την προσήλωση της j στο συνεργατικό προφίλ, παράγοντας βραχυπρόθεσμα μια ποσότητα παραγωγής μεγαλύτερη της συμφωνημένης δηλ. $q_i \geq 250$ χιλ. τμχ. Μετά απ' αυτή την παρέκκλιση, ενεργοποιείται το τιμωρητικό προφίλ της στρατηγικής ενεργοποίησης, το οποίο είναι και το προφίλ της ισορροπίας Nash, και η κάθε εταιρεία παράγει στο μέλλον από 300 χιλ. τμχ.

Για να ελέγξουμε τα κίνητρα της εταιρείας i βρίσκουμε το επίπεδο παραγωγής q_i που μεγιστοποιεί το τρέχον κέρδος της (το κέρδος της περιόδου παρέκκλισης). Η συνάρτηση απόδοσης είναι: $900 \cdot q_i - q_i^2 - 250 q_i = 650q_i - q_i^2$

Η συνάρτηση απόδοσης μεγιστοποιείται όταν: $\frac{d}{dq_i} (650q_i - q_i^2) = 0 \Rightarrow$

¹⁶⁴ Η ποσότητα παραγωγής $q_i = 250$ χιλ. τμχ δεν αποτελεί την μονοπωλιακή ποσότητα που θα μπορούσαν να στοχεύσουν οι εταιρείες. Η τελευταία είναι 225 χιλ. τμχ και προσδιορίζεται από την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης απόδοσης όταν θέσουμε $q_i = q_{-i}$.

$650 - 2q_i = 0 \Rightarrow q_i = 325$, και εφόσον $\frac{d^2}{dq_i^2}(650q_i - q_i^2) < 0$, που ισχύει.

Έτσι το μέγιστο τρέχον κέρδος που μπορεί να λάβει μια εταιρεία παρεκκλίνοντας μονομερώς του συνεργατικού προφίλ είναι: $650 \cdot 325 - 325^2 = 105.625\text{€}$

Διαπιστώνεται ότι η εταιρεία έχει βραχυπρόθεσμο όφελος από την μονομερή παρέκκλιση καθώς το τρέχον κέρδος της μονομερούς παρέκκλισης υπερβαίνει το κέρδος του παιγνίου γύρου ($105.625\text{€} > 100.000\text{€}$). Άρα, υπάρχει κίνητρο παρέκκλισης.

Μετά την παρέκκλιση οι εταιρείες έχουν συμφέρον να παίξουν το τιμωρητικό προφίλ που καθορίζει η στρατηγική ενεργοποίησης, καθώς είναι ισορροπία Nash. Στο προφίλ αυτό η συνολική μελλοντική απόδοση της κάθε εταιρείας είναι: $90.000(1 + \delta + \delta^2 + \delta^3 + \dots) = \frac{90.000}{1-\delta}$. Αν η συνολική μελλοντική απόδοση μετά την παρέκκλιση προεξοφληθεί στον χρόνο που έγινε η παρέκκλιση, η συνολική προεξοφλημένη απόδοση μετά την παρέκκλιση είναι:

$$\delta \cdot \frac{90.000}{1-\delta}$$

Έτσι, η βέλτιστη τρέχουσα απόδοση αθροιζόμενη με τη συνολική προεξοφλημένη (στον χρόνο της παρέκκλισης) μελλοντική απόδοση κάθε επόμενης περιόδου είναι:

$$105.625 + \delta \cdot \frac{90.000}{1-\delta}$$

Συνεπώς, η «συμπαιγνία» (δηλ. το συνεργατικό προφίλ της στρατηγικής ενεργοποίησης) είναι διατηρήσιμη όταν οι εταιρείες δεν έχουν κίνητρο να παρεκκλίνουν απ' αυτή σε όρους συνολικής απόδοσης. Όταν, δηλαδή, η συνολική απόδοση «συμπαιγνίας» υπερβαίνει ή είναι ίση με τη συνολική βέλτιστη απόδοση παρέκκλισης.

Η αναγκαία και ικανή συνθήκη είναι: $\frac{100.000}{1-\delta} \geq 105.625 + \delta \cdot \frac{90.000}{1-\delta}$ ή $\delta \geq \frac{9}{25}$

Συμπερασματικά, αν ο συντελεστής προεξόφλησης λαμβάνει τιμές στο διάστημα $[\frac{9}{25}, 1]$ τότε η συμπαιγνία είναι διατηρήσιμη ως SPE (τέλεια-σε-υποπαίγνια-ισορροπία).

Όταν, λοιπόν, σε ένα δυοπώλιο τύπου Cournot είναι δυνατή μια τέτοια συμπαιγνία αναμφίβολα ζημιώνεται ο καταναλωτής. Στο παράδειγμά μας η τιμή πώλησης ανά τεμάχιο προϊόντος είναι 0,50€ όταν εφαρμόζεται η συμπαιγνία, ενώ στην ισορροπία Nash είναι 0,40€. Για το λόγο αυτό στις αναπτυσσόμενες και ανεπτυγμένες οικονομίες θεσπίζονται κανόνες αποτροπής αυτών των συμπαιγνιών. Όμως, υπάρχουν ισορροπίες συμπαιγνίας, όπως αυτή που περιγράφει η στρατηγική ενεργοποίησης του παραδείγματός μας, οι οποίες είναι **αυτό-επιβαλλόμενες συμφωνίες** (self-enforced contracts), καθώς συνάγονται αβίαστα και σιωπηρά από τους εμπλεκόμενους, λόγω του αμοιβαίου μακροπρόθεσμου οφέλους που συνεπάγονται και λόγω της διαρκούς αλληλεπίδρασης των εμπλεκομένων στο εκάστοτε συγκεκριμένο κλαδικό περιβάλλον.

Για να μην δαιμονοποιηθούν οι αυτό-επιβαλλόμενες συμφωνίες, σπεύδουμε να επιστημόσουμε ότι αν το παίγνιο της συμπαιγνίας αποτελεί ανεπιθύμητη κατάσταση για την οικονομία όταν παίζεται από εταιρείες του ίδιου κλάδου, το αντίθετο συμβαίνει για αντίστοιχες συμφωνίες μεταξύ κρατών. Για παράδειγμα, η χαμηλή δασμολογική πολιτική που ακολουθείται μεταξύ κρατικών οντοτήτων, εφόσον είναι προς το συμφέρον της κάθε μεμονωμένης κρατικής οντότητας, ακολουθείται ακόμα και όταν δεν υπάρχει συγκεκριμένη διακρατική συμφωνία.

Για να είμαστε ρεαλιστές αναγνωρίζουμε ότι η γενικευμένη διακρατική πολιτική των χαμηλών δασμών δεν είναι διατηρήσιμη ως αυτό-επιβαλλόμενη συμφωνία μιας και τα διακρατικά συμφέροντα μεταβάλλονται και έτσι αναδύονται ισχυρά κίνητρα μεμονωμένης παρέκκλισης. Για το λόγο αυτό υπάρχουν υπερεθνικές οντότητες (όπως, ο Παγκόσμιος Οργανισμός Εμπορίου) που συνδράμουν στη συμβατική σύναψη τέτοιων συμφωνιών μεταξύ κρατικών οντοτήτων.

Όμως, ακόμα κι αυτή η συμβατική σύναψη διακρατικών συμφωνιών ουσιαστικά εναπόκειται στη διακριτική ευχέρεια της κάθε κρατικής οντότητας να την τηρήσει ή όχι. Αυτό οφείλεται στο ότι δεν υπάρχει κάποιος υπερεθνικός θεσμός που να είναι σε θέση (να έχει την εξουσία) να επιβάλει την τήρηση των συμφωνηθέντων. Η τήρηση των όποιων διακρατικών εμπορικών συμφωνιών επαφίεται στη διαρκή αλληλεπίδραση μεταξύ των εμπλεκόμενων κρατών και στο μηχανισμό της «φήμης» που αυτή η αλληλεπίδραση προκαλεί.

Έτσι, οι διακρατικές δασμολογικές συμφωνίες ακολουθούν πολιτικές ισορροπίας που σχετίζονται με κατάλληλα διατυπωμένες **στρατηγικές ενεργοποίησης**, όπου οι χαμηλοί δασμοί (συνεργατικό προφίλ) είναι διατηρήσιμοι υπό την απειλή της επιστροφής σε υψηλές δασμολογικές πολιτικές, αντίστοιχες με εκείνες που ίσχυαν προ της αμοιβαίας διαπίστωσης της ανάγκης σύναψης της συμφωνίας. Μια κατάλληλα διατυπωμένη στρατηγική ενεργοποίησης περιέχει και την πρόβλεψη της **αμοιβαιότητας**, της δυνατότητας, δηλαδή, του αποδέκτη της παρέκκλισης να «απαντήσει», τιμωρώντας τον παρεκκλίνοντα. Για να είναι κατάλληλη η στρατηγική ενεργοποίησης, εκτός της πρόβλεψης του όρου της αμοιβαιότητας, θα πρέπει να είναι και **επιεικής**. Αυτό σημαίνει ότι η χρησιμότητα του «τιμωρητικού» προφίλ παύει να υφίσταται μετά από κάποιες περιόδους αλληλεπίδρασης, και έτσι οι εμπλεκόμενοι συνέρχονται στο τραπέζι των διαπραγματεύσεων και επανοριοθετούν τους διακρατικούς δασμολογικούς κανόνες, δηλ. μια νέα στρατηγική ενεργοποίησης.

5.7. Το εμπόριο της φήμης.

Η καλή φήμη μιας επιχείρησης σχετίζεται με την εμπιστοσύνη που οι καταναλωτές επιδεικνύουν αγοράζοντας τα προϊόντα και τις υπηρεσίες της. Το εμπορικό σήμα λέγεται συχνά ότι είναι το σημαντικότερο κεφάλαιο μιας επιχείρησης.

Όταν οι εταιρείες συναλλάσσονται (αγοράζουν ή πωλούν προϊόντα και υπηρεσίες), το εμπορικό τους σήμα είναι μέρος της διαπραγμάτευσης. Οι εκάστοτε ιδιοκτήτες του εμπορικού σήματος έχουν κίνητρο να διατηρήσουν τη **φήμη** (το «καλό όνομα») της επιχείρησης. Πέρα από τα πλεονεκτήματα που αυτή παρέχει στις καθημερινές εμπορικές πράξεις της επιχείρησης, αυξάνει και την αξία μεταπώλησής της. Αυτό το κίνητρο υπερακοντίζει ενδεχόμενες βραχυπρόθεσμες δυνατότητες είτε άντλησης υπερ-κανονικού κέρδους είτε άλλων καιροσκοπικών ενεργειών (όπως ποιοτική υποβάθμιση του αγαθού ή της υπηρεσίας), που έχουν άμεση αντανάκλαση στον περιορισμό του παραγωγικού κόστους και άρα βελτιώνουν την κερδοφορία της επιχείρησης. Βέβαια αντίστοιχες ενέργειες θεωρούνται «μυωπικές» γιατί αμαυρώνουν το «καλό όνομα» της επιχείρησης.

Στο παράδειγμα που ακολουθεί μοντελοποιείται το «εμπόριο της φήμης» μιας επιχείρησης, προκειμένου να αναδειχθεί το μακροπρόθεσμο όφελος, η προστιθέμενη αξία, που προσδίδει στον/στους ιδιοκτήτη/ες της το «καλό όνομα» μιας επιχείρησης.

Έστω λοιπόν ότι υπάρχουν τρεις επιχειρηματίες, ο Α, ο Β και ο Γ. Το παίγνιο εκτυλίσσεται σε δύο περιόδους, και αφορά σε μια εμπορική συμφωνία μεταξύ δύο επιχειρήσεων των οποίων οι ιδιοκτήτες είναι ο Α και ο Β, αντίστοιχα. Κατά την πρώτη περίοδο του παιγνίου, ο παίκτης Α και ο παίκτης Β αλληλεπιδρούν στο παίγνιο γύρου. Ο παίκτης Β, όμως,

συνταξιοδοτείται μετά την λήξη της πρώτης περιόδου και έτσι δεν μπορεί να συμμετέχει στο παίγνιο κατά την δεύτερη περίοδο. Διατηρεί, όμως, το δικαίωμα να ενεργήσει κατά την περίοδο αυτή, ακόμα κι αν δεν μπορεί να εξασκήσει αυτό το δικαίωμα αυτοπροσώπως. Ειδικότερα, ο παίκτης Β μπορεί να πουλήσει το δικαίωμα στον παίκτη Γ, και εφόσον η διαπραγμάτευση αγοροπωλησίας του δικαιώματος μεταξύ των παικτών αυτών τελεσφορήσει, κατά τη δεύτερη περίοδο του παιγνίου αλληλεπιδρούν οι παίκτες Α και Γ.

		Β		
		Χ	Υ	Ζ
Α	Κ	5, 3	0, 0	2, 5
	Μ	0, 0	3, 1	0, 0

Παίγνιο γύρου (1^η Περίοδος)

		Γ		
		Χ	Υ	Ζ
Α	Κ	5, 3	0, 0	2, 5
	Μ	0, 0	3, 1	0, 0

Παίγνιο γύρου (2^η Περίοδος)

Πίνακας 66 –Παίγνιο: Εμπόριο Φήμης

Το παίγνιο ξεκινά την πρώτη περίοδο όπου οι παίκτες (Α και Β) συμμετέχουν στο παίγνιο γύρου της πρώτης περιόδου. Μεταξύ της πρώτης και της δεύτερης περιόδου οι παίκτες Β και Γ λαμβάνουν μια κοινή απόφαση, καθορίζοντας αν ο Γ αποκτήσει (αγοράσει) το δικαίωμα να παίξει στη δεύτερη περίοδο καταβάλλοντας μια μεταβιβαστική πληρωμή στον παίκτη Β (που είναι κάτοχος του δικαιώματος).

Αν η διαπραγμάτευση είναι επιτυχής, ο παίκτης Γ αγοράζει το δικαίωμα και έτσι παίζει στην δεύτερη περίοδο του παιγνίου με τον παίκτη Α, διαφορετικά το παίγνιο ολοκληρώνεται πριν την έναρξη της δεύτερης περιόδου. Αν, λοιπόν, η διαπραγμάτευση δεν είναι επιτυχής, τότε το default αποτέλεσμα της φάσης της κοινής απόφασης είναι η διαφωνία και έτσι δεν υπάρχουν μεταβιβαστικές πληρωμές μεταξύ Β και Γ αλλά ούτε και μεταβίβαση δικαιώματος συμμετοχής, και συνεπώς το παίγνιο ολοκληρώνεται με μηδενικές αποδόσεις για τους Β και Γ από τη φάση διαπραγμάτευσης.

Οι άλλες αποδόσεις των παικτών έχουν ως εξής:

Ο παίκτης Α λαμβάνει ως απόδοση το άθροισμα των αποδόσεων των παιγνίων γύρου (stage game) που τελικώς θα παιχτούν, ο παίκτης Β λαμβάνει την απόδοση της πρώτης περιόδου του παιγνίου γύρου συν τη μεταβιβαστική πληρωμή που θα διαπραγματευτεί με τον παίκτη Γ στη φάση της διαπραγμάτευσης μεταξύ των δύο περιόδων, και ο παίκτης Γ λαμβάνει την απόδοση που θα κερδίσει στην δεύτερη περίοδο μείον την μεταβιβαστική πληρωμή που συμφώνησε με το παίκτη Β.

Ο πίνακας αποδόσεων είναι αυτός που χρησιμοποιήσαμε για να δείξουμε ότι στα επαναλαμβανόμενα παίγνια υπάρχουν διατηρήσιμες ισορροπίες που κάθε φάση τους, εκτός της τελευταίας, δεν είναι κατ' ανάγκη ισορροπίες Nash. Στην αντίστοιχη ενότητα είχε αναφερθεί ότι για να είναι εφικτή μια τέτοια έκβαση, και προκειμένου να είναι βιώσιμο ένα ενδιάμεσο προφίλ που δεν είναι ισορροπία Nash, θα πρέπει να διατυπωθεί μια κατάλληλη **στρατηγική ενεργοποίησης**. Έχει δειχθεί, λοιπόν, ότι το συνεργατικό προφίλ $-(K, X)$ στην πρώτη περίοδο και (K, Z) στην δεύτερη- υπερτερεί έναντι κάθε άλλου προφίλ SPE αλλά αυτή η υπεροχή εδράζεται στο τιμωρητικό προφίλ (M, Y) που θα υιοθετηθεί εφόσον υπάρξει παρέκκλιση από το συνεργατικό. Αυτονόητη προϋπόθεση όλων αυτών ήταν ότι σε κάθε περίοδο εξέλιξης του παιγνίου συμμετείχαν οι ίδιοι δρώντες. Στο παρόν παίγνιο οι εμπλεκόμενοι διαφοροποιούνται.

Για να διαφανεί ο τρόπος με τον οποίο η δυνατότητα του Β να πουλήσει (διαπραγματευτεί) το δικαίωμα συμμετοχής στον Γ, επηρεάζει τη συμπεριφορά του Β κατά την πρώτη περίοδο,

θα επιλύσουμε αρχικά το παίγνιο ως σαν να μην υπάρχει φάση διαπραγμάτευσης μεταξύ της πρώτης και της δεύτερης περιόδου.

Σ' αυτή την έκδοση του παιγνίου οι παίκτες A και B παίζουν το παίγνιο γύρου της πρώτης περιόδου και οι παίκτες A και Γ παίζουν το παίγνιο της δεύτερης περιόδου. Η τέλεια-σε-υποπαίγνιο-ισορροπία (SPE) επιτυγχάνεται είτε με το προφίλ (K,Z) ή το (M,Y) σε κάθε περίοδο.

Υποθέτουμε ότι είναι διατηρήσιμο το προφίλ (K,X) στην πρώτη περίοδο. Ακόμα κι έτσι όμως, θα ήταν ανορθολογικό για τον παίκτη B να επιλέξει την εναλλακτική X μιας και είναι ασθενώς κυριαρχούμενη της εναλλακτικής Z και επιπλέον η απόδοση που θα λάβει δεν εξαρτάται από το τι θα γίνει στη δεύτερη περίοδο καθώς σ' αυτή δεν θα συμμετέχει. Άρα σ' αυτή την έκδοση του παιγνίου (όταν δεν υπάρχει φάση διαπραγμάτευσης) το προφίλ ισορροπίας της πρώτης περιόδου μεταξύ A και B θα είναι (K,Z) με απόδοση (2,5) και το προφίλ ισορροπίας της δεύτερης περιόδου μεταξύ A και Γ θα είναι (M,Y) με απόδοση (3,1).

Επιστρέφουμε τώρα στην έκδοση του παιγνίου στην οποία ο παίκτης B μπορεί να διαπραγματευτεί την πώληση του δικαιώματος συμμετοχής στη δεύτερη περίοδο με τον παίκτη Γ.

Ο παίκτης B, σ' αυτή την περίπτωση, θα μπορούσε να έχει κίνητρο να παίξει την ασθενώς κυριαρχούμενη εναλλακτική X κατά την πρώτη περίοδο:

Έστω, ότι οι παίκτες A και B επιλέγουν το προφίλ (K,X) την πρώτη περίοδο. Έπειτα, στην περίπτωση που ακολουθεί η δεύτερη περίοδος, η συμπεριφορά των παικτών A και Γ εξαρτάται από το αποτέλεσμα της πρώτης περιόδου αλληλεπίδρασης. Ειδικότερα, αν στην πρώτη περίοδο έχει παιχτεί το προφίλ (K,X) τότε στη δεύτερη περίοδο οι A και Γ θα παίξουν τη συνέχεια του συνεργατικού προφίλ, δηλ. (K,Z). Αντίθετα αν στην πρώτη περίοδο έχει παιχτεί το (K,Z) τότε στη δεύτερη περίοδο οι A και Γ θα αναγκαστούν να παίξουν το προφίλ (M,Y).

Σημειώνεται ότι η έκβαση και άρα η απόδοση της πρώτης περιόδου επηρεάζει το ύψος του τιμήματος που ο παίκτης Γ θα είναι πρόθυμος να καταβάλει για την εξαγορά του δικαιώματος να παίξει στη δεύτερη περίοδο. Έτσι, η συμμετοχή στη δεύτερη περίοδο αξίζει 5 μονάδες στον παίκτη Γ αν το (K,X) είναι το προφίλ της πρώτης περιόδου, διαφορετικά αξίζει μόλις 1 μονάδα αν το προφίλ αυτό είναι το (K,Z).

Επιπλέον θεωρούμε ότι η διαπραγμάτευση των B και Γ, μεταξύ των δύο περιόδων, διεξάγεται σύμφωνα με την «Τυπική Διαπραγματευτική Επίλυση», όπου οι εμπλεκόμενοι κατανέμουν το πλεόνασμα αναλογικά σε σχέση με την διαπραγματευτική δύναμη που διαθέτουν. Έτσι, αν η διαπραγματευτική βαρύτητα του B είναι g , η διαπραγματευτική βαρύτητα του Γ θα είναι $1 - g$.

Το σημείο διαφωνίας της φάσης διαπραγμάτευσης δίνει μηδενική απόδοση και στους δύο παίκτες ανεξάρτητα από το τι έλαβε ο παίκτης B από την πρώτη περίοδο (που το έλαβε ανεξάρτητα¹⁶⁵ από την έκβαση του παιγνίου μετά την πρώτη περίοδο – δηλ. ανεξάρτητα από την έκβαση της επερχόμενης διαπραγμάτευσης και ανεξάρτητα της έκβασης της δεύτερης περιόδου, εφόσον προέκυπτε τέτοια).

Αν, λοιπόν, από την πρώτη περίοδο προκύψει το προφίλ (K,X) ο παίκτης B λαμβάνει από την φάση διαπραγμάτευσης $5 \cdot g$ ενώ ο παίκτης Γ λαμβάνει $(1 - g) \cdot 5$. Η αξία $5 \cdot g$ είναι η μεταβιβαστική πληρωμή που ο Γ θα πρέπει να καταβάλει στον B προκειμένου να αγοράσει το δικαίωμα. Αντίστοιχα, αν το προφίλ (K,Z) αποτελεί την έκβαση της πρώτης περιόδου τότε το πλεόνασμα επί του οποίου θα διαπραγματευτούν οι B και Γ είναι 1 μονάδα και συνεπώς ο B θα λάβει $1 \cdot g$ και ο Γ $(1 - g) \cdot 1$.

¹⁶⁵ Η επιλογή εναλλακτικής του παίκτη B κατά την πρώτη περίοδο σχετίζεται με τις μετέπειτα προοπτικές εξέλιξης του παιγνίου, αλλά η απόδοση που λαμβάνει κατά την πρώτη περίοδο είναι ανεξάρτητη από την εξέλιξη του παιγνίου.

Αυτό που απομένει είναι να εξεταστεί αν οι παίκτες A και B έχουν κίνητρο να παρεκκλίνουν μονομερώς από το να παίξουν το συνεργατικό προφίλ (K,X) της πρώτης περιόδου. Αν δεν έχουν κίνητρο τότε η ακολουθία: προφίλ (K,X) την πρώτη περίοδο - επιτυχής έκβαση της διαπραγμάτευσης μεταξύ B και Γ, βάσει της διαπραγματευτικής βαρύτητας του κάθε παίκτη - προφίλ (K,Z) κατά την δεύτερη περίοδο, αποτελεί την τελική έκβαση ισορροπίας στο παίγνιο «εμπορίας φήμης».

Αρχικά, παρατηρείται ότι ο παίκτης A δεν έχει κίνητρο να παρεκκλίνει από την εναλλακτική K κατά την πρώτη περίοδο. Παίζοντας την εναλλακτική M είναι βέβαιο ότι θα οδηγηθεί τόσο ο ίδιος όσο και ο B σε μηδενική απόδοση, με δεδομένο ότι ο B θα επιλέξει είτε την εναλλακτική X είτε την Z που σε κάθε περίπτωση του αποφέρουν μεγαλύτερο όφελος από την Y.

Ο παίκτης B επιλέγοντας X θα οδηγήσει το παίγνιο γύρου της πρώτης περιόδου στο προφίλ (K,X) και η απολαβή του θα είναι **3** μονάδες και επιπλέον $5 \cdot g$ μονάδες από τη φάση της διαπραγμάτευσης με τον Γ. Άρα, η συνολική απόδοση που θα λάβει θα είναι $3 + 5 \cdot g$.

Αντίθετα, επιλέγοντας Z θα οδηγήσει το παίγνιο γύρου της πρώτης περιόδου στο προφίλ (K,Z) και η απολαβή του θα είναι **5** μονάδες και επιπλέον $1 \cdot g$ μονάδες από τη φάση της διαπραγμάτευσης με τον Γ. Άρα, η συνολική απόδοση που θα λάβει θα είναι $5 + g$.

Συνεπώς, ο παίκτης B έχει κίνητρο **να μην παρεκκλίνει** του συνεργατικού προφίλ (K,X) της πρώτης περιόδου **αν και μόνο αν:** $3 + 5 \cdot g \geq 5 + g$ ή ομοίως, $g \geq \frac{1}{2}$

Αυτή η ανάλυση δείχνει ότι η εμπορική «φήμη» όταν κατακτηθεί από ένα μέρος, μπορεί να έχει αξία μεταβίβασης (μεταπώλησης) την οποία κάποιο άλλο μέρος δύναται να την εκμεταλλευτεί εμπορικά.

Στο παίγνιο, το συνεργατικό κίνητρο της πρώτης περιόδου για τον παίκτη B οφείλεται εξ' ολοκλήρου στο συμφέρον που έχει να δημιουργήσει μια φήμη την οποία σε μεταγενέστερη φάση μπορεί να πουλήσει με αποδοτικούς όρους.

Υπόρρητα, το μοντέλο περιγράφει επίσης και το «**πρόβλημα της ομηρίας**» που εξετάστηκε σε προηγούμενη ενότητα. Ειδικότερα, αν οι όροι της διαπραγμάτευσης μεταξύ των B και Γ ευνοούν καταφανώς τον Γ (αν δηλ. $g < \frac{1}{2}$) τότε ο παίκτης B δεν έχει να προσδοκά πολλά από τη φάση της διαπραγμάτευσης για την πώληση της **φήμης** και άρα δεν έχει κίνητρο να «επενδύσει» στην κατάκτησή της. Έτσι, στην περίπτωση αυτή, δεν έχει κίνητρο να επιλέξει το συνεργατικό προφίλ κατά την πρώτη περίοδο του παιγνίου.

5.8. Ατελής πληροφόρηση και τυχαία γεγονότα -η συμβολή της φύσης-

Με τον όρο **τέλεια πληροφόρηση** (perfect information) χαρακτηρίζουμε την πληροφόρηση που διαθέτουν οι εμπλεκόμενοι παίκτες σ' ένα στρατηγικό παίγνιο όταν σε κάθε κόμβο απόφασης όπου καλούνται να επιλέξουν μια εναλλακτική, ο παίκτης που έχει σειρά να κινηθεί γνωρίζει όλη τη **ιστορία του παιγνίου**, δηλ. όλες τις προηγούμενες και όλες τις τρέχουσες επιλογές, αλλά επίσης γνωρίζει και τις αποδόσεις που αυτές αποφέρουν σε όλους τους εμπλεκόμενους.

Είδαμε παίγνια **ατελούς πληροφόρησης** (imperfect information) όπου υπήρχαν μη μονομελή σύνολα πληροφόρησης για κάποιους από τους εμπλεκόμενους παίκτες. Είδαμε δηλ. παίγνια όπου ένας παίκτης βρισκόταν σ' ένα σύνολο πληροφόρησης που αποτελείτο από δύο (ή περισσότερους) κόμβους απόφασης οι οποίοι συνδέονταν με μια διακεκομμένη γραμμή. Αυτό συνέβαινε όταν ο παίκτης γνώριζε μεταξύ ποιων εναλλακτικών κινήσεων

έπρεπε να επιλέξει αλλά δεν γνώριζε σε ποιον ακριβώς κόμβο του συνόλου πληροφόρησης βρίσκεται, καθώς δεν ήξερε ποια ήταν η απόφαση του παίκτη που προηγείτο χρονικά.



Παίγνιο Πλήρους και Ατελούς Πληροφόρησης Παίγνιο Πλήρους και Τέλειας Πληροφόρησης
Διάγραμμα 53

Στο παίγνιο ατελούς πληροφόρησης του παραδείγματός μας, ο παίκτης G, όταν έρθει η σειρά του να επιλέξει μεταξύ των εναλλακτικών X και Y που διαθέτει δεν γνωρίζει σε ποιον από τους δύο κόμβους (β ή γ) απόφασης -που αποτελούν το σύνολο πληροφόρησης που διαθέτει- βρίσκεται.

Αντίθετα, στο παίγνιο τέλει πληροφόρησης ο παίκτης G, όταν έρθει η σειρά του να επιλέξει μεταξύ των εναλλακτικών X και Y γνωρίζει με ακρίβεια σε ποιο κόμβο απόφασης βρίσκεται. Στο παίγνιο τέλει πληροφόρησης κάθε κόμβος αποτελεί και ένα μονομελές σύνολο πληροφόρησης.

Ο χαρακτηρισμός των παιγνίων σε **πλήρους πληροφόρησης** (complete information) και **μη-πλήρους πληροφόρησης** (incomplete information) αφορά στη γνώση που έχουν οι παίκτες αναφορικά με τις αποδόσεις στους τερματικούς κόμβους. Έτσι, και τα δύο ανωτέρω παραδείγματα παιγνίων (ατελούς και τέλει πληροφόρησης) είναι πλήρους πληροφόρησης καθώς είναι γνωστές οι αποδόσεις των αλληλεξαρτώμενων στρατηγικών. Και τα δύο παραδείγματα θα μπορούσαν να είναι **μη-πλήρους** πληροφόρησης αν σε εκτεταμένη μορφή η παρουσίασή του είναι:



Παίγνιο Μη-πλήρους και Ατελούς Πληροφόρησης Παίγνιο Μη-πλήρους και Τέλειας Πληροφόρησης
Διάγραμμα 54

Στα παίγνια σε στρατηγική μορφή ο χαρακτηρισμός **πλήρους** και **μη-πλήρους πληροφόρησης** είναι αρκετός, καθώς οι παίκτες αποφασίζοντας «ταυτόχρονα» δεν μπορεί να γνωρίζουν τι επέλεξαν οι άλλοι παίκτες.

		G		
		X	Y	Z
F	J	5, 6	3, 7	0, 4
	K	8, 3	3, 1	5, 2
	L	7, 5	4, 4	5, 6
	M	3, 4	7, 5	3, 3

Παίγνιο Πλήρους Πληροφόρησης

		G		
		X	Y	Z
F	J	λ, 6	μ, 7	0, 4
	K	8, μ	μ, 1	λ, 2
	L	7, λ	4, 4	λ, 6
	M	μ, 4	7, λ	μ, μ

Παίγνιο Μη-πλήρους Πληροφόρησης

Πίνακας 67

Τα πλέον ενδιαφέροντα προβλήματα που σχετίζονται με την πληροφόρηση είναι εκείνα στα οποία κάποιος από τους εμπλεκόμενους παίκτες γνωρίζει κάτι που οι άλλοι παίκτες δεν γνωρίζουν. Αυτή η κατάσταση πληροφόρησης των παικτών καλείται **ασύμμετρη πληροφόρηση** (asymmetric information) και η γνωστή σε κάποιους παίκτες πληροφορία καλείται **ιδιωτική πληροφόρηση** (private information).

Παίγνιο ασύμμετρης πληροφόρησης είναι και το σε εκτεταμένη μορφή παίγνιο «Μη-πλήρους και ατελούς πληροφόρησης» στο ανωτέρω παράδειγμα, καθώς ενώ ο παίκτης F γνωρίζει την επιλογή που ήδη έχει κάνει στον κόμβο που τον αφορά, ο παίκτης G αγνοεί αυτή την πληροφορία. Αυτή η **ασύμμετρη πληροφόρηση** έχει να κάνει με την επιλογή που έκανε (με την απόφαση πήρε) κάποιος παίκτης. Υπάρχουν όμως, περισσότερο ενδιαφέρουσες καταστάσεις στις οποίες οι παίκτες διαθέτουν κάποια **ιδιωτική πληροφόρηση** που σχετίζεται με άλλα στοιχεία που και αυτά (όπως οι κινήσεις) σχετίζονται άμεσα με την έκβαση του παιγνίου.

Για παράδειγμα, έστω ένας επενδυτής (αγοραστής) ο οποίος ενδιαφέρεται να αγοράσει ένα οικοπέδο από τον ιδιοκτήτη του (πωλητής). Σε αυτή τη διαδικασία διαπραγμάτευσης της τιμής του οικοπέδου, οι προσφορές και οι αντιπροσφορές είναι διαδοχικές. Επιπλέον, ο αγοραστής γνωρίζει κάτι που ο πωλητής αγνοεί: Ο αγοραστής έχει ήδη σχηματίσει μια εκτίμηση για την εμπορική αξία του οικοπέδου, και αυτή η εκτίμηση αποτελεί και την υψηλότερη τιμή που είναι πρόθυμος να καταβάλει προκειμένου να αγοράσει το οικοπέδο.

Ο πωλητής, μπορεί να έχει μια *πεποίθηση* σχετικά με το ύψος του ποσού που είναι διατεθειμένος να καταβάλει ο αγοραστής, αλλά δεν είναι σίγουρος για το ποιο ακριβώς είναι αυτό το ύψος.

Η γνώση της εμπορικής αξίας του οικοπέδου είναι μια **ιδιωτική πληροφόρηση** που έχει ο αγοραστής, και η πρόθεσή του να μην αγοράσει το οικοπέδο εφόσον οι προσφορές υπερβαίνουν αυτή την αξία είναι επίσης μια **ιδιωτική πληροφόρηση** που δεν είναι σε θέση να γνωρίζει ο πωλητής.

Η ενσωμάτωση των **ιδιωτικών πληροφοριών** (όπως η αξία που αποδίδει ένα άτομο σε ένα αγαθό) στα μοντέλα της θεωρίας παιγνίων γίνεται με τη συμπερίληψη τυχαίων γεγονότων στις προδιαγραφές (στη δόμηση του μοντέλου) του παιγνίου. Η **τυχειότητα** αφορά σε γεγονότα ή καταστάσεις που είναι εκτός του ελέγχου των εμπλεκόμενων στο παίγνιο παικτών.

Η υφιστάμενη εμπορική αξία του οικοπέδου, που αποτελεί προσδιοριστικό παράγοντα του άνω ορίου της αξίας που προτίθεται να καταβάλει ο αγοραστής, δεν βρίσκεται υπό τον έλεγχο των εμπλεκόμενων¹⁶⁶. Ακόμα και ο χαρακτήρας του επενδυτή ή του πωλητή αντίστοιχα, μοντελοποιείται σε όρους της θεωρίας παιγνίων ως ένα τυχαίο γεγονός που γνωρίζει ο καθένας για τον εαυτό του αλλά αγνοεί ο άλλος. Έτσι, ένας *νευρικός* διαπραγματευτής μπορεί να σταματήσει απότομα τη διαπραγματευτική διαδικασία γιατί δεν είναι σε θέση να αντιληφθεί τη συναινετική διάθεση που επιδεικνύει το έτερο μέρος της διαπραγμάτευσης.

Οι παιγνιοθεωρητικοί αποκαλούν αυτές τις καταστάσεις (π.χ. υφιστάμενη εμπορική αξία) ή τις συμπεριφορές που άγονται από το χαρακτήρα των παικτών¹⁶⁷ ως «**κινήσεις της φύσης**»

¹⁶⁶ Βέβαια, αν η διαπραγμάτευση τελεσφορήσει τότε η τιμή που καθορίστηκε για την αγοροπωλησία του συγκεκριμένου οικοπέδου επηρεάζει τις μελλοντικές εμπορικές αξίες των γειτονικών (παρακείμενων) οικοπέδων. Αλλά αυτό αφορά σε μεταγενέστερο χρόνο του παιγνίου της συγκεκριμένης διαπραγμάτευσης.

¹⁶⁷ Ο **Κορνήλιος Καστοριάδης** θα αντέτεινε ότι ο χαρακτήρας ενός ατόμου δεν αποτελεί μια τυχαία πιθανοτική κατανομή, αλλά μια μεροληπτική κατανομή πιθανοτήτων με βάσει τους χαρακτήρες που

(moves of nature) ενσωματώνοντάς τες έτσι στα μοντέλα της θεωρίας παιγνίων, τα οποία, με τον τρόπο αυτό, γίνονται περισσότερο ρεαλιστικά.

Με αυτό το σκεπτικό, η **φύση** αποτελεί μια άυλη «οντότητα», έναν παίκτη που συμμετέχει σ' ένα παίγνιο. Βέβαια, η φύση δεν είναι στρατηγικός παίκτης, καθώς οι κινήσεις της καθορίζονται από μια πιθανοτική κατανομή και όχι από κάποια κίνητρα. Επιπλέον, δεν λαμβάνει αποδόσεις.

Στο παράδειγμα της διαπραγμάτευσης της τιμής του οικοπέδου, μπορούμε να αντιμετωπίσουμε την πεποίθηση του πωλητή για την αξία που προσδίδει ο αγοραστής στο οικοπέδο, ως επιλεγόμενη από τη φύση κατά την εκκίνηση του διαπραγματευτικού παιγνίου. Ο αγοραστής, θεωρούμε ότι παρατηρεί αυτή την αξία (λαμβάνει αυτή την πληροφορία), ενώ ο πωλητής γνωρίζει μόνο την κατανομή των πιθανοτήτων στις επιλογές της φύσης.

Έτσι, το παράδειγμά μας είναι ένα παίγνιο **ατελούς πληροφόρησης** όπου οι «κινήσεις της φύσης» δημιουργούν **ασύμμετρη πληροφόρηση** (incomplete information) μεταξύ των παικτών.

Οι παιγνιοθεωρητικοί συχνά χρησιμοποιούν τον όρο «**τύπος**» (type) για να χαρακτηρίσουν τις «κινήσεις της φύσης» που ένας παίκτης μπορεί να παρατηρήσει **ιδιωτικά** ενώ κάποιος άλλος αδυνατεί. Έτσι, ο **τύπος** του χαρακτήρα ενός παίκτη σχετίζεται με την **ιδιωτική πληροφόρηση** που ο ίδιος κατέχει σχετικά με τα προσωπικά του χαρακτηριστικά και τις ιδιαίτερες προτιμήσεις του. Υπό αυτή την έννοια ο «τύπος» του χαρακτήρα σχετίζεται με τις «κινήσεις της φύσης».

Συνοπτικά, κάθε **τυχαίο γεγονός** (random event), κάθε γεγονός ή κατάσταση ή ψυχοσυναισθηματική παρόρμηση που δεν δύναται να ελεγχθεί ευθέως από τους εμπλεκόμενους σ' ένα παίγνιο παίκτες, και που για αναλυτικούς σκοπούς θέλουμε να συμπεριλάβουμε σ' ένα μοντέλο λήψης στρατηγικών αποφάσεων, ενσωματώνεται στο μοντέλο ως μια «κίνηση της φύσης», δηλ. ως μια σταθερή πιθανοτική κατανομή. Οι κόμβοι απόφασης που αποδίδουν αυτή την κατανομή καλούνται **κόμβοι ευκαιρίας** (chance nodes). Κάθε παίγνιο που περιλαμβάνει **κόμβους ευκαιρίας** είναι υποχρεωτικά παίγνιο **ατελούς πληροφόρησης**¹⁶⁸.

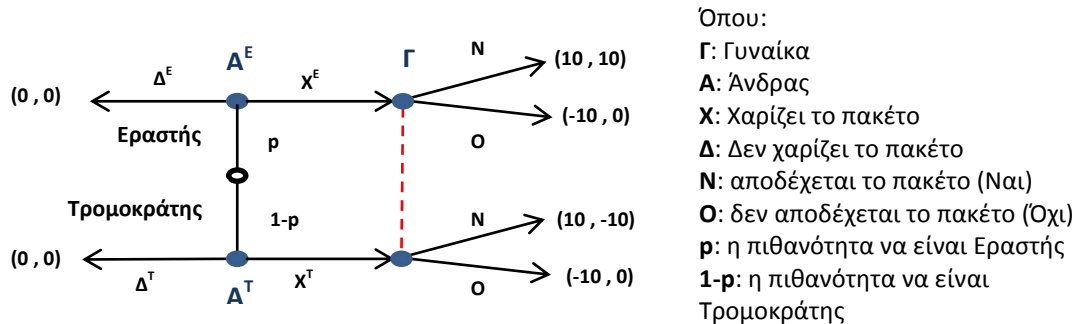
Ως παράδειγμα παιγνίου **ατελούς πληροφόρησης** στο οποίο ενσωματώνεται ο χαρακτήρας ενός εκ των εμπλεκόμενων ως τυχαία μεταβλητή (ως «κίνηση της φύσης»), είναι το παίγνιο του «**Τρομοκράτη Εραστή**» που αναλύεται κατωτέρω:

διαπλάθει η «πόλις». Αναφέρει χαρακτηριστικά: «...(στην αρχαία ελληνική γραμματεία) είναι επίσης έκδηλη η ιδέα που έχουν οι Έλληνες για τη σχέση ανάμεσα στην κοινότητα και το άτομο, σύμφωνα με την οποία δεν υπάρχει άτομο δεδομένο ως φυσικό αντικείμενο, διότι η κοινότητα είναι αυτή που το διαμορφώνει έτσι όπως θα γίνει... Έτσι, στην αρχή του 5^{ου} αιώνα, ο Σιμωνίδης λέει αυτή την πολύ όμορφη φράση: **πόλις άνδρα διδάσκει**, η πόλη είναι αυτή που κάνει τον άνθρωπο». **Κορνήλιος Καστοριάδης**, «Η Ελληνική Ιδιαιτερότητα- Η Πόλις και οι νόμοι», Τομ. Β, εκδ. Κριτική, (2008), σελ.327-328.

¹⁶⁸ Θεμελιωτής της ανάλυσης των παιγνίων ατελούς πληροφόρησης είναι ο **John Harsanyi**, Games with Incomplete Information Played by Bayesian Players, Management Science, 14 (1967-1968): 159-182, 320-334, 486-502. Για μια κατατοπιστική σύνοψη των ιδεών του Harsanyi, όρα **Myerson Roger**, Harsanyi's Games with Incomplete Information, Management Science, Vol. 50, No12 (2004) σελ. 1818-1824.

Σ' ένα πολυσύχναστο διεθνές αεροδρόμιο μιας ευρωπαϊκής πρωτεύουσας, ένας καλοντυμένος νεαρός, «ψηλός, όμορφος, βουτυράτος»¹⁶⁹, πλησιάζει μια ευπαρουσίαστη γυναίκα και πιάνοντας της την κουβέντα μαθαίνει ότι θα ταξιδέψει κι αυτή με την ίδια πτήση προς τον ίδιο προορισμό. Μετά από αρκετά λεπτά συνομιλίας, και πριν περάσουν από τον τυπικό έλεγχο των χειραποσκευών του αεροδρομίου, ο άνδρας εκμυστηρεύεται στη νέα του γνωριμία ότι επιθυμεί να της χαρίσει ένα πολύτιμο κόσμημα που προόριζε να κάνει δώρο στην αρραβωνιαστικιά του, αλλά εκείνη δεν το δέχθηκε καθόσον είχε αποφασίσει να τον χωρίσει. Το κόσμημα, κατάλληλα συσκευασμένο (τυλιγμένο σε συσκευασία δώρου) με το λογότυπο γνωστού κοσμηματοπωλείου της πόλης όπου βρίσκονταν, ήθελε να της το χαρίσει γιατί τον γέμιζε θλίψη και επιπλέον επέλεξε την ίδια για να το χαρίσει γιατί, όπως της είπε, τα εξωτερικά της χαρακτηριστικά ομοιάζαν με εκείνα της πρώην συντρόφου του.

Το παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή παρουσιάζεται κατωτέρω:



Διάγραμμα 55 -Παίγνιο «ο Τρομοκράτης Εραστής»

Σύμφωνα με το μοντέλο μας, ο νεαρός Άνδρας αρχικά θα πρέπει να αποφασίσει αν θα δωρίσει το πακέτο στην Γυναίκα. Αν επιλέξει να μην της δώσει (Δ) το πακέτο, τότε το παίγνιο ολοκληρώνεται και η δύο εμπλεκόμενοι λαμβάνουν μηδενική απόδοση. Αν ο άνδρας αποφασίσει να χαρίσει (X) το πακέτο, τότε η γυναίκα θα πρέπει να αποφασίσει αν θα το δεχθεί (N) ή όχι (O).

Το σημαντικό στοιχείο στο εν λόγω μοντέλο είναι ότι η γυναίκα δεν γνωρίζει τον **τύπο** (δηλ. **τον χαρακτήρα**) του ανθρώπου που της προσφέρει το πακέτο. Δεν γνωρίζει, δηλαδή, αν είναι ένας αυθόρμητος νεαρός που την φλερτάρει με επιθετικό τρόπο («Εραστής») ή ένας ύπουλος τύπος («Τρομοκράτης») που θέλει να την χρησιμοποιήσει για να περάσει ένα πακέτο, που η ίδια δεν γνωρίζει με βεβαιότητα τι περιέχει¹⁷⁰, από τον έλεγχο χειραποσκευών.

Οι αποδόσεις στους τερματικούς κόμβους αποτυπώνουν τις εξής προτιμήσεις:

Ο άνδρας, αν είναι «εραστής», χαρίζει ένα κόσμημα που για τον ίδιο είναι «μνημείο» αρνητικών συναισθημάτων, αλλά για την γυναίκα που θα το πάρει ένα πολύτιμο αντικείμενο που ενδεχομένως να το συνδυάζει σε όλη της τη ζωή με την ανάμνηση ενός ανιδιοτελούς αγνώστου. Αυτή η σκέψη αρκεί για να δώσει απόδοση 10 μονάδων και στους δύο.

Αν ο άνδρας είναι «τρομοκράτης» και η γυναίκα δεχθεί το πακέτο, τότε ο πρώτος ξεφορτώνεται ένα αντικείμενο που για κάποιο λόγο δεν θέλει να έχει πάνω του κατά τον

¹⁶⁹ Όπως περιγράφει ο **Αθηνόδωρος Προύσαλης** τον Αλέκο Αλεξανδράκη, στην Κατερίνα Γιουλάκη. Από την ελληνική κωμωδία: «Μια Ιταλίδα από την Κυψέλη», Φίνος Φίλμ, 1968.

¹⁷⁰ Θεωρούμε ότι της έχει ζητήσει να μην ξετυλίξει το πακέτο όσο είναι μαζί, γιατί δεν θέλει να αντικρίσει το κόσμημα που τον πλημμυρίζει με μελαγχολικά συναισθήματα.

έλεγχου των χειραποσκευών. Αυτό του δίνει μια απόδοση 10 μονάδων. Η γυναίκα σ' αυτή την περίπτωση θα περάσει τον έλεγχο χειραποσκευών κρατώντας ένα πακέτο που θεωρεί ότι περιέχει ένα κόσμημα, αλλά ενδεχομένως να περιέχει κάτι που είναι αρκετό για να την κρατήσει για αρκετή ώρα στα κρατητήρια του τοπικού αστυνομικού Τμήματος. Αυτό της δίνει μια απόδοση -10.

Ό,τι **τύπος** κι αν είναι ο άνδρας, εφόσον η γυναίκα δεν παίρνει το πακέτο η απόδοση που ο ίδιος λαμβάνει είναι -10. Αν είναι «εραστής», θεωρείται προσβλητικό για τον ίδιο το ότι δεν λαμβάνει το δώρο του η γυναίκα που τόσο μοιάζει με την πρώην σύντροφό του και επιπλέον διατηρεί στην κατοχή του κάτι πολύτιμο αλλά αρνητικά φορτισμένο συναισθηματικά. Αν είναι «τρομοκράτης» κινδυνεύει να βρεθεί αυτός στο κρατητήριο. Η απόδοση της γυναίκας, ανεξαρτήτως του **τύπου** του άνδρα, εφόσον απορρίψει το δώρο του, λαμβάνει απόδοση μηδέν.

Γενικά, οι αποδόσεις της γυναίκας που αποτυπώνονται στο παίγνιο έχουν την εξής λογική: Προτιμά να δεχθεί ένα πολύτιμο δώρο από το να το απορρίψει, και προτιμά να απορρίψει ένα ανεπιθύμητο αντικείμενο από το να το δεχθεί.

Το ανωτέρω παίγνιο, όπως αναφέρθηκε, είναι ατελούς πληροφόρησης καθώς ο νεαρός Άνδρας έχει μια **ιδιωτική πληροφόρηση** (private information) σχετικά με τον χαρακτήρα και τις προθέσεις του. Είναι ενδιαφέρον, και πρέπει να τονιστεί, ότι ο **τύπος** του παίκτη **A** καθορίζει την αξία που προσλαμβάνει ο παίκτης **Γ** από την αποδοχή του δώρου. Αυτό σημαίνει ότι ο χαρακτήρας και οι επιδιώξεις του **A** επηρεάζουν αναπόδραστα την τελική απόδοση που θα λάβει ο **Γ**. Έτσι, παρότι η ιδιωτική πληροφόρηση ενός παίκτη σχετίζεται με τις αποδόσεις που ο ίδιος λαμβάνει, κάποιες φορές αυτή η πληροφόρηση καθορίζει και τις αποδόσεις των άλλων εμπλεκόμενων παικτών.

Στα παίγνια **ατελούς πληροφόρησης** ο παίκτης που κατέχει την ιδιωτική πληροφόρηση καλείται να εξετάσει κάθε ενδεχόμενο υπό το πρίσμα της αντίληψης του άλλου παίκτη. Έτσι, εξετάζει ακόμα και εκείνο το ενδεχόμενο που είναι αντίθετο της ιδιωτικής πληροφόρησης που έχει. Στο παράδειγμά μας, παρότι ο ίδιος ο άνδρας γνωρίζει τον χαρακτήρα και τις επιδιώξεις του, θα πρέπει κατά την ανάπτυξη της στρατηγικής του σκέψης να λάβει υπόψη του ότι η γυναίκα δεν γνωρίζει τον χαρακτήρα του (δεν έχει γνώση της ιδιωτικής πληροφόρησης που ο ίδιος έχει). Έτσι, η βέλτιστη απόφαση του παίκτη **A** εξαρτάται από το πώς ο παίκτης **Γ** θα αντιδράσει σ' ένα πακέτο δώρου, η οποία (βέλτιστη απόφαση) εξαρτάται κατά ένα μέρος και από το εάν ο παίκτης **Γ** μπορεί να θεωρεί ότι: «οι τρομοκράτες караδοκούν χαρίζοντας πακέτα».

Η ανωτέρω εκτεταμένης μορφής παρουσίαση¹⁷¹ του παιγνίου του παραδείγματός μας μπορεί να μετατραπεί σε πίνακα στρατηγικής μορφής. Η βασική ιδέα είναι ότι επειδή οι «κινήσεις της φύσης» είναι προκαθορισμένες με βάση μια κατανομή πιθανοτήτων, μπορούμε να εστιάσουμε στις στρατηγικές των παικτών και να υπολογίσουμε τις αποδόσεις σταθμίζοντάς τες με τα τυχαία γεγονότα που λαμβάνουν χώρα στο παίγνιο. Έτσι, στο παράδειγμά μας ο παίκτης **A** έχει τέσσερις εναλλακτικές στρατηγικές και ο παίκτης **Γ** έχει δύο.

Ο στρατηγικός χώρος, λοιπόν, του παίκτη **A** είναι: $S_A = \{(X^E X^T), (X^E \Delta^T), (\Delta^E X^T), (\Delta^E \Delta^T)\}$ και ο στρατηγικός χώρος του παίκτη **Γ** είναι: $S_B = \{N, O\}$. Ο στρατηγικός χώρος του παιγνίου είναι: $S = S_A \times S_B$

¹⁷¹ Η παρουσίαση των παιγνίων ατελούς πληροφόρησης σε εκτεταμένη μορφή, στην αγγλόφωνη βιβλιογραφία αναφέρεται ως Bayesian Normal Form.

Για τον προσδιορισμό των αποδόσεων ακολουθούμε τα «μονοπάτια» του «δέντρου» της εκτεταμένης μορφής που σχετίζονται με τα εκάστοτε στρατηγικά προφίλ. Σε αντίθεση όμως με την μοντελοποίηση παιγνίων όπου δεν λαμβάνονται υπόψη τυχαία γεγονότα («κίνηση της φύσης») στα οποία κάθε στρατηγικό προφίλ είναι και ένα «μονοπάτι», όταν λαμβάνονται υπόψη τυχαία γεγονότα υπάρχουν περισσότερα από ένα «μονοπάτια». Οι αποδόσεις που αποφέρουν αυτά τα «μονοπάτια» σταθμίζονται με την πιθανοτική κατανομή των «κινήσεων της φύσης» και δίνουν ένα διάνυσμα απόδοσης για κάθε κελί του στρατηγικού πίνακα.

Για παράδειγμα, για την εύρεση της απόδοσης από το στρατηγικό προφίλ $(X^E X^T, N)$, το οποίο περιγράφει την περίπτωση που ο παίκτης Α δίνει το πακέτο και ο παίκτης Γ το αποδέχεται, με πιθανότητα p το διάνυσμα απόδοσης θα είναι $(10,10)$ και με πιθανότητα $1 - p$ το διάνυσμα απόδοσης θα είναι $(10,-10)$. Άρα, η απόδοση του παίκτη Α είναι: $10 \cdot p + (1 - p) \cdot 10 = 10$, ενώ η απόδοση του παίκτη Γ είναι: $10 \cdot p + (1 - p) \cdot (-10) = 20p - 10$.

Συνεπώς, το διάνυσμα απόδοσης από το εν λόγω στρατηγικό προφίλ είναι: **(10, 20p-10)**.

Από το στρατηγικό προφίλ $(X^E X^T, O)$, με πιθανότητα p το διάνυσμα απόδοσης θα είναι $(-10,0)$ και με πιθανότητα $1 - p$ θα είναι $(-10,0)$. Άρα, η απόδοση του παίκτη Α είναι: $-10 \cdot p + (1 - p) \cdot (-10) = -10$ και του παίκτη Γ είναι: $0 \cdot p + (1 - p) \cdot 0 = 0$.

Συνεπώς, το διάνυσμα απόδοσης από το εν λόγω στρατηγικό προφίλ είναι: **(-10,0)** κ.ο.κ.

Ο πίνακας στρατηγικής μορφής του παιγνίου είναι:

		Γ	
		N	O
A	$X^E X^T$	10, 20p-10	-10, 0
	$X^E \Delta^T$	10p, 10p	-10, 0
	$\Delta^E X^T$	10-10p, 10p-10	10p-10, 4
	$\Delta^E \Delta^T$	0, 0	0, 0

Όπου, $p \in [0,1]$

Πίνακας 68- Μήτρα αποδόσεων του παιγνίου «Τρομοκράτης Εραστής»

Ένα αντίστροφο παράδειγμα¹⁷² παιγνίου μη-πλήρους πληροφόρησης σε στρατηγική μορφή όπου υπάρχει **κόμβος ευκαιρίας** και συνεπώς πιθανοτική κατανομή είναι το κατωτέρω:

		B	
		K	M
A	X	8, 6	4, 6
	Y	6, 2	8, λ

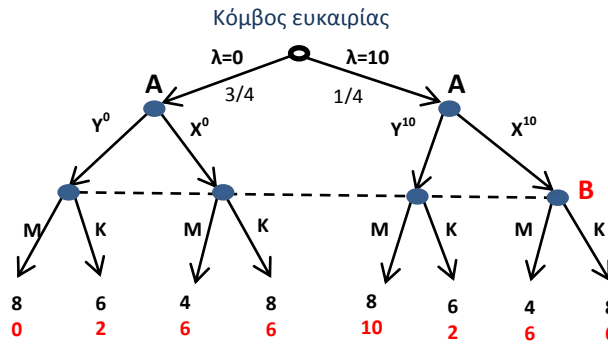
Όπου:

$$\lambda = \begin{cases} 10, \text{ με πιθανότητα } \frac{1}{4} \\ 0, \text{ με πιθανότητα } \frac{3}{4} \end{cases}$$

Η απόδοση λ του παίκτη Β είναι **ιδιωτική πληροφόρηση**. Ο παίκτης Α γνωρίζει μόνο ότι $\lambda=10$ με πιθανότητα $\frac{1}{4}$, και $\lambda=0$ με πιθανότητα $\frac{3}{4}$.

Σε εκτεταμένη μορφή η παρουσίαση του εν λόγω παιγνίου είναι:

¹⁷² Με την έννοια ότι υπάρχει ο αρχικός πίνακας αποδόσεων και κατασκευάζουμε το «δένδρο».



Διάγραμμα 56

Σημειώνεται ότι ο αρχικός πίνακας αποδόσεων δεν είναι ο πραγματικός πίνακας αποδόσεων του παιγνίου καθώς ο παίκτης B παρατηρεί την τιμή του λ (που καθορίζεται από κάποιον παράγοντα που ο ίδιος δεν ελέγχει) και αφού δει την τιμή τότε αποφασίζει αν θα επιλέξει μεταξύ των εναλλακτικών K και M που διαθέτει.

Ο παίκτης A δεν γνωρίζει την τιμή αλλά ούτε την επιλογή του B. Γνωρίζει μόνο την πιθανοτική κατανομή, από την οποία μπορεί να προσδιορίσει τις αποδόσεις των εναλλακτικών στρατηγικών που διαθέτει. Ο τελικός πίνακας αποδόσεων είναι:

		B	
		K	M
A	$X^{10}X^0$	$^+8, 6^+$	$4, 6^+$
	$X^{10}Y^0$	$\frac{13}{2}, 3^+$	$^+9, \frac{5}{2}$
	$Y^{10}X^0$	$\frac{15}{2}, 5$	$5, 7^+$
	$Y^{10}Y^0$	$6, 2$	$8, \frac{5^+}{2}$

Πίνακας 69 -Τελικός Πίνακας στρατηγικής μορφής

Για το προσδιορισμό των αποδόσεων, π.χ. του προφίλ $(Y^{10}X^0, K)$ εφαρμόζουμε την εξής προσέγγιση: Με πιθανότητα $\frac{1}{4}$ θα ακολουθηθεί το «μονοπάτι» (Y^{10}, K) που έχει απόδοση $(6, 2)$ και με πιθανότητα $\frac{3}{4}$ το «μονοπάτι» (X^0, K) που έχει απόδοση $(8, 6)$. Άρα, η απόδοση του παίκτη A είναι $\frac{1}{4} \cdot 6 + \frac{3}{4} \cdot 8 = \frac{30}{4} = \frac{15}{2}$, και του παίκτη B είναι $\frac{1}{4} \cdot 2 + \frac{3}{4} \cdot 6 = \frac{20}{4} = 5$. Συνεπώς το προφίλ $(Y^{10}X^0, K)$ παρέχει απόδοση $(\frac{15}{2}, 5)$.

Από τον πίνακα αποδόσεων διαπιστώνεται ότι το παίγνιο έχει μια μοναδική ισορροπία Nash σε αμιγείς στρατηγικές που είναι το προφίλ $(X^{10}X^0, K)$ με διάνυσμα απόδοσης $(8, 6)$. Αυτό σημαίνει ότι ο παίκτης A ανεξαρτήτως της τιμής που τελικά θα λάβει ο τυχαίος παράγοντας λ, αυτός έχει ως βέλτιστη απόκριση στη στρατηγική του B την επιλογή X. Όμως και ο B είτε το λ είναι μηδέν είτε δέκα θα επιλέξει τη στρατηγική K που αποτελεί την βέλτιστη απόκριση στη στρατηγική του παίκτη A.

Ένα λεπτό σημείο που πρέπει να διαυγαστεί είναι το εξής: Γνωρίζοντας ο B την τιμή του λ και έστω ότι αυτή είναι 10, από τον αρχικό πίνακα αποδόσεων (πίνακας 2x2) ήδη γνωρίζει ότι έχει ασθενώς κυρίαρχη στρατηγική, τη στρατηγική M, και οφείλει να την επιλέξει. Αν το κάνει αυτό, και με δεδομένο ότι ο παίκτης A «βλέπει» τον τελικό πίνακα (πίνακας 4x2), η έκβαση του παιγνίου θα είναι το προφίλ $(X^{10}X^0, K)$ που δεν είναι ισορροπία Nash. Σημειώνεται ότι αν ο παίκτης B ανέπτυσε τη στρατηγική του σκέψη βάσει του αρχικού

πίνακα, θα ήταν σαν να έπαιζε το παίγνιο σε άλλη κόνιστρα από αυτή από την οποία διεξάγεται το πραγματικό παίγνιο. Αυτός είναι και ο λόγος, για τον οποίο σε κάθε περίπτωση ο παίκτης που κατέχει την **ιδιωτική πληροφόρηση** οφείλει να λαμβάνει υπόψη του την οπτική του παιγνίου όπως παρουσιάζεται στον άλλον παίκτη (δηλ. να «μπαίνει στα παπούτσια» του άλλου) που δεν είναι γνώστης αυτής της **ιδιωτικής πληροφόρησης**.

5.9. Αποστρόφη στον κίνδυνο (Risk Aversion)

Οι αποδόσεις που λαμβάνουν οι παίκτες, είτε στους τερματικούς κόμβους των παιγνίων εκτεταμένης μορφής παρουσίασης είτε από τον πίνακα αποδόσεων των παιγνίων στρατηγικής μορφής παρουσίασης, ενσωματώνουν και συνεπώς αντιπροσωπεύουν τις προτιμήσεις των εμπλεκόμενων ως προς τον **κίνδυνο** που ενέχουν τα προφίλ στρατηγικών που οδηγούν σ' αυτές τις εκβάσεις.

Οι αποδόσεις σχετίζονται με την κατάταξη που κάνουν οι ορθολογικοί παίκτες στις τιμές των πιθανών εκβάσεων, και δείχνουν τις προτιμήσεις των παικτών επί αβέβαιων καταστάσεων. Για παράδειγμα, στο δίλημμα του φυλακισμένου όσο υψηλότερες ποινές φυλάκισης καθορίζει η ενδεχόμενη απόδοση που προσφέρει ένα προφίλ στρατηγικών τόσο λιγότερο προτιμητέο είναι το συγκεκριμένο προφίλ για τους εμπλεκόμενους παίκτες. Αντίθετα, όσο υψηλότερο είναι το αναμενόμενο όφελος που έχουν τα εμπλεκόμενα μέρη από την επιλογή ενός συγκεκριμένου προφίλ στρατηγικών σε μια εμπορική αλληλεπίδραση τόσο περισσότερο προτιμητέο είναι το εν λόγω προφίλ.

Έστω, ότι σ' ένα παίκτη (**Π**) δίνεται η δυνατότητα επιλογής μεταξύ δύο εναλλακτικών επιλογών, A και B. Με την A λαμβάνει άμεσα και μετρητά 2.000€. Αν επιλέξει B, τότε θα στρίψουμε ένα νόμισμα και αν έρθει «κεφάλι» θα λάβει άμεσα και μετρητά 5.000€ ενώ αν έρθει «γράμματα» δεν θα λάβει τίποτα.

Κάποιος μπορεί να εκτιμά ότι αφού η απόδοση από την εναλλακτική A είναι 2.000€ ενώ η αναμενόμενη απόδοση από την εναλλακτική B είναι: $\frac{1}{2} \cdot 5000 + \frac{1}{2} \cdot 0 = 2.500\text{€}$, τότε η εναλλακτική B έχει υψηλότερη **αναμενόμενη απόδοση** από την A, και άρα να κρίνει ως προτιμητέα την εναλλακτική B σε σύγκριση με την A.

Κάποιος άλλος, ενδεχομένως να θεωρεί ότι είναι προτιμότερη η άμεση και βέβαιη απολαβή των 2.000€ παρά η ενδεχόμενη των 2.500€, που θα προκύψει μετά από μια διαδικασία λοταρίας.

Στην εν λόγω προβληματική δεν υπάρχει σωστή ή λανθασμένη εκτίμηση¹⁷³. Η κάθε εκτίμηση σχετίζεται με το υποκειμενικό μέτρο της χρησιμότητας που κάθε άτομο προσδίδει στο διακυβευόμενο ποσό αλλά και στις πεποιθήσεις του σε σχέση με τον κίνδυνο.

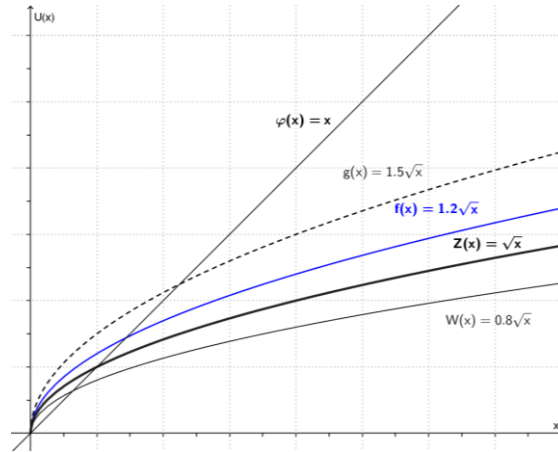
Σε κάθε περίπτωση, πριν την όποια αξιολόγηση, πρέπει να επισημανθεί ότι οι αποδόσεις που σχετίζονται με τυχαία γεγονότα για να είναι συγκρίσιμες με τις αποδόσεις που δεν περιλαμβάνουν αβεβαιότητα (κίνδυνο) θα πρέπει να μετατραπούν σε μονάδες αναμενόμενης χρησιμότητας (expected utility).

Κάθε άτομο, λοιπόν, ανάλογα με τις πεποιθήσεις του, αλλά και την ιδιαίτερη κατάσταση που τον συνδέει με το «μέσο»¹⁷⁴ (στο παράδειγμά μας, ποσό σε νομισματικές μονάδες) του

¹⁷³ Θα μπορούσαμε να αποφανθούμε περί σωστής ή λανθασμένης εκτίμησης αν είχαμε ένα μεροληπτικό νόμισμα και επαναλαμβανόμενες παρατηρήσεις. Τότε, θα συγκρίναμε την υποκειμενική εκτίμηση με τις αντικειμενικές συχνότητες. Αυτό, δηλαδή, που στην ορολογία των οικονομικών επιστημών αναφέρεται ως **ορθολογικές προσδοκίες**.

οποίου εξετάζεται η χρησιμότητα, έχει μια δεδομένη καμπύλη χρησιμότητας. Η καμπύλη αυτή στους περισσότερους ανθρώπους και για τα περισσότερα «μέσα» (ακόμα και για τα συναισθήματα) αποδίδεται από μια αύξουσα συνάρτηση με φθίνοντα ρυθμό¹⁷⁵.

Μια από τις πιο απλές συναρτήσεις που αποδίδουν αυτή τη σχέση μεταξύ χρησιμότητας και ποσότητας είναι η $f(x) = \alpha \cdot \sqrt{x}$, όπου α μια θετική σταθερά.



Διάγραμμα 57 -Τυπικές καμπύλες χρησιμότητας για συναρτήσεις της μορφής $f(x) = \alpha \cdot \sqrt{x}$

Αντίστοιχες, αύξουσες συναρτήσεις με φθίνοντα ρυθμό, περιγράφουν μια γενική σχέση μεταξύ **χρησιμότητας** και προσκτηθείσας **ποσότητας**, που γενικά περιγράφουν καταστάσεις όπως όταν κάποιος που έχει 20 μολύβια, και του χαρίσουν άλλο ένα θα αυξήσει τη συνολική χρησιμότητα που του παρέχουν τα μολύβια, αλλά αυτή η μεταβολή της χρησιμότητας (από 20 σε 21 μολύβια) είναι σαφώς μικρότερη εκείνης που επήλθε όταν πρόσθεσε στο πρώτο του μολύβι και ένα ακόμα. Αντίστροφα, είναι πολύ μικρότερη η απώλεια χρησιμότητας που επέρχεται όταν χάσει ένα από τα 20 μολύβια που κατέχει σε σχέση με την απώλεια χρησιμότητας που έχει όταν απολέσει το ένα από τα δύο μολύβια του.

Επιστρέφοντας στο παράδειγμα του παίκτη **Π**, η χρησιμότητα που ο ίδιος θα λάβει επιλέγοντας την εναλλακτική **A** θα είναι: $u(2.000\text{€})$, ενώ επιλέγοντας την εναλλακτική **B** η αναμενόμενη χρησιμότητα θα είναι: $\frac{1}{2} \cdot u(2.500\text{€}) + \frac{1}{2} \cdot u(0\text{€})$.

Αν, λοιπόν, ο παίκτης **Π** δείχνει αυστηρή προτίμηση στην επιλογή **A**, αυτό σημαίνει ότι για τον ίδιο ισχύει η ανισότητα: $u(2.000\text{€}) > \frac{1}{2} \cdot u(2.500\text{€}) + \frac{1}{2} \cdot u(0\text{€})$. Αν προτιμά την εναλλακτική **B**, τότε για τον ίδιο ισχύει η ανισότητα: $u(2.000\text{€}) < \frac{1}{2} \cdot u(2.500\text{€}) + \frac{1}{2} \cdot u(0\text{€})$. Ενώ αν είναι αδιάφορος μεταξύ των δύο εναλλακτικών τότε η χρησιμότητα που προσλαμβάνει από την πρώτη επιλογή είναι ίση με τη χρησιμότητα που προσλαμβάνει με τη δεύτερη: $u(2.000\text{€}) = \frac{1}{2} \cdot u(2.500\text{€}) + \frac{1}{2} \cdot u(0\text{€})$.

Η αναμενόμενη χρησιμότητα, όπως είναι φανερό, ενσωματώνει την υποκειμενική αντίληψη του καθενός σε σχέση με τον κίνδυνο.

¹⁷⁴ Αναφέρεται ως «μέσο», γιατί μπορεί να είναι κάποιο ή κάποια αντικείμενα, μπορεί να είναι κάποια υποκείμενα όπως παιδιά, σύζυγος, γονείς, κλπ, αλλά μπορεί να είναι και συναισθηματικές καταστάσεις όπως χαρά, θλίψη κλπ.

¹⁷⁵ Είναι γνωστή η «**φθίνουσα οριακή χρησιμότητα του πλούτου**», η οποία ειδικότερα υπονοεί ότι μια συγκεκριμένη αύξηση του πλούτου, μετά από ένα ύψος, έχει αξία μικρότερη από την απώλεια ενός αντίστοιχου ποσού. Ή, απλούστερα, η πρόσθετη χρησιμότητα που λαμβάνει κάποιος από τη σταθερώς αυξανόμενη ποσότητα του πλούτου βαίνει μειούμενη.

Έτσι, αν ο παίκτης **Π** αποφασίσει να επιλέξει την **A** σημαίνει ότι προτιμά μια σίγουρη απόδοση 2.000€ παρά μια αναμενόμενη απόδοση 2.500€, η οποία περιέχει κίνδυνο. Αυτό συνεπάγεται, επιπλέον, ότι με βάση τη συνάρτηση χρησιμότητας που ο ίδιος έχει, τα 500€ της διαφοράς της απόδοσης με ρίσκο σε σχέση με την απόδοση χωρίς κίνδυνο, δεν καλύπτουν τον αναλαμβανόμενο κίνδυνο.

Συνεπώς ο **A** έχει μια καμπύλη χρησιμότητας της μορφής $u(x) = \sqrt{x}$, και για το λόγο αυτό : $\sqrt{2000} > \frac{1}{2} \sqrt{2500} + \frac{1}{2} \sqrt{0}$.

Συμπερασματικά, οι προτιμήσεις του όποιου παίκτη βρεθεί στη θέση του **Π** σχετίζονται με την αντίληψη του παίκτη για τον κίνδυνο, ο οποίος (κίνδυνος) αποτυπώνεται στις καμπύλες χρησιμότητας που τον αντιπροσωπεύουν.

Ένα άτομο **αποστρέφεται τον κίνδυνο** (risk averse) αν προτιμά αυστηρά μια σίγουρη νομισματική απολαβή σε σχέση με μια ίδια αναμενόμενη απολαβή που προκύπτει από μια λοταρία.

Ένα άτομο είναι **ουδέτερο στον κίνδυνο** (risk neutral) αν είναι αδιάφορος μεταξύ της βέβαιης απολαβής και μιας ισόποσης αναμενόμενης που προκύπτει από λοταρία.

Γενικά, η αποστροφή στον κίνδυνο αναπαρίσταται με κοίλες καμπύλες χρησιμότητας, και ένας μεγαλύτερος βαθμός αποστροφής απεικονίζεται από μια περισσότερο κοίλη καμπύλη χρησιμότητας¹⁷⁶, η οποία υποδεικνύει και υψηλότερο **ασφάλιστρο κινδύνου** (risk premium). Το ασφάλιστρο κινδύνου είναι η ποσότητα της αναμενόμενης νομισματικής απόδοσης που ένα άτομο είναι πρόθυμο να αγνοήσει προκειμένου να επιτύχει μια βέβαιη σε σχέση με μια αβέβαιη απολαβή. Για παράδειγμα, το ασφάλιστρο κινδύνου του παίκτη **Π** είναι τουλάχιστον 500€, καθώς αυτό είναι το ποσό το οποίο είναι πρόθυμος να αγνοήσει προκειμένου να λάβει τη βέβαιη πληρωμή των 2.000€.

Ένας **ριψοκίνδυνος** παίκτης (risk-lover) έχει κυρτή καμπύλη χρησιμότητας και αρνητικό ασφάλιστρο κινδύνου.

Ένα **μέτρο της αποστροφής κινδύνου**, μεταξύ άλλων, που έχουν αναπτύξει οι K. Arrow και J. Pratt¹⁷⁷, και είναι γνωστό ως Arrow-Pratt Measure of Relative Risk Aversion, δίνεται από

τη συνάρτηση: $\frac{-x \cdot u''(x)}{u'(x)}$

Ως παράδειγμα εφαρμογής, έστω η συνάρτηση χρησιμότητας $u(x) = x^a$, όπου a μια θετική σταθερά και $x \geq 0$.

$$\frac{d}{dx}(x^a) = a \cdot x^{a-1} \text{ και } \frac{d^2}{dx^2}(x^a) = \frac{d}{dx}(a \cdot x^{a-1}) = a(a-1) \cdot x^{a-2}$$

Εφαρμόζοντας το μέτρο των Arrow-Pratt, για την εν λόγω καμπύλη χρησιμότητας, έχουμε:

$$\frac{-x \cdot a(a-1) \cdot x^{a-2}}{a \cdot x^{a-1}} = 1 - a$$

Αν $a=1$, το μέτρο αποστροφής κινδύνου είναι μηδενικό και η καμπύλη χρησιμότητας είναι μια ευθεία γραμμή (είναι η $\varphi(x) = x$ που φαίνεται στο ανωτέρω γράφημα).

Αν $a < 1$ το μέτρο είναι θετικό και η καμπύλη χρησιμότητας είναι κοίλη. Όσο το a πλησιάζει στο μηδέν, το μέτρο αποστροφής στον κίνδυνο αυξάνει.

¹⁷⁶ Στο γράφημα υποδεικνύονται από τις καμπύλες που είναι πλησιέστερες στον οριζόντιο άξονα.

¹⁷⁷ J. W. Pratt, Risk Aversion in the Small and in the Large, *Econometrica*, 32 (1964): 122–136; και K. Arrow, *Essays in the Theory of Risk Bearing* (Chicago: Markham, 1970). Αναφέρεται στο Watson (2013), σελ. 340.

5.10. Διευθέτηση Κινδύνου

Τα παίγνια με τυχαία γεγονότα («κίνηση της φύσης») που είναι ευκολότερα από την άποψη της ανάλυσής τους είναι εκείνα που το τυχαίο γεγονός συμβαίνει στο τέλος του παιγνίου, εκείνα δηλαδή, στα οποία η «φύση κινείται τελευταία».

Σ' αυτά τα παίγνια οι παίκτες λαμβάνουν τις αποφάσεις τους γνωρίζοντας ότι ένα τυχαίο γεγονός (random event) θα κάνει αβέβαιες τις τελικές τους αποδόσεις, αλλά κατά τη διάρκεια του παιγνίου οι παίκτες έχουν πληροφόρηση σχετικά με το τυχαίο γεγονός.

Η αβεβαιότητα σχετικά με τις αποδόσεις είναι σημαντικός παράγοντας στις σχέσεις που συνάπτονται με σύμβαση (συμβόλαιο), επειδή οι άνθρωποι ενδιαφερόμαστε κυρίως για τον κίνδυνο που αναλαμβάνουμε συμμετέχοντας σε τέτοιες συμβασιολογημένες σχέσεις.

Για παράδειγμα¹⁷⁸, ο ιδιοκτήτης ενός εμπορικού οικοδομικού συγκροτήματος με αρκετά εμπορικά καταστήματα, έχει συμβόλαια ενοικίασης με τους εμπόρους-ενοικιαστές των καταστημάτων που διαθέτει. Το κέρδος του ιδιοκτήτη και καθενός εκ των εμπόρων-ενοικιαστών εξαρτάται από τον αριθμό των καταναλωτών που επισκέπτονται το εμπορικό συγκρότημα κάθε μήνα. Ο κάθε έμπορος-ενοικιαστής που έχει υπογράψει ένα συμβόλαιο ενοικίασης με τον ιδιοκτήτη αντιμετωπίζει μια αβεβαιότητα που σχετίζεται με την επισκεψιμότητα του συγκροτήματος η οποία, κατά ένα μέρος, σχετίζεται με κάποιους τυχαίους παράγοντες, όπως ο οικονομικός κύκλος (περίοδος οικονομικής ανάκαμψης ή ύφεσης) της τοπικής οικονομίας, τα τοπικά δημογραφικά στοιχεία, η ροπή προς κατανάλωση, η μόδα (το αν είναι προτιμότερη για τους καταναλωτές μια βόλτα σε τέτοια συγκροτήματα ή σε άλλους εμπορικούς δρόμους της πόλης) κλπ.

Το κάθε συμβόλαιο μεταξύ του ιδιοκτήτη και ενός εμπόρου μπορεί να συνταχθεί με τέτοιο τρόπο, δηλ. οι όροι του να είναι τέτοιοι, ώστε ο κίνδυνος από αυτά τα τυχαία γεγονότα να κατανέμεται με κάποιο συγκεκριμένο τρόπο μεταξύ των αντισυμβαλλομένων. Ένα συμβόλαιο στο οποίο καθορίζεται ότι ο έμπορος καταβάλλει ένα σταθερό μηνιαίο μίσθωμα, μετατοπίζει το μεγαλύτερο μέρος του κινδύνου στην πλευρά του εμπόρου, μιας και ο ιδιοκτήτης λαμβάνει ένα εγγυημένο μίσθωμα κάθε μήνα ανεξάρτητα από το εάν το κέρδος των εμπόρων επηρεάζεται απ' αυτά τα τυχαία γεγονότα. Εναλλακτικά, ο κίνδυνος μπορεί να μετατοπιστεί στον ιδιοκτήτη του εμπορικού συγκροτήματος αν στο συμβόλαιο προβλέπεται η συσχέτιση του μισθώματος με την μηνιαία επισκεψιμότητα του συγκροτήματος.

Σε κάθε περίπτωση, η κατανομή του κινδύνου, με τον οποιοδήποτε τρόπο κι αν γίνει, δημιουργεί σύγκρουση μεταξύ **στόχων** και **κινήτρων**.

Για παράδειγμα, αν ο ιδιοκτήτης του συγκροτήματος λάβει ένα σταθερό μίσθωμα, ίσως να μην έχει το κίνητρο να καταβάλει προσπάθεια για να αυξήσει την επισκεψιμότητά του (π.χ. με διαφημίσεις ή happenings που μαγνητίζουν τον καταναλωτή κ.λ.π.) και μέσω αυτής το κέρδος του.

Η ουσία του ανωτέρω σκεπτικού είναι ότι τα συμβόλαια, κάποιες φορές, εξισορροπούν τον **κίνδυνο** με τα **κίνητρα** των αντισυμβαλλομένων.

¹⁷⁸ Watson (2013), σελ. 336

5.11. Το Μοντέλο Εντολέα – Εντολοδόχου (The Principal-Agent Problem)¹⁷⁹.

Το πρόβλημα «εντολέα – εντολοδόχου» αναφέρεται σε καταστάσεις στις οποίες λαμβάνεται υπόψη η **αντίληψη κινδύνου** που έχει το ένα μέρος (εντολοδόχος) μιας αλληλεξαρτώμενης σχέσης, προκειμένου, βάσει αυτής, το άλλο μέρος (εντολέας) να το **παρακινήσει** προς αποδοτικότερες (κυρίως επαγγελματικές) συμπεριφορές.

Στην πιο εύληπτη μορφή του, το εν λόγω μοντέλο αναφέρεται σε μια επαγγελματική σχέση στην οποία ένα μέρος (ο εντολέας) προσλαμβάνει ένα άλλο μέρος (τον εντολοδόχο) για να εργαστεί σ' ένα project που χρηματοδοτεί ο πρώτος, αλλά υλοποιείται εξολοκλήρου από τον δεύτερο.

Κρίσιμο συστατικό του μοντέλου είναι η **μη επαληθεύσιμη** (ανεπιβεβαίωτη) καταβαλλόμενη προσπάθεια εκ μέρους του εντολοδόχου. Είναι τέτοια η φύση της παρεχόμενης υπηρεσίας εκ μέρους του εντολοδόχου, ώστε τα δύο αντισυμβαλλόμενα μέρη να αδυνατούν να συγγράψουν ένα συμβόλαιο (μια σύμβαση) με το οποίο να καθορίζονται μεταβιβαστικές πληρωμές (αμοιβές) συναρτήσεως του επιπέδου της καταβαλλόμενης προσπάθειας του εντολοδόχου. Αυτή η αδυναμία σύνταξης ενός τέτοιου συμβολαίου (σύμβασης) συναρτάται και με το ότι ακόμα κι αν ένα τέτοιο συμβόλαιο καταρτίζονταν, εφόσον δεν μπορεί να είναι επαληθεύσιμη η συμπεριφορά (δηλ. το επίπεδο της καταβαλλόμενης προσπάθειας) του εντολοδόχου¹⁸⁰, δεν θα ήταν εφικτή η αξιολόγησή της από ένα εξωτερικό μέρος (π.χ. μια δικαστική αρχή) και άρα θα καθίστατο δυσχερής, ή ακόμα και αδύνατη, η εξωτερική επιβολή του (external enforced).

Στο ειδικότερο μοντέλο που αναπτύσσουμε το μόνο επαληθεύσιμο γεγονός είναι το τελικό εμπορικό αποτέλεσμα του project. Επιπλέον, ακόμα κι αυτό, δεν εξαρτάται αποκλειστικά από το επίπεδο της καταβαλλόμενης προσπάθειας εκ μέρους του εντολοδόχου, αλλά εξαρτάται επίσης και από κάποια τυχαία γεγονότα (random events).

Για παράδειγμα, έστω ότι ο Άκης είναι ιδιοκτήτης και διαχειριστής μιας μεγάλης εταιρείας δημιουργίας λογισμικού για κινητά τηλέφωνα, και η Θωμαής μια ταλαντούχα σχεδιάστρια και δημιουργός τέτοιων λογισμικών πακέτων. Ο Άκης, γνωρίζοντας τις δεξιότητες της Θωμαΐδος επιθυμεί να την προσλάβει για να σχεδιάσει ένα νέο λογισμικό για κινητά τηλέφωνα νέας γενιάς. Το project θα χρηματοδοτηθεί από την εταιρεία του Άκη και έχει χρονικό ορίζοντα ολοκλήρωσης ενός έτους. Αν η Θωμαής εργαστεί για την εταιρεία του Άκη, θα κληθεί να αποφασίσει αν θα καταβάλει υψηλό (**Υ**) ή μικρό (**Μ**) επίπεδο εργασιακής προσπάθειας.

Ο Άκης, θα μπορέσει να διαπιστώσει αν τελικώς το project είχε ή όχι επιτυχία μόνο μετά τη λήξη του χρονικού ορίζοντα ολοκλήρωσης της εργασιακής προσπάθειας της Θωμαΐδος. Η επιτυχής έκβαση του project θα αποφέρει εμπορικά έσοδα ύψους **6 εκ. €** στην εταιρεία, ενώ αν το project δεν είναι επιτυχημένο (ανεπιτυχές) θα αποφέρει έσοδα μόλις **2 εκ. €**. Η επιτυχία εξαρτάται από το αν η Θωμαής καταβάλει υψηλή προσπάθεια αλλά και από κάποιους άλλους τυχαίους παράγοντες (όπως, η εμπορευσιμότητα του συγκεκριμένου λογισμικού σε σχέση με τα αντίστοιχα του ανταγωνισμού που θα έχουν αναπτυχθεί μέχρι τη ολοκλήρωση του οικείου project-δηλ. μετά από ένα έτος- κ.ά.). Ειδικότερα, αν η Θωμαής

¹⁷⁹ **S. Grossman και O. Hart**, An Analysis of the Principal-Agent Problem, *Econometrica*, 51 (1983): 7–45. Η παρούσα παρουσίαση είναι μια ειδικότερη περίπτωση της δημοφιλούς προβληματικής που ανέπτυξαν οι Grossman και Hart, η οποία λεπτομερέστερα δίνεται από τον Watson (2013) σελ. 340–345.

¹⁸⁰ Αυτή η μη-επαληθεύσιμη συμπεριφορά του εντολοδόχου, δηλ. η αδυναμία προσδιορισμού του επιπέδου της καταβαλλόμενης προσπάθειάς του, στη σχετική βιβλιογραφία, αναφέρεται και ως **ηθικός κίνδυνος** (moral hazard).

καταβάλει υψηλή (**Υ**) προσπάθεια τότε η επιτυχία του project θα επιτευχθεί με πιθανότητα 50%. Αν η Θωμαής καταβάλει μικρή (**Μ**) προσπάθεια τότε το project θα είναι σίγουρα ανεπιτυχές (100%).

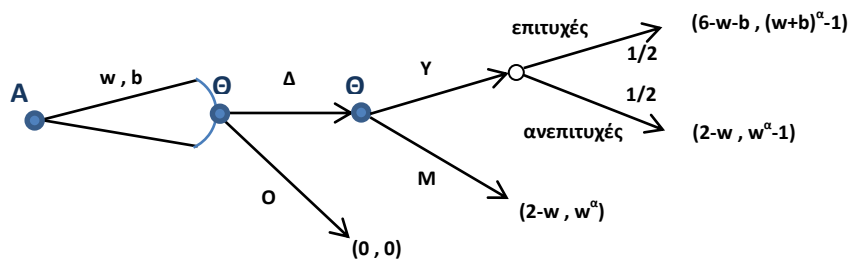
Υποθέτουμε επιπλέον ότι το υψηλό (**Υ**) επίπεδο καταβαλλόμενης προσπάθειας εκ μέρους της Θωμαΐδος έχει ένα προσωπικό κόστος που αποτιμάται σε μία (1) μονάδα χρησιμότητας.

Τα δύο μέρη (Άκης και Θωμαής) θα μπορούσαν να συνυπογράψουν μια σύμβαση που θα καθορίζει την αποζημίωση της Θωμαΐδος σε περίπτωση που το project στεφθεί με επιτυχία, αλλά δεν μπορεί σε μια τέτοια σύμβαση, για τους λόγους που σπεύσαμε να αναφέρουμε, να υπάρχει όρος που να σχετίζεται με το επίπεδο της καταβαλλόμενης προσπάθειας εκ μέρους της σχεδιάστριας.

Η Θωμαής αξιολογεί σε **όρους χρησιμότητας** τις νομισματικές απολαβές (x) που θα αποκομίσει από το project, εφόσον συμφωνήσει με τον Άκη, βάσει της συνάρτησης χρησιμότητας: $u_{\theta}(x) = x^{\alpha}$. Επιπλέον, υποθέτουμε ότι Θωμαής αποστρέφεται τον κίνδυνο, κάτι που σημαίνει ότι $0 < \alpha < 1$.

Τέλος, υποθέτουμε ότι ο Άκης έχει μια ουδέτερη αντίληψη του κινδύνου, μιας και διοικεί μια μεγάλη εταιρεία που χρηματοδοτεί πολλά αντίστοιχα ετήσια project, και έτσι έστω ότι η συνάρτηση χρησιμότητας που τον αντιπροσωπεύει είναι: $u_A(x) = x$

Σχηματικά, σε εκτεταμένη μορφή, το μοντέλο **εντολέα – εντολοδόχου** (Άκη – Θωμαής) έχει την εξής αποτύπωση.



Διάγραμμα 58 -Παίγνιο Εντολέα-Εντολοδόχου με κόμβο ευκαιρίας

Στην αρχή της αλληλεπίδρασης, ο Άκης (**A**) προσφέρει στη Θωμαή (**Θ**) ένα μισθό (**w**age) και ένα bonus (**b**). Ο μισθός ορίζεται σε ετήσια βάση αλλά θα καταβάλλεται μηνιαία, ανεξάρτητα από την έκβαση του αποτελέσματος του project (επιτυχές / ανεπιτυχές), ενώ το bonus θα καταβληθεί μόνο αν το project είναι επιτυχές.

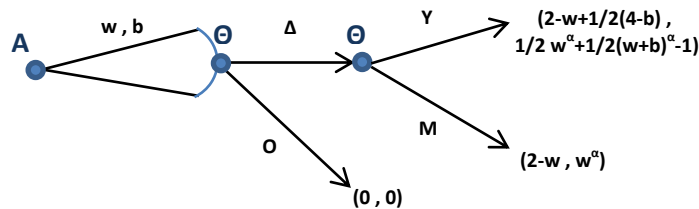
Κατόπιν, η Θωμαής αποφασίζει αν θα δεχθεί ή όχι τη σύμβαση. Αν αποφασίσει να μην δεχθεί (**O**) τη σύμβαση που θα της προτείνει ο Άκης, τότε το παίγνιο ολοκληρώνεται και οι δύο εμπλεκόμενοι λαμβάνουν μηδενική απόδοση. Θεωρούμε ότι η Θωμαής κατά τη στιγμή υποβολής της πρότασης από τον Άκη δεν έχει εργασία και δεν της έχει γίνει κάποια άλλη εργασιακή πρόταση από άλλον επιχειρηματία.

Αν αποφασίσει να δεχθεί (**Δ**) την προτεινόμενη σύμβαση, κατόπιν θα αποφασίσει αν θα καταβάλει υψηλή (**Υ**) ή μικρή (**Μ**) εργασιακή προσπάθεια.

Η μικρή εργασιακή προσπάθεια οδηγεί σ' ένα ανεπιτυχές project, όπου ο Άκης έχει έσοδα (ομοίως, χρησιμότητα¹⁸¹) 2 (εκ. €) μείον τον μισθό (w) της Θωμαΐδος, και η Θωμαΐς λαμβάνει την προκύπτουσα χρησιμότητα από τον μισθό της, δηλ. w^a .

Η υψηλή καταβαλλόμενη προσπάθεια της Θωμαΐδος οδηγεί σ' ένα **κόμβο ευκαιρίας** (chance node), όπου η «φύση» (τυχαία γεγονότα) καθορίζει την έκβαση του project με πιθανότητα 50% να είναι επιτυχές και με 50% να είναι ανεπιτυχές. Ένα ανεπιτυχές project αποφέρει τις ίδιες αποδόσεις όπως και στην περίπτωση της μικρής καταβαλλόμενης προσπάθειας, με τη μόνη διαφορά ότι η χρησιμότητας της Θωμαΐδος μειώνεται κατά το προσωπικό κόστος που οφείλεται στην υψηλή (Y) προσπάθεια.

Το επιτυχές project ανεβάζει τα έσοδα του Άκη στις έξι (6) μονάδες χρησιμότητας μείον το bonus και τον μισθό της Θωμαΐδος. Υπολογίζοντας τις **αναμενόμενες αποδόσεις** που προκύπτουν από τον κόμβο ευκαιρίας, έχουμε την εξής απλούστερη εκτεταμένη παρουσίαση του παιγνίου:



Διάγραμμα 59-Παίγνιο Εντολέα-Εντολοδόχου με τις προκύπτουσες αναμενόμενες αποδόσεις

Αναλυτικότερα, η αναμενόμενη απόδοση του Άκη υπολογίζεται ως εξής: $\frac{1}{2}(2 - w) + \frac{1}{2}(6 - w - b) = 1 - \frac{1}{2}w + 3 - \frac{w}{2} - \frac{b}{2} = 4 - w - \frac{b}{2} = 2 - w + \frac{1}{2}(4 - b)$, ενώ αντίστοιχα της Θωμαΐδος υπολογίζεται: $\frac{1}{2}(w^a - 1) + \frac{1}{2}(w + b)^a - 1 = \frac{1}{2}w^a + \frac{1}{2}(w + b)^a - 1$

Για να επιλύσουμε το παίγνιο και να γίνει εμφανής η σχέση αλληλεπίδρασης του **κινδύνου** με τα **κίνητρα**, χρησιμοποιούμε την τεχνική της *οπισθοβατικής επαγωγής*.

Αρχικά, παρατηρείται ότι ο Άκης με βεβαιότητα επιθυμεί η Θωμαΐς να καταβάλει υψηλή προσπάθεια. Στην πραγματικότητα, είναι μη αποδοτικό για την Θωμαΐς να καταβάλει μικρή προσπάθεια όταν το συμφωνημένο επίπεδο πάγιας αποζημίωσης (μισθός) είναι χαμηλό. Ειδικότερα, έστω ότι η Θωμαΐς επιλέγει **M** και λαμβάνει μισθό w . Η Θωμαΐς, θα είναι αδιάφορη μεταξύ αυτής της χρησιμότητας (w^a) και εκείνης που θα λάμβανε αν επέλεγε **Y** και συμφωνούσε μισθό z με όρους βεβαιότητας, όπου, έτσι, το z ορίζεται ως: $z^a - 1 = w^a$. Αυτό όμως συνεπάγεται ότι για τιμές του w κοντά στο μηδέν ισχύει: $z < w + 2$.

Έτσι, επιλέγοντας η Θωμαΐς υψηλή (Y) προσπάθεια, το εισόδημα του Άκη αυξάνει κατά 2 μονάδες σε όρους αναμενόμενης απόδοσης, και κάνει τη Θωμαΐδα αδιάφορη σχετικά με την αύξηση του μισθού της κατά ένα ποσό που είναι λιγότερο από 2. Είναι φανερό λοιπόν ότι αν το επίπεδο καταβαλλόμενης προσπάθειας της Θωμαΐδος ήταν επαληθεύσιμο, τότε

¹⁸¹ Σημειώνεται ότι υποθέσαμε ότι ο Άκης είναι ουδέτερος ως προς τον κίνδυνο, και η συνάρτηση χρησιμότητάς του ταυτίζεται με τον αριθμό των νομισματικών μονάδων που αποτελούν έσοδά του. Στο εξής, για να μην αποσπάσει την προσοχή μας η μετατροπή των νομισματικών μονάδων από εκ. € σε μονάδες χρησιμότητας και άρα να λέγαμε ότι η συνάρτηση χρησιμότητας του Άκη είναι: $x \cdot 10^{-6}$, όπου αναφέρουμε π.χ. 6 ή 2 εκ. € θα εννοούμε 6 ή 2 νομισματικές μονάδες, αντίστοιχα.

τα δύο συμβαλλόμενα μέρη θα προτιμούσαν να υπογράψουν μια σύμβαση που θα την παρακινούσε (θα της έδινε κίνητρα) να επιλέξει Y .

Με δεδομένο ότι η υψηλή προσπάθεια είναι επιθυμητή και από τα δύο μέρη, εξετάζεται αν υπάρχει τρόπος να συναφθεί μια σύμβαση που να εξωθεί (παρακινεί) την εντολοδόχο σ' αυτή την επιθυμητή κατάσταση. Δηλαδή, διερευνάται αν μπορεί ο εντολέας (Άκης) να καθορίσει ένα επίπεδο σταθερής αποζημίωσης (μισθό) και ένα bonus τέτοια ώστε να παρακινείται ο εντολοδόχος (η Θωμαής) να καταβάλει υψηλή προσπάθεια και να λάβει έτσι και ο ίδιος (ο εντολέας) ένα υψηλό επίπεδο απόδοσης.

Ελέγχουμε αρχικά τι θα συμβεί αν η προτεινόμενη από τον εντολέα σύμβαση δεν προβλέπει bonus (αν δηλ. $b=0$).

Σε μια τέτοια περίπτωση η Θωμαής δεν έχει κίνητρο να καταβάλει υψηλή προσπάθεια καθώς λαμβάνει w^a όταν επιλέγει M , και $w^a - 1$ όταν επιλέγει Y (δηλ. καταβάλλοντας υψηλή προσπάθεια λαμβάνει τελικά χαμηλότερο επίπεδο χρησιμότητας σε σχέση με αυτό που θα λάμβανε αν κατέβαλε μικρή προσπάθεια).

Γνωρίζοντάς το αυτό ο Άκης, η βέλτιστη πρόταση που μπορεί να κάνει, όταν $b=0$, είναι να προσφέρει και $w=0$. Η Θωμαής, **δεν θα είναι απρόθυμη** να δεχθεί μια τέτοια πρόταση, καθώς το κόστος ευκαιρίας που αντιμετωπίζει είναι μηδενικό (υποθέσαμε ότι είναι άνεργη και δεν έχει κάποια άλλη επαγγελματική πρόταση). Επιπλέον δεν είναι πρόθυμη να δεχθεί κάτι λιγότερο από αυτό –δηλ. $w=0$ και $b=0$ – καθώς τότε η απόρριψη της πρότασης θα αποτελούσε βέλτιστη εναλλακτική.

Έτσι, η βέλτιστη σύμβαση **χωρίς bonus** (και με μηδενικό μισθό) οδηγεί στο διάνυσμα απόδοσης $(2,0)$.

Κατόπιν ελέγχουμε μια ενδεχόμενη σύμβαση η οποία θα προβλέπει bonus (δηλ. $b \neq 0$) προκειμένου να παρακινεί την εντολοδόχο σε υψηλή προσπάθεια.

Προκειμένου να παρακινήσει η Θωμαής να καταβάλει υψηλή προσπάθεια, η αναμενόμενη απόδοσή της από την επιλογή Y θα πρέπει να είναι κατ' ελάχιστον τόση όση η απόδοσή της από την εναλλακτική X . Αυτό σημαίνει ότι θα πρέπει να ικανοποιείται η ανισότητα:

$$\frac{1}{2}(w + b)^a + \frac{1}{2}w^a - 1 \geq w^a \quad (1)$$

Γενικά στα μοντέλα *principal – agent* (εντολέας – εντολοδόχος), αυτού του είδους η ανισότητα συνήθως ονομάζεται «**effort constraint**» ή «**incentive compatibility condition**».

Επιπρόσθετα της συνθήκης που προσδιορίζει αυτόν τον περιορισμό, η σύμβαση θα πρέπει να δίνει στη Θωμαή μια αναμενόμενη απόδοση τουλάχιστον ίση με το κόστος ευκαιρίας της. Δηλαδή, τουλάχιστον ίση με την απόδοση που λαμβάνει από μια άλλη σύμβαση που ενδεχομένως ήδη έχει ή που θα κάνει, στην περίπτωση που απορρίψει την πρόταση συνεργασίας με τον Άκη.

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα ήδη αναφέραμε ότι το κόστος ευκαιρίας της Θωμαΐδος, ή ομοίως, η απόδοσή της αν απορρίψει την πρόταση του Άκη είναι μηδενική. Αυτή η πρόσθετη συνθήκη δίνεται από την ανισότητα:

$$\frac{1}{2}(w + b)^a + \frac{1}{2}w^a - 1 \geq 0 \quad (2)$$

Γενικά στα μοντέλα *principal – agent* αυτή η συνθήκη αποκαλείται «**participation constraint**».

Με δεδομένο ότι ο Άκης επιθυμεί να παρακινήσει τη Θωμαή σε υψηλή προσπάθεια, θα πρέπει να της προτείνει μια σύμβαση που θα ικανοποιεί κάθε μια από αυτές τις δύο ανισότητες, αλλά με τρόπο βέλτιστο προς τα συμφέροντα του. Αυτό προκύπτει εφόσον

καθένας μεμονωμένα από αυτούς τους περιορισμούς λάβουν την χαμηλότερη αποδεκτή τιμή. Όταν δηλ. οι ανισότητες γίνουν ισότητες.

Έτσι από τις (1) και (2) και λαμβάνοντας υπόψη το (βέλτιστο) συμφέρον του εντολέα : $w^a = 0$.

Έτσι, όμως, (είτε από την (1) είτε από την (2)) έχουμε: $\frac{1}{2}(w + b)^a + \frac{1}{2}w^a - 1 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}b^a - 1 = 0 \Rightarrow b^a = 2 \Rightarrow b = 2^{1/a}$ ή ομοίως, $b = 2^{\alpha-1}$.

Συνοπτικά, η βέλτιστη προτεινόμενη σύμβαση για τα συμφέροντα του Άκη, με σχετική πρόβλεψη για bonus, είναι να προτείνει στη Θωμαΐδα $w = 0$ και $b = 2^{\alpha-1}$.

Η Θωμαΐς θα δεχθεί αυτή την πρόταση, και καταβάλλοντας η ίδια υψηλή προσπάθεια, ο Άκης θα λάβει αναμενόμενη απόδοση:

$$2 - w + \frac{1}{2}(4 - b) = 2 - 0 + \frac{1}{2}(4 - 2^{\alpha-1}) = 4 - 2^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}, \text{ και}$$

η Θωμαΐς θα λάβει απόδοση: $\frac{1}{2}w^a + \frac{1}{2}(w + b)^a - 1 = 0 + \frac{1}{2} \cdot (2^{\alpha-1})^\alpha - 1 = 1 - 1 = 0$.

Σημειώνεται ότι αν η Θωμαΐς ήταν **risk neutral** (δηλ. αν $\alpha=1$), τότε η απόδοση του Άκη θα ήταν: $4 - 2^0 = 3$. Η διαφορά μεταξύ αυτής της απόδοσης και της απόδοσης που θα έχει ο Άκης επειδή η Θωμαΐς είναι **risk averse** ($0 < \alpha < 1$), αποτελεί το **risk premium** (ασφάλιστρο κινδύνου) που η Θωμαΐς απαιτεί ως ασφάλιστρο για την καταβολή υψηλής προσπάθειας.

Συνεπώς το **risk premium** είναι: $3 - (4 - 2^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}) = 2^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - 1$

Όταν, λοιπόν, $\alpha=1$ τότε το ασφάλιστρο κινδύνου είναι μηδέν, ενώ αν $\alpha < 1$ τότε το ασφάλιστρο κινδύνου είναι θετικό.

Το τελευταίο βήμα της ανάλυσης είναι η σύγκριση μεταξύ των δύο επικρατέστερων (προς πρόταση από τον εντολέα) συμβάσεων, δηλ. της πρότασης με $b=0$ και εκείνης με $b \neq 0$.

Τονίζεται ότι η απόδοση της Θωμαΐδος (εντολοδόχου) και στις δύο περιπτώσεις είναι μηδενική, ενώ η απόδοση του Άκη (εντολέας) είναι 2 όταν $b=0$, και $4 - 2^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$ όταν $b \neq 0$. Έτσι, ο Άκης θα επιλέξει να προτείνει μια σύμβαση με $b \neq 0$ **αν και μόνο αν** :

$$4 - 2^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \geq 2 \text{ ή ομοίως } \alpha \geq \frac{1}{2}$$

Συνεπώς, ο Άκης θα προτείνει μια σύμβαση με $b \neq 0$ αν και μόνο αν $\alpha \geq \frac{1}{2}$.

Αυτή η προϋπόθεση κρύβει ένα ισχυρότατο συμπέρασμα. Υποδεικνύει ότι αν η Θωμαΐς αποστρέφεται εντονότατα τον κίνδυνο (δηλ. όταν το α πλησιάζει το μηδέν), τότε το ασφάλιστρο κινδύνου που ο Άκης θα πρέπει να καταβάλει για να παρακινήσει την υψηλή προσπάθεια της Θωμαΐδος, είναι μεγαλύτερο απ' ότι το αναμενόμενο κέρδος που ο ίδιος θα έχει από την υψηλή καταβαλλόμενη προσπάθεια της εντολοδόχου.

Έτσι, το γενικευμένο συμπέρασμα του μοντέλου είναι ότι **η τιμή που ο εντολέας πρέπει να καταβάλει προκειμένου να παρακινήσει την υψηλή προσπάθεια του εντολοδόχου αυξάνεται όσο περισσότερο αποστρέφεται τον κίνδυνο ο εντολοδόχος.**

Για το λόγο αυτό σ' έναν εντολοδόχο που αποστρέφεται ισχυρά τον κίνδυνο, ο εντολέας θα προσφύγει σε ένα συμβόλαιο (σύμβαση) που επάγει σε χαμηλή προσπάθεια τον εντολοδόχο.

Έναν εντολοδόχο που είναι κοντά στο να θεωρείται **risk neutral**, ο εντολέας θα τον παρακινήσει με αποτελεσματικό τρόπο ώστε να καταβάλει υψηλή προσπάθεια, προτείνοντάς του μια σύμβαση (συμβόλαιο) με πρόβλεψη ενός bonus.

Αυτό το συμπέρασμα υποδεικνύει ότι ο τύπος των συμβάσεων που κάποιος θα πρέπει να αναμένει στις επιμέρους κλαδικές αγορές εξαρτάται από την τιμή του κινδύνου που σχετίζεται με την παραγωγική διαδικασία.

Επιπλέον, σε αγορές όπου το παραγόμενο αποτέλεσμα είναι επιρρεπές σε τυχαία γεγονότα, περισσότερο απ' ό,τι είναι στη συμπεριφορά του εντολοδόχου, αναμένεται να κατισχύουν συμβάσεις με σταθερούς μισθούς. Αντίθετα, αν η συμπεριφορά του εντολοδόχου είναι κρίσιμης σημασίας (καθοριστική) για την επιτυχή έκβαση ενός έργου (project) –όπως στις κτηματομεσιτικές υπηρεσίες ή στις πωλήσεις γενικά– τότε οι συμβάσεις με προβλέψη για bonus είναι συχνότερες.

5.12. Λήψη αποφάσεων με ατελή πληροφόρηση

Εισαγωγικά προαπαιτούμενα

Γενικά, σε παίγνια όπου υπάρχουν τυχαία γεγονότα έχοντας υπολογίσει τις αναμενόμενες αποδόσεις και έχοντας κατασκευάσει τον πίνακα στρατηγικής μορφής του παιγνίου, μπορούμε να προσδιορίσουμε το *σύνολο των ισορροπιών Nash* (σε αμιγείς και σε μικτές στρατηγικές), καθώς και το *σύνολο των εκλογικευμένων στρατηγικών*. Αυτό το σύνολο των ισορροπιών Nash (που ενσωματώνει τις «κινήσεις της φύσης»), στην ορολογία των παιγνιοθεωρητικών καλείται **Bayesian Nash Equilibria**, ενώ το σύνολο των εκλογικευμένων στρατηγικών (που ενσωματώνει τα τυχαία γεγονότα) καλείται **Bayesian Rationalizable Strategies**. Συνοπτικά, ως **Bayesian** χαρακτηρίζονται αυτές οι καταστάσεις στρατηγικής αλληλεπίδρασης στις όποιες έχουν ληφθεί υπόψη οι πιθανότητες εμφάνισης ενός γεγονότος.

Έστω ότι Ω είναι ένα σύνολο από όλες τις πιθανές τιμές (ενδεχόμενα) που μπορεί να λάβει ένα γεγονός (π.χ. ο χαρακτήρας ενός παίκτη). Τα ενδεχόμενα (δηλ. οι τιμές που μπορεί να λάβει το γεγονός) είναι μια διαμέριση του Ω όταν η ένωσή τους μας δίνει το Ω . Έτσι, αν A_1, A_2, \dots, A_n είναι τα ενδεχόμενα, τότε $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \Omega$, και ανά δύο τα ενδεχόμενα είναι ξένα μεταξύ τους, δηλ. $A_i \cap A_j = \emptyset$, για $i \neq j$. Αν τώρα το E είναι ένα γεγονός που αν συμβεί πραγματοποιείται ένα από τα A_i , τότε η πιθανότητα να συμβεί το E είναι:

$P(E) = P(A_1) \cdot P(E|A_1) + P(A_2) \cdot P(E|A_2) + \dots + P(A_n) \cdot P(E|A_n)$. Το εν λόγω θεώρημα είναι το **θεώρημα ολικής πιθανότητας**¹⁸².

Το θεώρημα (ομοίως, ο τύπος) **του Bayes** (από τον οποίο αντλούν τον προσδιορισμό τους οι ισορροπίες και οι εκλογικευμένες στρατηγικές στα παίγνια όπου μοντελοποιούνται τυχαίοι παράγοντες) μας δίνει το ενδεχόμενο πραγματοποίησης ενός εκ των A_i δεδομένης της πραγματοποίησης του ενδεχομένου E .

Έτσι, $P(A_i|E) = \frac{P(E|A_i) \cdot P(A_i)}{P(E)}$, με $i = 1, 2, \dots, n$ και όπου $P(E)$ υπολογίζεται από το θεώρημα ολικής πιθανότητας.

Οι πιθανότητες $P(A_i)$ καλούνται «εκ των προτέρων –a priori- πιθανότητες» των A_i , ενώ οι $P(A_i|E)$ καλούνται «εκ των υστέρων –a posteriori- πιθανότητες» των A_i .

Παράδειγμα: Όταν κάποιος παίρνει το λεωφορείο για τη δουλειά του πηγαίνει αργοπορημένος στο 30% των περιπτώσεων και όταν παίρνει ταξί πηγαίνει αργοπορημένος

¹⁸² Οι ορισμοί του θεωρήματος ολικής πιθανότητας, του τύπου του Bayes και το παράδειγμα έχουν ληφθεί από το **Μπούτσιας Μιχάλης**, Σημειώσεις στατιστικής II, Τμήμα Οικονομικής Επιστήμης Πανεπιστήμιο Πειραιώς.

στο 10% των περιπτώσεων. Προτιμά λεωφορείο στο 80% των περιπτώσεων και ταξί στο 20% των περιπτώσεων.

Τα δύο ενδεχόμενα είναι A_1 : Παίρνει Λεωφορείο και A_2 : Παίρνει Ταξί.

Το γεγονός E είναι να πάει αργοπορημένος στην εργασία του.

Η πιθανότητα να πάει αργοπορημένος στη δουλειά του κάποια ημέρα δίνεται από το θεώρημα ολικής πιθανότητας: $P(E) = P(A_1) \cdot P(E|A_1) + P(A_2) \cdot P(E|A_2) = 0,8 \cdot 0,3 + 0,2 \cdot 0,1 = 0,26$

Αν κάποια ημέρα πήγε αργοπορημένος στην δουλειά του, τότε η πιθανότητα να πήρε αυτή την ημέρα το λεωφορείο δίνεται από τον τύπο του Bayes:

$$P(A_1|E) = \frac{P(E|A_1) \cdot P(A_1)}{P(E)} = \frac{0,3 \cdot 0,8}{0,26} = 0,923$$

Η πιθανότητα να συμβεί ένα ενδεχόμενο (να πήρε λεωφορείο) με δεδομένο ότι έχει πραγματοποιηθεί κάποιο άλλο (αργοπορία), δηλ. $P(A_1|E)$ λέγεται **δεσμευμένη πιθανότητα**. Επίσης, δεσμευμένη είναι και η πιθανότητα να αργοπορήσει με δεδομένο ότι πήρε λεωφορείο ($P(E|A_1)$).

Η πιθανότητα $P(A_1)$ είναι η a priori πιθανότητα, ενώ η $P(A_1|E)$ είναι η a posteriori πιθανότητα.

5.12.2. Η αγορά των μεταχειρισμένων οχημάτων¹⁸³.

Η αγορά ενός μεταχειρισμένου οχήματος από έναν ιδιώτη έχει στοιχεία μη-πλήρους πληροφόρησης. Ο ιδιοκτήτης-πωλητής του μεταχειρισμένου οχήματος έχει περισσότερη πληροφόρηση σχετικά με το αυτοκίνητο που πουλάει απ' ό,τι έχουν οι υποψήφιοι αγοραστές.

Ο ιδιοκτήτης γνωρίζει αν το αυτοκίνητό του έχει κάποια μικρή μηχανική βλάβη, η οποία με την πάροδο του χρόνου θα απαιτήσει ένα σημαντικό κόστος επισκευής. Επίσης, γνωρίζει αν το αυτοκίνητό του υπερθερμαίνεται κατά τους καλοκαιρινούς μήνες ή αν το κλιματιστικό είναι αποδοτικό ή όχι.

Ο πωλητής, λοιπόν, γνωρίζει τα ειδικότερα μικροπροβλήματα που το αυτοκίνητό του έχει ή εμφανίζει περιοδικά. Οι υποψήφιοι αγοραστές γνωρίζουν μόνο ό,τι μπορούν να αντιληφθούν εκείνοι και οι μηχανικοί τους από μια σύντομη επιθεώρηση του οχήματος πριν την αγορά του. Έτσι, οι αγοραστές έχουν ένα έλλειμμα πληροφόρησης.

Έστω λοιπόν ότι ο Μάνος βρίσκεται σε αναζήτηση αγοράς ενός μεταχειρισμένου αυτοκινήτου. Ο Φάνης, έχει προς πώληση ένα αυτοκίνητο 10ετίας σύμφωνα με τις γενικότερες προτιμήσεις του Μάνου. Ο τελευταίος, αφού είδε το αυτοκίνητο και του άρεσε η εξωτερική του εμφάνιση, σκέφτεται ότι δεν γνωρίζει κάτι για τα μηχανικά μέρη του αυτοκινήτου και τις αδιόρατες φθορές του. Ο Φάνης είναι ιδιώτης (δεν είναι έμπορος

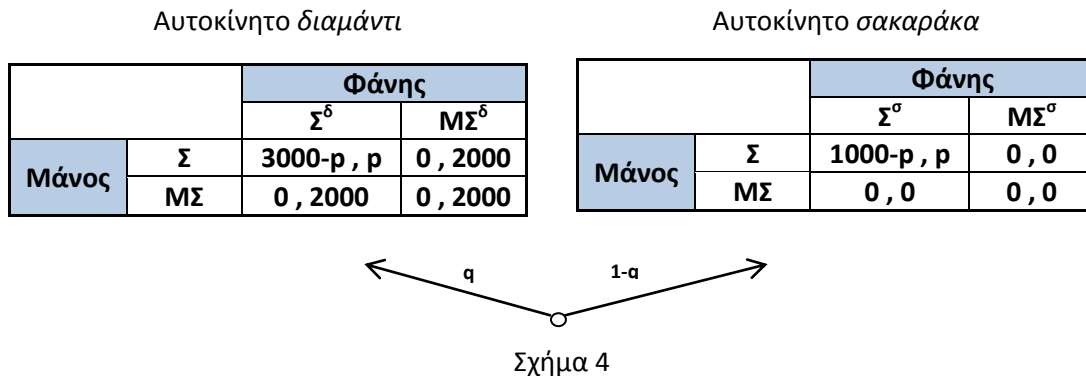
¹⁸³ Το εν λόγω υπόδειγμα είναι από το κλασικό έργο του: **Akerlof George** (1970), The Market for Lemons: Qualitative Uncertainty and the Market Mechanism, Quarterly Journal of Economics, 84: 488–500. Λεπτομερέστερα, απ' ό,τι στην παρούσα εργασία, το υπόδειγμα αναπτύσσεται στο Watson (2013) σελ. 360-362.

μεταχειρισμένων οχημάτων) και προφανώς δεν δεσμεύεται από το μηχανισμό της «φήμης» που θα τον απέτρεπε από το να πουλήσει μια σακαράκα σ' ένα πελάτη του.

Έστω, ότι υπάρχει μια συγκεκριμένη τιμή πώλησης αυτού του μοντέλου για τα αυτοκίνητα αυτής της ηλικίας, και έστω ότι αυτή η τιμή καθορίζεται εξωγενώς (από την «αγορά») και είναι p .

Αρχικά υποθέτουμε ότι η «φύση» καθορίζει αν το συγκεκριμένο αυτοκίνητο ιδιοκτησίας του Φάνη είναι *διαμάντι* (δείκτης δ) ή *σακαράκα* (δείκτης σ , δηλ. έχει αδιόρατα μηχανικά προβλήματα).

Αν το αυτοκίνητο είναι *διαμάντι*, τότε για τον Μάνο έχει μια υποκειμενική αξία χρησιμότητας (εκπεφρασμένη σε νομισματικές μονάδες) ίση με 3.000€, ενώ για τον Φάνη ίση με 2.000€. Αν το αυτοκίνητο είναι *σακαράκα*, τότε η αξία του για τον Μάνο είναι 1.000€ και για τον Φάνη είναι 0€. Σημειώνεται ότι και στα δύο ενδεχόμενα της «φύσης», η αξία που προσδίδει στο όχημα ο Μάνος (αγοραστής) σε σχέση με τον Φάνη (πωλητής) είναι υψηλότερη, και αυτό είναι συνεπές με τους όρους της αποδοτικής λειτουργίας του εμπορίου, σύμφωνα με τους οποίους, η μεταπώληση (του οχήματος, εν προκειμένω) δημιουργεί ένα πλεόνασμα το οποίο κατανέμεται μεταξύ των συναλλασσομένων βάσει της διαπραγματευτικής τους ισχύος.



Όπως αναφέρθηκε, στο εν λόγω παίγνιο, δεν υπάρχει πλήρης πληροφόρηση. Ο Φάνης γνωρίζει την επιλογή της «φύσης» (δηλ. αν το όχημα είναι *διαμάντι* ή *σακαράκα*), ενώ ο Μάνος γνωρίζει μόνο ότι το αυτοκίνητο είναι *διαμάντι* με πιθανότητα q .

Κατόπιν οι δύο εμπλεκόμενοι, ταυτόχρονα και ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλο αποφασίζουν αν θα κάνουν τη συναλλαγή (Σ) ή όχι ($M\Sigma$) στην τιμή p που καθορίζεται εξωγενώς (από την αγορά). Αν και οι δύο επιλέξουν Σ τότε γίνεται η αγοροπωλησία, αλλιώς ο Φάνης κρατάει στην κατοχή του το όχημα.

Σε αυτό το παίγνιο, όπως έδειξε ο Akerlof, μόνο δύο είδη ισορροπίας είναι πιθανά:

A. Στο πρώτο είδος ισορροπίας, το αυτοκίνητο θα αποτελέσει προϊόν συναλλαγής (Σ) μόνο αν είναι *σακαράκα*.

Ελέγχουμε αν υπάρχουν τιμές του p για τις οποίες ο Φάνης επιθυμεί να πουλήσει το αυτοκίνητο μόνο εφόσον αυτό είναι *σακαράκα*. Αυτό σημαίνει ότι ο Μάνος επιλέγει Σ και ο Φάνης $M\Sigma^\delta$ Σ^σ (δηλ. Μη-συναλλαγή όταν το όχημα είναι *διαμάντι* και Συναλλαγή όταν το όχημα είναι *σακαράκα*).

Για να είναι η στρατηγική του Φάνη βέλτιστη, θα πρέπει $p \geq 0$ (όρα δεξιά μήτρα αποδόσεων) και $p < 2000$ (όρα αριστερή μήτρα αποδόσεων). Δηλαδή, αν η τιμή είναι μικρότερη του μηδενός δεν έχει κίνητρο να πουλήσει τη *σακαράκα*, ενώ αν η τιμή είναι μικρότερη των 2000€ δεν έχει κίνητρο να πουλήσει το *διαμάντι* (αφού η αξία του –όρα αριστερή μήτρα- είναι 2000).

Με δεδομένη τη στρατηγική ($M\Sigma^{\delta} \Sigma^{\sigma}$) του Φάνη, η απόδοση που λαμβάνει ο Μάνος επιλέγοντας Σ είναι $0 \cdot q + (1000 - p) \cdot (1 - q)$, ενώ επιλέγοντας την εναλλακτική $M\Sigma$ λαμβάνει απόδοση μηδέν. Άρα, η Σ αποτελεί βέλτιστη απόκριση για τον Μάνο μόνο αν:

$$0 \cdot q + (1000 - p) \cdot (1 - q) \geq 0. \quad (1)$$

Επειδή, $q = 0 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} p \leq 1000$

Συνεπώς, εφόσον $p \in [0, 1000]$, τότε υπάρχει ισορροπία στην οποία μπορεί να πραγματοποιηθεί η συναλλαγή αλλά μόνο στην περίπτωση που το αυτοκίνητο είναι *σακαράκα*.

Αν, λοιπόν, η τιμή της αγοράς είναι κάτω από 1000€, ο Φάνης θα φέρει προς πώληση το αυτοκίνητό του μόνο αν αυτό εντάσσεται στην κατηγορία της *σακαράκας*. Γνωρίζοντας ο Μάνος ότι μόνο οι *σακαράκες* διατίθενται στην αγορά, είναι πρόθυμος να καταβάλει έως 1.000€.

Β. Στο δεύτερο είδος ισορροπίας, υπάρχει το ενδεχόμενο να είναι διαπραγματεύσιμο τόσο το *διαμάντι* όσο και η *σακαράκα*.

Σ' αυτή την περίπτωση ο Μάνος επιλέγει τη Συναλλαγή (Σ) και ο Φάνης τη στρατηγική $\Sigma^{\delta} \Sigma^{\sigma}$. Για την ύπαρξη ισορροπίας, η τιμή αγοράς πρέπει να είναι αρκετά υψηλή ώστε ο Φάνης να είναι πρόθυμος να πουλήσει το *διαμάντι*. Ειδικότερα, θα πρέπει $p \geq 2000$ €. Επιπλέον, η αναμενόμενη αξία που προσδίδει ο Μάνος προκειμένου να επιθυμεί την κτήση του, θα πρέπει να είναι τουλάχιστο ίση με την τιμή του. Αυτό σημαίνει ότι θα πρέπει να ισχύει:

$$(3000 - p) \cdot q + (1000 - p) \cdot (1 - q) \geq 0 \Rightarrow \dots \Rightarrow 1000 + 2000 \cdot q \geq p$$

Συνεπώς, υπάρχει μια ισορροπία στην οποία οι δύο τύποι αυτοκινήτων είναι διαπραγματεύσιμοι αν: $1000 + 2000 \cdot q \geq p \geq 2000$ ή ομοίως $1000 + 2000 \cdot q \geq 2000$ ή $q \geq \frac{1}{2}$

Έτσι, αν υπάρχουν στην αγορά πολλές *σακαράκες* (δηλ. $q < \frac{1}{2}$) τότε μόνο επί αυτών γίνονται εμπορικές συναλλαγές (υπάρχει, δηλαδή, διατηρήσιμη ισορροπία στην τιμή που καθορίζει η αγορά).

Κατά τον Watson¹⁸⁴ για αυτό το άρθρο (σαφώς και για τη γενικότερη συνεισφορά του στο ακαδημαϊκό του πεδίο) ο **George Akerlof** τιμήθηκε με το βραβείο Νόμπελ στις Οικονομικές Επιστήμες το 2001 (μαζί με τους Michael Spence και Joseph Stiglitz).

5.12.3. Στρατηγική Ψήφος

Μέχρι τώρα είδαμε παραδείγματα στρατηγικής αλληλεπίδρασης στα οποία οι παίκτες λάμβαναν μια κοινή απόφαση σχετικά με ένα θέμα π.χ. αν θα εμπλακούν ή όχι σε μια διαδικασία αγοροπωλησίας ενός αγαθού ή αν θα συνάψουν ή όχι μια επαγγελματική σχέση. Είδαμε παραδείγματα στα οποία οι επιλογές των εμπλεκομένων σχετίζονται με την ιδιωτική πληροφόρηση που κατέχουν. Γενικότερα όμως, υπάρχουν πολλές καταστάσεις στις

¹⁸⁴ Watson J. (2013) σελ. 360

οποίες ολόκληρες ομάδες ή ακόμα και μια ολόκληρη κοινωνία πρέπει να λάβει μια συλλογική απόφαση σ' ένα περιβάλλον ατελούς πληροφόρησης.

Για παράδειγμα, σε μια πόλη τίθεται ο προβληματισμός της επέκτασης της γραμμής του Τραμ ή το άνοιγμα των καταστημάτων τις Κυριακές ή η επιλογή Χώρων Υγειονομικής Ταφής Απορριμμάτων ή, ακόμα, και η εκμετάλλευση μιας ευαίσθητης περιβαλλοντολογικά περιοχής από μια ιδιωτική επιχείρηση για την εξόρυξη ορυκτού μεταλλεύματος. Η βέλτιστη επιλογή της τοπικής κοινωνίας εξαρτάται από την **προσωπική εκτίμηση** κόστους και οφέλους που έχει κάθε μεμονωμένος πολίτης αυτής της τοπικής κοινωνίας από την όποια εξέλιξη αυτών των ενδεχομένων.

Αν οι ανωτέρω αποτελούν ενδεικτικές καταστάσεις στις οποίες ο πολίτης δεν εκφράζει άμεσα τις προτιμήσεις του, μιας και μπορεί μεν να εκδηλώσει τη συναίνεσή του ή την αντίθεσή του σε κάποιο από αυτά τα ενδεχόμενα, αλλά δεν δύναται να ψηφίσει, υπάρχουν και περισσότερες κρίσιμες καταστάσεις, όπως η επανεκλογή ή όχι μιας Κυβέρνησης, στις οποίες κάνει την επιλογή του, η οποία αποτελεί μια βέλτιστη συνάρτηση των προσωπικών (ιδιωτικών) του προτιμήσεων, οι οποίες, με τη σειρά τους, εκπορεύονται ως σταθμίσεις σε όρους αναμενόμενου κόστους και οφέλους. Ακόμα όμως κι αυτές οι ίδιες οι σταθμίσεις, στα παίγνια της πραγματικής ζωής, γίνονται υπό καθεστώς ατελούς πληροφόρησης.

Έστω κι έτσι, αυτές οι συσσωματώσεις των ατομικών προτιμήσεων οδηγούν τελικά σε μια απόφαση που επηρεάζει όλα τα μέλη της κοινωνίας¹⁸⁵. Κάπως έτσι, αναδύονται τα πολυσυζητημένα προβλήματα της κοινωνικής επιλογής (**social-choice problems**).

Όπως σκωπτικά αναφέρουν οι **J. Buchanan** και **G. Tullock**¹⁸⁶ «Εάν το δημόσιο συμφέρον ή το κοινό αγαθό είναι κάτι που μπορεί να προσδιορισθεί με σχετική ευκολία κι εάν οι μεμονωμένοι μετέχοντες σε μια πράξη συλλογικής επιλογής δρουν με τέτοιο τρόπο ώστε να προωθήσουν αυτό το κοινό αγαθό μάλλον παρά τα δικά τους συμφέροντα, τότε φαίνεται ότι μόνο ελάχιστη ορθολογική υποστήριξη μπορεί να υπάρξει για τους κοπιώδεις και με κόστος θεσμούς που χαρακτηρίζουν τη σύγχρονη δημοκρατική διαδικασία. Υπό τις συνθήκες αυτές, η ανάθεση όλης της πραγματικής εξουσίας λήψης αποφάσεων σε ένα μεμονωμένο υποκείμενο και σε μια συνακόλουθη ιεραρχία ίσως να φαντάζει εντελώς ορθολογική...».

Στο παίγνιο που ακολουθεί θα δούμε, ενδεικτικά, μια περίπτωση στην οποία οι εμπλεκόμενοι δεν έχουν πάντα κίνητρο να ψηφίσουν με βάση τις πραγματικές τους πεποιθήσεις:

Έστω, ότι οι ένορκοι ενός δικαστηρίου καλούνται να αποφασίσουν αν θα καταδικάσουν ή θα αθώσουν ένα άτομο το οποίο δικάζεται, και έστω ότι οι ένορκοι αυτοί είναι δύο.

Υπάρχουν ασφαλώς δύο ενδεχόμενα, ο κατηγορούμενος είτε να είναι ένοχος είτε να είναι αθώος, και από την οπτική των ενόρκων αυτό το όποιο ενδεχόμενο καθορίζεται από την «φύση» (κίνηση της φύσης), η οποία προσδίδει ίσες πιθανότητες σε κάθε ένα από αυτά τα ενδεχόμενα.

Κατά τη διάρκεια της δίκης, κάθε ένορκος σχηματίζει μια *εντύπωση* (λαμβάνει, όπως λέγεται με τεχνικούς όρους, ένα **σήμα** –signal-) για τον κατηγορούμενο. Αυτή η εντύπωση εξαρτάται από την ιδιοσυγκρασία του κάθε ενόρκου, αλλά και από τα προβαλλόμενα στοιχεία κατά την ακροαματική διαδικασία που τον προβλημάτισαν περισσότερο. Έτσι,

¹⁸⁵ Τέτοιου είδους αποφάσεις αποτελούν αυτές που ο Γέμτος χαρακτηρίζει ως «τα τυπικά προβλήματα κατασκευής και συνάθροισης ατομικών προτιμήσεων σε μια συλλογική συνάρτηση ευημερίας». Γέμτος Π. (2015) σελ. 135.

¹⁸⁶ Buchanan James και Gordon Tullock, Ο Λογισμός της Συναίνεσης, εκδ. Παπαζήση, Αθήνα, 1999, σελ. 191

υπάρχει το ενδεχόμενο οι δύο ένορκοι να μην δημιουργήσουν ταυτόσημη εντύπωση για τον τύπο του κατηγορουμένου.

Η εντύπωση, που αφορά στον τύπο του κατηγορουμένου, μπορεί να είναι είτε **Αθώος** (A) είτε **Ένοχος** (E) με την ακόλουθη κατανομή:

Με δεδομένο ότι ο κατηγορούμενος είναι πραγματικά αθώος, η εντύπωση του ενόρκου i είναι **A** με πιθανότητα $\frac{3}{4}$ και **E** με πιθανότητα $\frac{1}{4}$. Με δεδομένο ότι ο κατηγορούμενος είναι πραγματικά ένοχος, η εντύπωση του ενόρκου i είναι **A** με πιθανότητα $\frac{1}{4}$ και **E** με πιθανότητα $\frac{3}{4}$. Σημειώνεται ότι η εντύπωση που σχηματίζουν οι ένορκοι για τον κατηγορούμενο είναι απλώς μια ένδειξη και όχι μια βέβαιη πεποίθηση για τους ίδιους.

Έτσι, για παράδειγμα, αν ο κατηγορούμενος είναι πραγματικά ένοχος η πιθανότητα να σχηματίσουν και οι δύο ένορκοι την εντύπωση της ενοχής του (δηλ. **E**)

$$Prob[EE|ένοχος] = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$$

Η πιθανότητα να είναι πραγματικά αθώος ο κατηγορούμενος, αλλά οι ένορκοι να τον κρίνουν ένοχο είναι:

$$Prob[EE|αθώος] = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

Αυτές οι δύο πιθανότητες μας δείχνουν ότι το να σχηματίσουν την εντύπωση της ενοχής οι δύο ένορκοι για τον κατηγορούμενο είναι εννέα φορές πιθανότερο αν ο κατηγορούμενος είναι πραγματικά ένοχος σε σχέση με την περίπτωση που είναι πραγματικά αθώος.

Με τη βοήθεια του θεωρήματος του Bayes μπορούμε να υπολογίσουμε τη δεσμευμένη πιθανότητα να είναι ένοχος ο κατηγορούμενος, με δεδομένο ότι και οι δύο ένορκοι σχηματίζουν την εντύπωση **E**.

$$\text{Έτσι, } Prob[ένοχος|EE] = \frac{Prob[EE|ένοχος] \cdot Prob[ένοχος]}{Prob[EE]}$$

Η a priori πιθανότητα -δηλ. πριν ξεκινήσει η ακροαματική διαδικασία ο κατηγορούμενος για τους ενόρκους είναι με πιθανότητες 50% ένοχος και 50% αθώος- είναι: $Prob[ένοχος] = \frac{1}{2}$.

Η a posteriori πιθανότητα -δηλ. με δεδομένο ότι ο κατηγορούμενος είναι πραγματικά ένοχος να σχηματίσουν την εντύπωση E και οι δύο ένορκοι μετά την ολοκλήρωση της ακροαματικής διαδικασίας - είναι: $Prob[EE|ένοχος] = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$,

και η ολική πιθανότητα $Prob[EE]$ είναι το άθροισμα από τις πιθανότητες επί των περιπτώσεων ενοχής και μη-ενοχής του κατηγορούμενου, δηλ.

$$Prob[EE] = Prob[EE|ένοχος] \cdot Prob[ένοχος] + Prob[EE|αθώος] \cdot Prob[αθώος]$$

Έτσι η «επικαιροποιημένη πιθανότητα» ενοχής, είναι:

$$Prob[ένοχος|EE] = \frac{\frac{9}{16} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{9}{16} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{9}{10}$$

Αυτό σημαίνει ότι αν οι δύο ένορκοι σχηματίσουν και οι δύο την εντύπωση **E**, ότι τελικά ο κατηγορούμενος είναι ένοχος με πιθανότητα 90%.

Αν ο ένας ένορκος σχηματίσει την εντύπωση **A** και ο άλλος την εντύπωση **E**, τότε η «επικαιροποιημένη πιθανότητα» ενοχής είναι:

$$Prob[ένοχος|AE] = \frac{Prob[AE|ένοχος] \cdot Prob[ένοχος]}{Prob[AE]}$$

Η a priori πιθανότητα παραμένει: $Prob[ένοχος] = \frac{1}{2}$,

η a posteriori πιθανότητα είναι: $Prob[AE|ένοχος] = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$,

και η ολική πιθανότητα

$$Prob[AE] = Prob[AE|ένοχος] \cdot Prob[ένοχος] + Prob[AE|αθώς] \cdot Prob[αθώς]$$

$$= \frac{3}{16} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{16} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$$

$$\text{Συνεπώς, } Prob[ένοχος|AE] = \frac{\frac{3}{16} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{3}{16}} = \frac{1}{2}$$

Στο τέλος του παιγνίου το δικαστήριο (το οποίο νοείται ότι εκπροσωπεί την επιτηδευμένη βούληση της κοινωνίας ως σύνολο) θα πρέπει να αποφανθεί αν τελικά ο κατηγορούμενος είναι ένοχος ή αθώος.

Υποθέτουμε ότι οι αποδόσεις των ενόρκων (η χρησιμότητα που λαμβάνουν από την έκβαση της δίκης) είναι ταυτόσημες και εξαρτώνται μόνο από τον τύπο (ένοχος / αθώος) του κατηγορούμενου και από τους κανόνες της δίκης.

Έτσι, κάθε ένορκος λαμβάνει απόδοση μηδέν, αν ο κατηγορούμενος αθωωθεί, ανεξαρτήτως του τύπου του. Αν είναι ένοχος και καταδικαστεί τότε κάθε ένορκος λαμβάνει απόδοση **3** ενώ αν είναι αθώος και καταδικαστεί τότε κάθε ένορκος λαμβάνει απόδοση **-2**.

Η συμβολή του σώματος των Δικαστών σχετίζεται με την τήρηση των κανόνων της δίκης (κανόνες του παιγνίου). Οι κανόνες που τίθενται είναι δύο:

(α) απαγορεύεται στους ενόρκους να συζητήσουν μεταξύ τους για την υπόθεση πριν την οριστική έκδοση της απόφασης του δικαστηρίου, και

(β) στο τέλος της ακροαματικής διαδικασίας, καθένας τους θα ψηφίσει για την αθώωση ή την ενοχή του κατηγορούμενου. Ο κανόνας της καταδικαστικής ετυμηγορίας είναι η ομοφωνία (unanimity), δηλ. το δικαστήριο θα κρίνει ένοχο τον κατηγορούμενο **αν και μόνο αν** και οι δύο ένορκοι ψηφίσουν την ενοχή του.

Το **Κοινωνικά Βέλτιστο** είναι ο κάθε ένορκος να ψηφίσει την ενοχή **αν και μόνο αν** έχει σχηματίσει την εντύπωση **E**, ώστε ο κατηγορούμενος να καταδικαστεί όταν και οι δύο ένορκοι έχουν σχηματίσει την ίδια εντύπωση **E**.

Ελέγχουμε τη συμπεριφορά των ενόρκων:

Εκείνο που έχει ενδιαφέρον είναι ότι ο κάθε ένορκος δεν ψηφίζει βάσει της εντύπωσης που σχημάτισε για την ενοχή ή μη του κατηγορουμένου και αυτό επειδή η ψηφοφορία με τον τρόπο αυτό δεν αποτελεί Bayesian Nash ισορροπία του παιγνίου.

Ειδικότερα, έστω ότι ο ένας ένορκος i , υπό την προϋπόθεση ότι ο άλλος (j) θα ψηφίσει ενοχή αν και μόνο αν έχει σχηματίσει αυτή την εντύπωση, συμπεριφέρεται με τον ίδιο τρόπο που συμπεριφέρεται και ο j . Σημειώνεται, ότι η ψήφος του i επηρεάζει την καταδικαστική απόφαση του δικαστηρίου μόνο στην περίπτωση που ο j ψηφίσει ενοχή. Αν ο j ψηφίσει αθώωση, τότε υπό τον κανόνα της ομοφωνίας, ο κατηγορούμενος αθώνεται ανεξάρτητα από το τι θα ψηφίσει ο i . Αντίθετα, αν ο ένορκος j ψηφίσει ενοχή τότε αν ο i

ψηφίσει και αυτός ενοχή, ο κατηγορούμενος κρίνεται ένοχος και καταδικάζεται, αν όμως ψηφίσει αθώωση, τότε ο κατηγορούμενος αθώνεται.

Στην ορολογία της Σχολής των Συμπεριφοριστών, η ψήφος είναι **ζωτικής σημασίας** για το αποτέλεσμα, άρα καθοριστική, μόνο όταν ο άλλος ένορκος ψηφίσει ενοχή. Συνεπώς, επειδή υποθέσαμε ότι ο ένορκος j ψηφίζει ενοχή μόνο εφόσον σχηματίσει την εντύπωση **E**, η ψήφος του i έχει **ζωτική σημασία** όταν ο j σχηματίσει αυτή την εντύπωση. Με απλά λόγια, αν ο ένας ένορκος δεν σχηματίσει την εντύπωση της ενοχής του κατηγορούμενου, τότε ότι εντύπωση κι αν σχηματίσει ο άλλος, η ψήφος του δεν παίζει ρόλο στην καταδίκη του κατηγορουμένου.

Η απόδοση που θα λάβει ο παίκτης i επηρεάζεται από την δική του επιλογή **μόνο** όταν η ψήφος του είναι **ζωτικής σημασίας**. Έτσι, όταν αποφασίζει για το τι θα ψηφίσει, εστιάζει το ενδιαφέρον του μόνο στην περίπτωση κατά την οποία ο j έχει σχηματίσει την εντύπωση **E**.

Με δεδομένο ότι j έχει σχηματίσει την εντύπωση **E** (ένοχος), ελέγχουμε τα κίνητρα του i στην περίπτωση που αυτός σχημάτισε την εντύπωση **A** (Αθώος):

Η «επικαιροποιημένη εντύπωση» για την ενοχή του κατηγορουμένου είναι όταν ο ένας πιστεύει **E** και ο άλλος **A** είναι: $Prob[ένοχος|AE] = Prob[αθώος|AE] = \frac{1}{2}$. Έτσι, στην περίπτωση που ο i ψηφίσει με βάση αυτό που πιστεύει (δηλ. **A**) τότε η απόδοση που θα λάβει θα είναι μηδέν καθώς ο κατηγορούμενος θα αθωωθεί. Αν όμως ψηφίσει **E** (και συνεπώς καταδικαστεί ο κατηγορούμενος) η απόδοση που λαμβάνει είναι:

$$Prob[ένοχος|AE] \cdot 3 + Prob[αθώος|AE] \cdot (-2) = \frac{1}{2} \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot (-2) = \frac{1}{2}$$

Επειδή, $\frac{1}{2} > 0$, ο ένορκος i λαμβάνει μεγαλύτερη απόδοση όταν ψηφίσει εναντίον αυτού που πραγματικά πιστεύει σε σχέση με την απόδοση που λαμβάνει ψηφίζοντας αυτό που πραγματικά πιστεύει. Συνεπώς, η ψήφος βάσει των προσωπικών πεποιθήσεων δεν αποτελεί έκβαση ισορροπίας για το συγκεκριμένο παίγνιο.

Γενικότερα μια περίπτωση ισορροπίας υπάρχει όταν ο ένας από τους δύο ένορκος είναι «προκατελημμένος» (δηλ. ψηφίζει μονίμως ενοχή ανεξάρτητα από την εντύπωση που θα σχηματίσει κατά την ακροαματική διαδικασία) και ο άλλος ψηφίζει ενοχή αν και μόνο αν σχηματίσει τη εντύπωση **E**.

Ελέγχουμε αυτή τη στρατηγική που μας προτείνει ο Watson¹⁸⁷:

Με δεδομένο ότι ο ένορκος j ψηφίζει πάντα **E**, ο ένορκος i γνωρίζει ότι η ψήφος του είναι **ζωτικής σημασίας** (καθορίζει την ενοχή του κατηγορούμενου, αλλά και την δική του απόδοση), ανεξαρτήτως της εντύπωσης που έχει σχηματίσει ο j . Αυτή η περίπτωση, όμως, εξομοιώνεται με μια κατάσταση όπου υπάρχει μόνο ένας ένορκος. Έτσι, αν ο παίκτης i σχηματίσει την εντύπωση **A**, τότε, με βάση το θεώρημα του Bayes, πιστεύει ότι ο κατηγορούμενος είναι ένοχος με πιθανότητα:

$$Prob[ένοχος|A] = \frac{Prob[A|ένοχος] \cdot Prob[ένοχος]}{Prob[A]^{188}} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{4}$$

Στην περίπτωση αυτή αν ο i ψηφίσει αντίθετα από το πιστεύω του, δηλ. αν ψηφίσει **E** τότε θα λάβει απόδοση: $Prob[ένοχος|A] \cdot 3 + Prob[αθώος|A] \cdot (-2) = \frac{1}{4} \cdot 3 + \frac{3}{4} \cdot (-2) = -\frac{3}{4}$.

¹⁸⁷ Watson J. (2013) σελ. 369-373

¹⁸⁸ $Prob[A] = Prob[A|ένοχος] \cdot Prob[ένοχος] + Prob[A|αθώος] \cdot Prob[αθώος]$

Επειδή, $-\frac{3}{4} < 0$ (όπου μηδέν είναι η απόδοση που λαμβάνει αθώνοντας τον κατηγορούμενο και ψηφίζοντας βάσει της εντύπωσης που σχημάτισε γι' αυτόν), έχει κίνητρο να ψηφίσει αυτό που πραγματικά πιστεύει.

Στην περίπτωση που ο παίκτης i σχηματίζει την εντύπωση E , τότε, πάλι με βάση το θεώρημα του Bayes, πιστεύει ότι ο κατηγορούμενος είναι ένοχος με πιθανότητα:

$$Prob[\text{ένοχος}|E] = \frac{Prob[E|\text{ένοχος}] \cdot Prob[\text{ένοχος}]}{Prob[E]} = \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{3}{4}$$

Έτσι, ψηφίζοντας βάσει της εντύπωσης που σχημάτισε θα λάβει απόδοση:

$$Prob[\text{ένοχος}|E] \cdot 3 + Prob[\text{αθώος}|E] \cdot (-2) = \frac{3}{4} \cdot 3 + \frac{1}{4} \cdot (-2) = \frac{7}{4}$$

Επειδή, $\frac{7}{4} > 0$ (όπου μηδέν είναι η απόδοση που λαμβάνει αθώνοντας τον κατηγορούμενο και ψηφίζοντας αντίθετα από την εντύπωση που σχημάτισε γι' αυτόν), έχει κίνητρο να ψηφίσει αυτό που πραγματικά πιστεύει.

Αυτό που θέλει να τονίσει ο Watson με το εν λόγω μοντέλο είναι ότι όταν οι προσωπικές προτιμήσεις διαφοροποιούνται από τις **Κοινωνικά Βέλτιστες** τότε διαφοροποιούνται και οι ισορροπίες σε καταστάσεις στρατηγικής αλληλεπίδρασης. Το trik που χρησιμοποιήθηκε σ' αυτό το παίγνιο είναι οι αποδόσεις των ενόρκων. Έτσι, ενώ το **Κοινωνικά Βέλτιστο** είναι να καταδικαστεί ο κατηγορούμενος μόνο αν και οι δύο ένορκοι σχηματίσουν την *εντύπωση* της ενοχής και να αθωωθεί στην περίπτωση που τουλάχιστον ένας από τους δύο σχηματίζει την *εντύπωση* της μη-ενοχής, οι αποδόσεις των ενόρκων δεν ήταν συμμετρικές. Λάμβαναν απόδοση 3 αν ο κατηγορούμενος ήταν ένοχος και τον καταδίκασαν, αλλά λάμβαναν απόδοση -2 αν ήταν αθώος και τον καταδίκασαν. Αν οι αποδόσεις των ενόρκων είναι συμμετρικές, τότε οι προτιμήσεις τους θα ταυτίζονταν με τις **Κοινωνικά Βέλτιστες** και τότε η ισορροπία του παιγνίου θα ήταν κοινωνικά αποτελεσματική.

5.13. Εξελικτική θεωρία παιγνίων – Η συμπεριφορά σε έναν Δημόσιο Οργανισμό.

Σύμφωνα με τον καθηγητή Π. Γέμτο¹⁸⁹ οι πολιτικοί και οι γραφειοκράτες δεν κινούνται με προσανατολισμό το κοινό συμφέρον, όπως θέλει η παράδοση και μια ηθικολογούσα αντίληψη της πολιτικής. Τα συμφέροντα που επιδιώκουν οι φορείς εξουσίας δεν είναι συνήθως χρηματικά, αλλά σχετίζονται με τη δυνατότητα επανεκλογής ή σταδιοδρομίας, με το γόητρο και το κύρος ή την τακτοποίηση ημετέρων σε δημόσιες θέσεις. Ωστόσο, λανθασμένες και κοινωνικά επιζήμιες επιλογές (αποφάσεις) δεν είναι το αποτέλεσμα της εγωιστικής συμπεριφοράς των εμπλεκόμενων, αλλά της κατίσχυσης λανθασμένων θεσμών που δημιουργούν εσφαλμένα κίνητρα δράσης.

Θεωρούμε ένα παίγνιο εντός ενός δημόσιου Οργανισμού στο οποίο αλληλεπιδρούν καθημερινά, ως εμπλεκόμενοι παίκτες ενός επαναλαμβανόμενου παιγνίου, όλοι οι εργαζόμενοι στον Οργανισμό. Κάθε εργαζόμενος έχει δύο εναλλακτικές στρατηγικές στην αλληλεπίδρασή του με τους υπολοίπους. Είτε να είναι **υποχωρητικός** ως προς την επικράτηση του δημοσίου συμφέροντος είτε να είναι **επιθετικός** διεκδικητής επίτευξής του.

Υποχωρητικός, θεωρείται αυτός που παρότι αντιλαμβάνεται ότι μια καθοδηγούμενη πολιτικά απόφαση βλάπτει μακροπρόθεσμα το δημόσιο συμφέρον, που καλείται να υπερασπιστεί ως Φορέας ο Οργανισμός, συναινεί στη θεσμοθέτηση της «άνωθεν» υπαγορευόμενης προτίμησης.

¹⁸⁹ Γέμτος Π. (2015) σελ. 143

Επιθετικός διεκδικητής είναι εκείνος που προτάσσει το δημόσιο συμφέρον όπως αυτό γίνεται αντιληπτό από τον ίδιο, σε μακροπρόθεσμη βάση.

Θεωρούμε ότι οι «άνωθεν» κατευθύνσεις πολιτικής, οι οποίες εκπορεύονται από την πολιτική ηγεσία του Οργανισμού, «κλίνουν» πάντα προς την εξυπηρέτηση βραχυπρόθεσμων («πελατειακών») στόχων¹⁹⁰. Ο «πολιτικός παράγοντας» είναι ένας αφανής παίκτης που δεν εμπλέκεται άμεσα στη στρατηγική αλληλεπίδραση των εργαζομένων του Οργανισμού, αλλά είναι αυτός που έμμεσα προσδιορίζει τις απολαβές των εμπλεκόμενων στις μήτρες αποδόσεων και συνεπώς καθορίζει τον τύπο του παιγνίου στο οποίο αυτοί εμπλέκονται.

Η στρατηγική που θα επιλέξει να ακολουθεί ο κάθε μεμονωμένος εργαζόμενος στο πλαίσιο του επαναλαμβανόμενου αυτού παιγνίου εναντίον όλων των εργαζομένων, έχει την τάση να σταθεροποιείται όταν δεν υπάρχει μια εναλλακτική στρατηγική που να δίνει στον κάθε εμπλεκόμενο μεγαλύτερες πιθανότητες επιτυχίας. Μια τέτοια στρατηγική είναι μια **εξελικτικά ευσταθής στρατηγική** (Evolutionary Stable Strategy¹⁹¹) η οποία τείνει να αναπαράγει ένα *πρότυπο συμπεριφοράς* που υιοθετείται από το μεγαλύτερο μέρος των μελών της εξεταζόμενης οντότητας (Δημόσιος Οργανισμός).

Η ουσία αυτής της έννοιας εξέλιξης έγκειται στο ότι μια *εξελικτικά ευσταθής στρατηγική*, εφόσον χρησιμοποιείται από την πλειοψηφία του πληθυσμού, δεν δίνει την ευκαιρία σε κάποια άλλη συμπεριφορά (στρατηγική) να χρησιμοποιηθεί επικερδώς (από κάποιους από τους εμπλεκόμενους) ώστε σταδιακά να αντικαταστήσει την αρχικώς προτιμητέα. Όμως, η προσαρμογή ενός παίκτη στο στερεότυπο, και άρα η υιοθέτηση της προτιμητέας συμπεριφοράς, δεν εγγυάται την επιτυχή έκβαση της αντιπαλότητας, διότι υπάρχει το ενδεχόμενο κάποιος από τους εμπλεκόμενους να παρεκκλίνει (από την υιοθέτηση του στερεότυπου), δηλαδή να «μεταλλαχθεί».

Στη Βιολογία, που αποτέλεσε το πεδίο ενασχόλησης και έμπνευσης του Maynard Smith, ένα μέλος του υγιούς μέρους ενός πληθυσμού κυττάρων μπορεί να έρθει σε επαφή μ' ένα μέλος του μεταλλαγμένου μέρους¹⁹². Το «πρότυπο συμπεριφοράς», δηλ. η στρατηγική των υγιών μελών που τα κρατά υγιή, θα αποτελεί εξελικτικά ευσταθή στρατηγική εάν το μεταλλαγμένο μέρος δεν μπορεί να επεκταθεί.

Έτσι, λοιπόν, στον Οργανισμό του παραδείγματός μας, όταν μια συγκεκριμένη συμπεριφορά (στρατηγική) επικρατήσει ως στερεότυπο αυτό θα αποτελεί *εξελικτικά ευσταθής στρατηγική* εάν οι επαφές με τους παραβάτες του στερεότυπου (με αυτούς που δεν το υιοθετούν) δεν ενθαρρύνουν την εξάπλωσή τους. Η εξάπλωση των «παραβατών» **αποθαρρύνεται** όταν η απόδοση από την εμμονή στο στερεότυπο (σε περίπτωση επαφής με τον παραβάτη του) είναι μεγαλύτερη από την απόδοση εκ της μίμησης της «παραβατικής» συμπεριφοράς. Όταν, δηλαδή, η «μετάλλαξη» αποτελεί ασύμφορη στρατηγική για τους εμπλεκόμενους¹⁹³.

¹⁹⁰ Με την έννοια ότι η πολιτική ηγεσία του Οργανισμού είναι επιρρεπής σε κατευθύνσεις και εντολές που εμπεριέχουν κοντόφθαλμες πολιτικές εξυπηρέτησης της «πολιτικής της πελατείας» με γνώμονα την επανεκλογή της. Άλλωστε, «οι διαχειριζόμενοι την εξουσία είναι, όπως όλοι οι άνθρωποι, κοινωνικές μονάδες που επιδιώκουν το ίδιο συμφέρον και αντιμετωπίζουν τα ίδια διλημματικά αδιέξοδα των τυπικών κοινωνικών διαδράσεων». Γέμτος Π. ό.π. σελ. 137

¹⁹¹ Η Εξελικτική Θεωρία Παιγνίων αναπτύχθηκε από τους **Maynard Smith (1982)**, *Evolutionary and the Theory of Games*, Cambridge University Press και **Axelrod R. (1984)**, *The Evolution of Cooperation*, Basic Books, New York.

¹⁹² Σολδάτος Γεράσιμος (2005), σελ. 53

¹⁹³ Ό.π. σελ. 54

Στον Οργανισμό μας, έστω ότι κατά μέσο όρο η ωφέλεια για κάποιον εργαζόμενο από την υιοθέτηση της στρατηγικής Y («Υποχωρητικός») όταν ο έτερος εμπλεκόμενος (σε μια περίπτωση διμερούς αλληλεπίδρασης) χρησιμοποιεί τη στρατηγική E («Επιθετικός») εκφράζεται ως $eu(Y, E)$. Επειδή αναφερόμαστε σε *κατά μέσο όρο ωφέλεια*, η απόδοση λαμβάνεται σε όρους *αναμενόμενης* ωφέλειας και για να την διακρίνουμε από τη δεδομένη τιμή της σε κάθε μια αλληλεπίδραση, τη συμβολίζουμε ως $eu(Y, E)$ ¹⁹⁴.

Λέμε, ότι η στρατηγική Y είναι εξελικτικά ευσταθής εφόσον ισχύουν εναλλακτικά είτε η (α) είτε η (β) σχέση¹⁹⁵:

$$(α) eu(Y, Y) > eu(E, Y),$$

$$(β) eu(Y, Y) = eu(E, Y) \text{ και } eu(Y, E) > eu(E, E)$$

Ειδικότερα, εφόσον ισχύει η σχέση (α) κανείς από τους εμπλεκόμενους δεν έχει κίνητρο να υιοθετήσει τη στρατηγική E . Αντίστροφα, εφόσον $eu(Y, Y) < eu(E, Y)$ τότε σε καμία περίπτωση η στρατηγική Y δεν μπορεί να είναι εξελικτικά ευσταθής, καθώς ακόμα κι αν όλοι οι εμπλεκόμενοι την χρησιμοποιούν θα βρεθεί κάποιος «μεταλλαγμένος» (δηλ. κάποιος που παρεκκλίνει από το στερεότυπο) ο οποίος χρησιμοποιώντας την θα έχει υψηλότερη αναμενόμενη απόδοση (κατά μ.ο.) και συνεπώς, αργά ή γρήγορα, όταν όλοι οι εμπλεκόμενοι το παρατηρήσουν θα «μεταλλαχθούν» (και έτσι το στερεότυπο θα ανατραπεί).

Υπάρχει βέβαια και η πιθανότητα η στρατηγική Y να είναι εξελικτικά ευσταθής όταν ισχύει η δεύτερη (β) σχέση. Όταν, δηλαδή, σε μια σύγκρουση μεταξύ δύο εργαζομένων που το ένα μέρος ακολουθεί τη στρατηγική Y , το άλλο ωφελείται εξίσου (κατά μ.ο.) από τη συνδυαστική χρήση της Y και της E . Σε αυτή την περίπτωση η Y θα συνεχίσει να έχει περισσότερες ελπίδες επιβίωσης, εάν είναι περισσότερο ωφέλιμο για τον εργαζόμενο να την χρησιμοποιεί όταν ο άλλος επιλέγει την E .

Έστω ότι η πολιτική ηγεσία του Οργανισμού μας έχει επιλέξει ως «αρένα» της στρατηγικής αλληλεπίδρασης μεταξύ των εργαζομένων του Οργανισμού μια μήτρα τύπου chicken game με τις εξής αποδόσεις.

		B	
		Επιθετικά	Υποχωρητικά
A	Επιθετικά	-2, -2	2, 0
	Υποχωρητικά	0, 2	1, 1

Πίνακας 70 – Μήτρα αποδόσεων στον Οργανισμό

Το φυσικό περιεχόμενο που αποδίδουμε στις «αμοιβές» είναι οι πιστωτικές μονάδες που λαμβάνουν οι εμπλεκόμενοι, σε κάθε γύρο διμερούς εμπλοκής, για μια κάθε φορά συγκεκριμένη συμπεριφορά που επιλέγουν για κάποιο θέμα στο οποίο τους έχουν δοθεί οι «άνωθεν» πολιτικές προτιμήσεις. Ο μέσος όρος των πιστωτικών μονάδων, μετά από ένα πεπερασμένο γύρο διμερών συγκρούσεων μεταξύ όλων των εργαζομένων, αποτελεί το πρόκριμα για την επιλογή τους από την πολιτική ηγεσία, σε κάποια από τις θέσεις ευθύνης του Οργανισμού. Δηλαδή, η «συμπεριφορά» τους θα αποτελέσει το μέτρο της ιεραρχικής τους ανέλιξης.

¹⁹⁴ Όπου, με ε εκφράζεται η μαθηματική ελπίδα.

¹⁹⁵ Το σκεπτικό της σύνθεσης του οικείου παραδείγματος ακολουθεί την ομολογουμένως διδακτικώς ευκρινή ανάλυση στο Βαρουφάκης Γιάννης (1997)

Θεωρούμε ότι οι δράσεις του Φορέα σχετίζονται με τις αποφάσεις που λαμβάνει. Κάθε απόφαση είναι το αποτέλεσμα πολλών μεμονωμένων διμερών συγκρούσεων (δηλ. ένα μερικότερο υποσύνολο από το σύνολο των μεμονωμένων συγκρούσεων εντός του Οργανισμού). Έτσι, η όποια έκβαση μιας μεμονωμένης διμερούς σύγκρουσης δεν είναι καθοριστική για την τελική απόφαση του Φορέα (άρα για την θεσμοθετημένη «δράση» του Φορέα επί ενός θέματος). Δηλαδή, ούτε οι μεμονωμένοι εργαζόμενοι αποτελούν *παίκτες αρνησικυρίας*¹⁹⁶ στις δράσεις του Φορέα, αλλά ούτε και μια μεμονωμένη διμερής σύγκρουση είναι ικανή να διαμορφώσει την οριστική απόφαση του Φορέα επί ενός θέματος.

Το είδος της απόφασης που τελικά θα ληφθεί ή το «πρόσημο» που αυτή θα έχει σε σχέση με την αποτελεσματική υπεράσπιση ή μη του δημοσίου συμφέροντος είναι εκτός της προβληματικής του μοντέλου μας. Αυτό που ελέγχεται είναι η συμπεριφορά των εμπλεκόμενων στις κατευθύνσεις της πολιτικής ηγεσίας του Φορέα.

Σύμφωνα με τη μήτρα αποδόσεων, αν και οι δύο εμπλεκόμενοι σε μια μεμονωμένη διμερή σύγκρουση είναι υποχωρητικοί ως προς τα «κελεύσματα» της πολιτικής ηγεσίας λαμβάνουν από μια πιστωτική μονάδα αξιολόγησης, ενώ αν και οι δύο εναντιωθούν πιστώνονται με δύο αρνητικές μονάδες. Όταν προκύπτει διαφοροποίηση, ακόμα κι αν αυτή αντιτάσσεται στη βούληση της ηγεσίας, ο παίκτης που επέλεξε τη στρατηγική της εναντίωσης πιστώνεται με δύο θετικές μονάδες καθόσον, κατά την ενδόμυχη κρίση της ηγεσίας, έχει το θάρρος να εκφράσει την εναντίωσή του. Η τελευταία, δεν διαρρηγνύει τη λογική της επιβράβευσης μόνο εκείνων που συνεπικουρούν στην «εκτέλεση» της πολιτικώς εκπορευόμενης κατεύθυνσης, διότι όπως υποθέσαμε η έκβαση της κάθε μεμονωμένης σύγκρουσης δεν καθορίζει αναπόδραστα το οριστικό αποτέλεσμα επί ενός θέματος.

Το ισόρροπο αποτέλεσμα που επιφέρει το στρατηγικό προφίλ (Υ,Υ), με απόδοση (1,1) σε πιστωτικές μονάδες, δεν αποτελεί ισορροπία Nash καθώς κάθε εμπλεκόμενος θα προτιμούσε –με δεδομένη τη στρατηγική του αντιπάλου του- να μεταβάλει μονομερώς τη στρατηγική του προκειμένου να καρπωθεί το σύνολο των πιστωτικών μονάδων που του αποφέρει η διαφοροποιημένη στρατηγική. Επιπλέον, επειδή το παίγνιο είναι επαναλαμβανόμενο μεταξύ των μελών του Οργανισμού, το να επιλέγει κάποιος σταθερά την υποχωρητική (Υ) στρατηγική είναι σαν να καλεί τους υπολοίπους να παίζουν εναντίον του επιθετικά (Ε). Βέβαια, δεν είναι και συνετό το να παίζει κάποιος μονίμως Ε καθώς κάτι τέτοιο θα του επιφέρει συχνότερα ως απόδοση την τιμή -2.

Όπως γνωρίζουμε και από την ανάλυση του συγκεκριμένου τύπου παιγνίου, η βέλτιστη στρατηγική για κάθε μεμονωμένο παίκτη είναι να καταφέρει να επιλέξει την αντίθετη στρατηγική από εκείνη που θα επιλέξει ο αντίπαλός του. Εάν, δηλαδή, καταλήξει εμπειρικά στο συμπέρασμα ότι οι περισσότεροι εμπλεκόμενοι διαλέγουν υποχωρητική στρατηγική τότε θα πρέπει να επιλέγει με μεγαλύτερη συχνότητα τη στρατηγική Ε στις διμερείς «μονομαχίες» με τους συναδέλφους του. Φυσικά, ισχύει και το αντίστροφο. *«Βέβαια για να αποκτήσεις εμπειρική άποψη για τη συμπεριφορά των άλλων, θα πρέπει να συμμετάσχεις για κάμποσο χρόνο σε τέτοιες αναμετρήσεις, αποφασίζοντας λίγο-πολύ στα τυφλά. Μετά όμως από κάμποσες συναντήσεις αποκτάς μια γενική ιδέα για τη συμπεριφορά των άλλων. Παρ' όλο που δεν μπορείς να ξέρεις πώς θα σε αντιμετωπίσει ο επόμενος αντίπαλος, έχεις*

¹⁹⁶ Veto players, με την έννοια ότι δεν έχουν μεμονωμένα ικανή ισχύ για να καθορίσουν αναπόδραστα μια πολιτική του Φορέα επί ενός θέματος.

αρκετή εμπειρία ώστε να προβλέψεις (πιθανώς εσφαλμένα) την πιθανότητα με την οποία ο επόμενος αντίπαλος θα παίξει επιθετικά»¹⁹⁷

Έστω, λοιπόν, ότι p είναι η πιθανότητα να επιλέξει ο αντίπαλος τη στρατηγική E . Αυτό σημαίνει δύο πράγματα. Είτε ότι ένα ποσοστό ίσο με p των εργαζομένων του Οργανισμού παίζουν επιθετικά, είτε ότι καθένας απ' αυτούς παίζουν E με πιθανότητα p . Και στις δύο περιπτώσεις, η πιθανότητα ο αντίπαλος να επιλέξει τη στρατηγική E (αντί της Y) είναι p .

Αυτό που τώρα αναζητούμε είναι ποια η τιμή της πιθανότητας p για την οποία μια κοινή συμπεριφορά (στρατηγική) απ' όλα τα μέλη του Οργανισμού, μπορεί να χαρακτηριστεί ως εξελικτικά βιώσιμη. Με άλλα λόγια, αν ένα μεγάλο μέρος των μελών του Οργανισμού επιλέγει E με πιθανότητα p τότε ένα μικρότερο μέρος θα έχει κίνητρο να επιλέγει Y με πιθανότητα $1 - p$ (και άρα E με πιθανότητα p), προκειμένου η στρατηγική E να είναι ευσταθής. Αν αυτό δεν ισχύει τότε η E δεν είναι εξελικτικά ευσταθής και συνεπώς θα ανατραπεί.

Παίρνουμε μια μεμονωμένη περίπτωση. Έστω, ότι ένας από τους εργαζόμενους (π.χ. ο εργαζόμενος i) εμπλεκόμενος σε μια διμερή αντιπαράθεση αναμένει (έχει την πεποίθηση) ότι ο έτερος εμπλεκόμενος (j) θα επιλέξει E με πιθανότητα p . Ο παίκτης αυτός (i) επειδή ενδιαφέρεται να μεγιστοποιήσει την προσωπική του ωφέλεια κατά μέσο όρο από τον κάθε γύρο στον οποίο συμμετέχει, υπολογίζει την αναμενόμενη ωφέλεια παίζοντας E , την αναμενόμενη ωφέλεια παίζοντας Y και κατόπιν επιλέγει ανάλογα, τη στρατηγική που του αποφέρει τη μεγαλύτερη αναμενόμενη ωφέλεια.

Ειδικότερα, το αναμενόμενο όφελος επιλέγοντας E βάσει της πεποίθησης που έχει για τον αντίπαλό του $\theta_j = (p, 1 - p)$ είναι: $eu_i(E, \theta_j) = -2 \cdot p + 2 \cdot (1 - p) = 2 - 4p$

Ενώ το αναμενόμενο όφελος επιλέγοντας Y είναι: $eu_i(Y, \theta_j) = 0 \cdot p + 1 \cdot (1 - p) = 1 - p$.

Η στρατηγική E υπερισχύει της Y όταν $eu_i(E, \theta_j) > eu_i(Y, \theta_j) \Rightarrow 2 - 4p > 1 - p \Rightarrow p < \frac{1}{3}$.

Συνεπώς, εφόσον ένας μεμονωμένος παίκτης πιστεύει ότι κάποιος αντίπαλός του θα επιλέξει E με πιθανότητα μικρότερη από $\frac{1}{3}$, τότε έχει κίνητρο να επιλέξει ο ίδιος τη στρατηγική E .

Ελέγχουμε τώρα, αν η στρατηγική αυτή είναι εξελικτικά ευσταθής στρατηγική για κάθε μέλος (κάθε εργαζόμενο) του Οργανισμού. Εξετάζουμε δηλαδή εάν το να επιλέγει κάθε άτομο τη στρατηγική E με πιθανότητα $\frac{1}{3}$ (ή το να παίζει το $1/3$ των μελών του Οργανισμού E , και το υπόλοιπο Y), αποτελεί μια **συνολική στρατηγική** (ομοίως μια συμπεριφορά) η οποία έχει τη δυνατότητα να επιβιώσει μετά από πολλούς γύρους τέτοιων συγκρούσεων.

Για να ισχύει αυτό, σύμφωνα με την προϋπόθεση ισχύος μιας στρατηγικής ως εξελικτικά ευσταθούς, θα πρέπει ο παίκτης που επιλέγει την $p = \frac{1}{3}$ να έχει μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση έναντι κάποιου «μεταλλαγμένου» (δηλ. κάποιου που επιλέγει $p' \neq p$) και παράλληλα αν και ο ίδιος «μεταλλαχθεί», η αναμενόμενη απόδοση από τη μετάλλαξη να είναι μικρότερη από την αναμενόμενη απόδοση από το στερεότυπο.

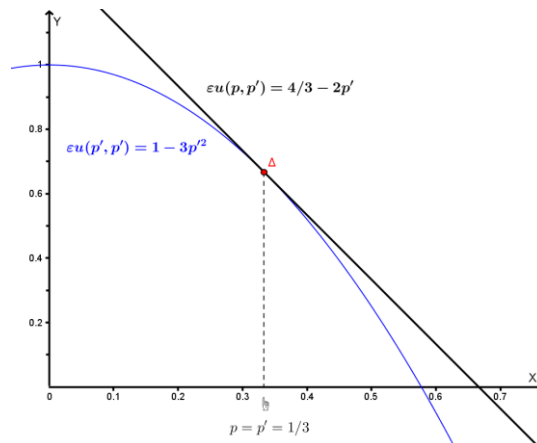
Έτσι, $eu(p, p') = \frac{1}{3} \cdot p' \cdot (-2) + \frac{1}{3} \cdot (1 - p') \cdot 2 + \frac{2}{3} \cdot p' \cdot 0 + \frac{2}{3} \cdot p' \cdot 1 = \frac{4}{3} - 2 \cdot p'$

Η αναμενόμενη απόδοση που θα έχει αν και ο ίδιος «μεταλλαχθεί» για να αντιμετωπίσει τον «μεταλλαγμένο» θα είναι:

$eu(p', p') = p' \cdot p' \cdot (-2) + p' \cdot (1 - p') \cdot 2 + (1 - p') \cdot p' \cdot 0 + (1 - p') \cdot (1 - p') \cdot 1 \Rightarrow$

¹⁹⁷ Βαρουφάκης Γιάννης (1997), σελ. 115

$$eu(p', p') = 1 - 3 \cdot p'^2$$



Διάγραμμα 60

Επειδή, $eu(p, p') > eu(p', p')$ για κάθε p' , (το σημείο Δ όπου $p' = p = \frac{1}{3}$, είναι σημείο ασυνέχειας, καθώς υποθέσαμε ότι $p' \neq p$ μιας και ο «μεταλλαγμένος» υιοθετεί διαφορετική στρατηγική από τη στρατηγική του στερεότυπου) συμπεραίνουμε ότι η στρατηγική $p = \frac{1}{3}$ είναι εξελικτικά ευσταθής έναντι κάθε άλλης εναλλακτικής. Σημειώνεται ότι στο εν λόγω παίγνιο, η μικτή στρατηγική $\sigma_i = (\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ αποτελεί τη στρατηγική ισορροπίας Nash σε μικτές στρατηγικές. Έτσι, η εξελικτικά ευσταθής ισορροπία στο εν λόγω παίγνιο ταυτίζεται με την ισορροπία Nash σε μικτές στρατηγικές.

Γενικά, με το εν λόγω παράδειγμα είδαμε ότι η μήτρα αποδόσεων (που «καθορίστηκε» από την πολιτική ηγεσία του Οργανισμού) δημιούργησε μια εξελικτικά ευσταθή ισορροπία μεταξύ των εμπλεκομένων σε διμερείς συγκρούσεις εντός του Οργανισμού, με τρόπο ώστε η εξέλιξη του παιγνίου να οδηγεί σε μια γενική ισορροπία όπου η πιθανότητα να κερδίσει ο κάθε ενδιαφερόμενος την ευμενή κρίση της ηγεσίας για την ανέλιξή του στη διοικητική ιεραρχία του Οργανισμού αυξάνει αν επιλέγει την υποχωρητική στρατηγική με συχνότητα $\frac{2}{3}$ ή ομοίως τα $\frac{2}{3}$ των μελών του Οργανισμού έχουν απόλυτη προτεραιότητα (μαθηματική ελπίδα) ανέλιξης έναντι εκείνου του $\frac{1}{3}$ που κρίνεται «μεταλλαγμένο».

Αυτό σημαίνει ότι η υποχωρητική στάση, παρότι αντιτίθεται στη μακροπρόθεσμη διασφάλιση του δημοσίου συμφέροντος, καθίσταται ένα ευσταθές στερεότυπο εντός του Οργανισμού. Η όποια επαφή ενός υποχωρητικού μέλους με ένα μεταλλαγμένο αποφέρει υψηλότερη αναμενόμενη απόδοση στο πρώτο, και για το λόγο αυτό η «εξάπλωση» των «μεταλλαγμένων» αποτρέπεται. Δυστυχώς, με τον τρόπο αυτό, αποτρέπεται και η μετάλλαξη της πολιτικής ηγεσίας του Οργανισμού από λαφυραγωγική¹⁹⁸, προσοδοθηρική (rent-seeking), ομορποτιστική και ψηφοθηρική, σε εγγυητή του μακροπρόθεσμου δημοσίου συμφέροντος.

¹⁹⁸ Για μια άριστη ανάλυση των κινήτρων και των συνεπειών των «προσοδο-θηρικών» πολιτικών από τις πολιτικές ηγεσίες, αλλά και για τις ομάδες συμφερόντων που ασκούν πίεση για την υιοθέτηση αυτών των πολιτικών από τις αιρετές ηγεσίες, **Πελαγίδης Θ. – Μητσόπουλος Μιχάλης (2010)**, Η στιγμή της στροφή για την Ελληνική Οικονομία, εκδ. Παπαζήσης, Αθήνα, και **Πελαγίδης Θ. – Μητσόπουλος Μιχάλης (2006)**, Ανάλυση της Ελληνικής Οικονομίας- Η Προσοδοθηρία και οι Μεταρρυθμίσεις, εκδ. Παπαζήσης, Αθήνα.

Έτσι, σε επίπεδο πολιτικής ηγεσίας «*Η διαφθορά και η προσοδοθηρία, απουσία των απαραίτητων **ανασχετικών μηχανισμών**, παίρνει σταδιακά ενδημικές διαστάσεις, επιτρέποντας σε ολόένα αυξανόμενο βαθμό την απομάκρυνση του περιεχομένου της εντολής που δίνει ο ψηφοφόρος – εντολέας και των πράξεων που υλοποιεί ο εντολοδόχος με την εξουσία που του δίνει αυτή η εντολή*»¹⁹⁹, ενώ στο επίπεδο των μεμονωμένων οντοτήτων του παραδείγματός μας, «είναι το ένστικτο της *αυτοσυντήρησης* που οδηγεί την πλειοψηφία των ανθρώπων σε επιλογές με *μειωμένο ρίσκο* (risk aversion). Έτσι, προτιμούν το σίγουρο **μίζερο** παρόν από το αβέβαιο πλην όμως καλύτερο μέλλον».²⁰⁰

Έχει ενδιαφέρον να τονιστεί ότι η αποκρυστάλλωση (παγίωση) των προτιμήσεων (εν είδει στερεοτύπου) των μελών του Οργανισμού δεν αποτελεί απόρροια κάποιας άμεσης μορφής εξωτερικού καταναγκασμού (θεσμοθετημένη ποινή λόγω μη προώθησης των προτιμήσεων της πολιτικής ηγεσίας), αλλά διαμορφώνεται ως μια διαδικασία μάθησης που πείθει τους εμπλεκόμενους να θεωρούν ότι είναι προς το συμφέρον τους να «παίξουν» το παίγνιο με βάση τους **κανόνες** που η ηγεσία επέλεξε, καθορίζοντας τη μήτρα των αποδόσεων που τους αφορά.

Επιπλέον, οι κανόνες δεν πρέπει να εκλαμβάνονται ως ειδικότερες εκφάνσεις ενός μεταβαλλόμενου παιγνίου οι οποίοι καθορίζονται κάθε φορά ανάλογα με την ιδιαίτερη (προσωποποιημένη) προτίμηση της όποιας ηγεσίας. Αντιθέτως, οι κανόνες αποτελούν και οι ίδιοι ένα στερεότυπο που επικράτησε μετά από μια μακρά διαδικασία δοκιμής και λάθους. Είναι και αυτοί το αποτέλεσμα ενός μαθησιακού λογισμού όπου οφέλη και κόστος συνεκτιμήθηκαν και μέσω της θεσμικής μνήμης μεταλαμπαδεύονται από τη μια ηγετική ομάδα στην επόμενη, καθώς κρίνονται ως οι πλέον αποτελεσματικοί στη χειραγώγηση των ιδιοτελών μελών του όποιου γραφειοκρατικού διοικητικού μηχανισμού. Η όποια ηγεσία, λοιπόν, σταθμίζοντας το κόστος και το όφελος που η ίδια αποκομίζει από την επιλογή των κανόνων (καθορισμός της μήτρας αποδόσεων) διαπιστώνει ότι είναι προς το (πολιτικά βραχυπρόθεσμο) συμφέρον της να επιλέξει ένα παίγνιο τύπου chicken game γιατί έτσι διασφαλίζει αποτελεσματικότερα τις βασικές της επιδιώξεις από τη συμπεριφορά των μελών της διοικητικής ιεραρχίας του Οργανισμού.

¹⁹⁹ Πελαγίδης Θ. – Μητσόπουλος Μιχάλης (2010), σελ. 55

²⁰⁰ Πελαγίδης Θ. – Μητσόπουλος Μιχάλης (2006), σελ. 98 -σ.σ. η εν λόγω παράθεση είναι από την Ενότητα 3 του βιβλίου η οποία έχει συνταχθεί σε συνεργασία με τον ακαδημαϊκό **Άρη Αλεξόπουλο** (Πανεπιστήμιο Κρήτης, Τμήμα Πολιτικής Επιστήμης).

Παράρτημα

Το Κυπριακό Παίγνιο (2002)²⁰¹

Ο Οργανισμός Ηνωμένων Εθνών (Ο.Η.Ε.), μετά από μακροσκελείς διαπραγματεύσεις με τα εμπλεκόμενα μέρη (Ελλάδα – Κυπριακή Δημοκρατία, Τουρκία – Ραούφ Ντενκτάς), κατέθεσε στις 11/11/2002, μέσω του γ.γ. του Οργανισμού (κ. Κόφι Αναν), σχέδιο επίλυσης του Κυπριακού.

Ο Ο.Η.Ε. έθεσε ως κύριο όρο, την άπαξ αποδοχή ή απόρριψη (Take it or leave it)[1] του σχεδίου ως συμφωνία – πλαίσιο για τη συνέχιση της διαδικασίας επίλυσης. Το χρονοδιάγραμμα ολοκλήρωσης της διαδικασίας προέβλεπε :

- i. Υπογραφή της συμφωνίας – πλαίσιο, έως τις 12/12/2002 (ημερομηνία διεξαγωγής της Συνόδου Κορυφής της Ε.Ε., στη Κοπεγχάγη, με κύριο αντικείμενο τη διεύρυνσή της και συνεπακόλουθα την «καθαρή» ή υπό όρους ένταξη της Κυπριακής Δημοκρατίας).
- ii. Διασαφήνιση των λεπτομερειών επίλυσης – με τη σύμφωνη γνώμη και των δύο κοινοτήτων – έως τον Φεβρουάριο του 2003.
- iii. Επικύρωση του σχεδίου με δημοψηφίσματα και στις δύο κοινότητες τον Μάρτιο του 2003.

Ανασκαλεύοντας την ουσία του διλήμματος, διαπιστώνουμε ότι η κρισιμότερη απόφαση που θα έπρεπε να πάρουν οι δύο κοινότητες, έως τις 12/12/2002, εστιάζει στην αποδοχή ή απόρριψη του σχεδίου ως βάση επίλυσης, χωρίς τη δυνατότητα αναδιαμόρφωσης των προτάσεων του στα κρίσιμα ζητήματα, αλλά με δυνατότητα διευθέτησης θεμάτων δευτερευούσης σημασίας και πάντα στη βάση της συν-αποδοχής.

Δύο ημέρες μετά την κατάθεση του σχεδίου Ανάν, η ελληνική και η κυπριακή κυβέρνηση καθιστούν σαφή τη θέση τους και δηλώνουν την αποδοχή του, ως βάση διαπραγμάτευσης[2]. Παράλληλα η ελληνική κυβέρνηση εκφράζει απερίφραστα την έντονη αισιοδοξία της για την επίλυση του κυπριακού και την επιτυχή κατάληξη των διαπραγματεύσεων.

Εν αναμονή της δημοσιοποίησης της θέσης (στρατηγική που θα ακολουθούσε) της **τουρκοκυπριακής πλευράς**, ως δούμε τον τρόπο με τον οποίο θα την επέλεγε, λαμβάνοντας ως δεδομένα :

Η ελληνική και ελληνοκυπριακή πλευρά επιθυμούν την επίλυση του κυπριακού προβλήματος, μέσω μιας *αντικειμενικά δίκαιης, βιώσιμης και λειτουργικής λύσης*, κάτι που θεωρούν ότι διασφαλίζεται -εκ προοιμίου- από το κύρος του Ο.Η.Ε.

Η τουρκική και τουρκοκυπριακή πλευρά ΔΕΝ επιθυμούν την επίλυση του κυπριακού. (Ορθότερο θα ήταν να δεχτούμε ότι ο Ρ. Ντενκτάς και ο παρασκηνιακός του εντολέας –το πολιτικο-στρατιωτικό κατεστημένο της Άγκυρας- δεν επιθυμούν επίλυση, μιας και η τουρκοκυπριακή κοινή γνώμη πιθανών να διαφοροποιήσει την στάση της. Βέβαια το εν δυνάμει διαφοροποιημένο λαϊκό αίσθημα των τουρκοκυπρίων, ελάχιστα θα συμβάλει στη διαμόρφωση της πολιτικής απόφασης του ηγέτη ενός αυταρχικού καθεστώτος).

Η απόρριψη της όποιας πρότασης του Ο.Η.Ε., από την πλευρά των Τούρκων θα επιδιώξουν να γίνει με κομψό τρόπο ώστε να μην αποκαλυφθεί η αδιαλλαξία και η απροθυμία τους για την επίλυση του προβλήματος. Η συγκάλυψη της αδιαλλαξίας άλλωστε, συμβαδίζει με το επιμύθιο του σύγχρονου ευρωπαϊκού προφίλ που μεθοδικά υφαίνει η τουρκική κυβέρνηση στην προσπάθειά της να επιτύχει την ένταξή της στην Ε.Ε.

Η Κυπριακή Δημοκρατία είναι κυρίαρχο κράτος και το ψευδοκράτος του Ντενκτάς

²⁰¹ Το εν λόγω παίγνιο αποτελεί συντάχθηκε και αναρτήθηκε από τον γράφοντα τον Ιούνιο 2003 στο <http://chourdakisefstratios.blogspot.gr/2008/03/blog-post.html>

συμπεριφέρεται ως τέτοιο και έτσι το δικαίωμα της διατήρησης του υφιστάμενου status quo είναι δεδομένο (δηλ. μπορούν να απορρίψουν το σχέδιο χωρίς άμεσα ορατές και προσδιορίσιμες κυρώσεις).

Αναλύοντας τα δεδομένα διαπιστώνουμε ότι ο επιδιωκόμενος στόχος της τουρκοκυπριακής πλευράς είναι ευκολότερα υλοποιήσιμος με μοναδικό, ίσως, επίπεδο δυσκολίας τη διακριτική συγκάλυψή του.

Αθήνα και Λευκωσία, αντίθετα, θα πρέπει να εξαντλήσουν κάθε αλτρουιστικής προέλευσης διπλωματικό μέσο, προκειμένου να εξασθενίσουν την τουρκοκυπριακή αδιαλλαξία και εμμονή στη διατήρηση του status quo. Γνωρίζοντας τη δυσκολία επίτευξης του μείζονος στόχου, ως ελάσσων αλλά αρκούντως ελκυστικός, προβάλλει αυτός της εξόφθαλμης ανάδειξης της τουρκοκυπριακής αδιαλλαξίας στον πλέον νομιμοποιημένο (με την έννοια της γενικής αποδοχής) διεθνή Οργανισμό.

Σύμφωνα με τα δεδομένα, οι απολαβές που προκύπτουν για κάθε πλευρά, σε σχέση με τη στρατηγική και τους επιδιωκόμενους στόχους, έχουν ως εξής:

Πίνακας 1
Σχέδιο Take it or Leave it

		ΕΛΛΑΣ – ΚΥΠΡΟΣ			
		Συμβιβασμός		ΟΧΙ Συμβιβασμός	
ΤΟΥΡΚΙΑ	Συμβιβασμός	4	1	1	4
	ΟΧΙ Συμβιβασμός	3	2	2	3

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Η απόδοση 1 είναι καλύτερη από την 2 που είναι καλύτερη από την 3 ...

-->Το παίγνιο κατατάσσεται στην κατηγορία των παιγνίων σταθερού αθροίσματος. Αυτό γίνεται κυρίως λόγω της αναχρονιστικής πολιτικής του Ρ. Ντενκτάς, ο οποίος αντιλαμβάνεται την πολιτική με όρους συγκρουσιακούς που συνηγορούν στο ασυμβίβαστο της αμοιβαίας ωφέλειας. Θέλει να κερδίσει μόνο, ότι μπορεί να χάσει η ελληνοκυπριακή πλευρά. Αδιαφορεί για το κέρδος που προκύπτει από πολιτικές προστιθέμενης αξίας που προσφέρουν όφελος και στις δύο κοινότητες. Έτσι λοιπόν, Αθήνα και Λευκωσία πρέπει να σχεδιάσουν την στρατηγική τους δράση εντός του «γηπέδου» της πολιτικής ιδιοσυγκρασίας του Ρ. Ντενκτάς, παρά το ότι αντιλαμβάνονται την πολιτική με όρους συνεργασίας, σύννεσης, συναίνεσης και αμοιβαίας ωφέλειας (διαφορετικά θα έπαιζαν σε άλλο «γήπεδο»...).

Από τον πίνακα 1, διαπιστώνουμε ότι η κυρίαρχη στρατηγική για την ελληνοκυπριακή πλευρά είναι ο συμβιβασμός με το σχέδιο του Ο.Η.Ε. Η στρατηγική των ελληνοκυπρίων είναι εύκολα προβλέψιμη από τον Ρ. Ντενκτάς. Οι λόγοι όμως για τους οποίους έσπευσαν οι ελληνοκύπριοι να δεσμευτούν για την στρατηγική που θα ακολουθήσουν είναι:

1. Για να επισημοποιήσουν την ειλικρινή πρόθεσή τους για επίλυση του προβλήματος.
2. Για να εκφράσουν την εμπιστοσύνη τους στην ουδετερότητα και την αμερόληπτη πρόταση του ΟΗΕ.
3. Για να τονίσουν την διαφοροποιημένη στρατηγική (συμβιβασμός εναντίων αδιαλλαξίας) που - διαβλέπουν ότι - θα ακολουθήσει η άλλη πλευρά.
4. Για να αποτρέψουν τους Τούρκους από το να «ορθώσουν», αρχικά, συμβιβαστικό στρατηγικό προσανατολισμό -πράγμα που θα προβλημάτιζε την ελληνοκυπριακή κοινή γνώμη- και που πιθανώς θα ωθούσε την πιεζόμενη από την κοινή γνώμη και την

αντιπολίτευση, ελληνική και κυπριακή κυβέρνηση, να συρθούν στη στρατηγική του Μη Συμβιβασμού. Αυτό θα ήταν καταστρεπτικό για την ελληνοκυπριακή πλευρά και ιδανικό για τους Τούρκους. Στη περίπτωση που η ελληνοκυπριακή πλευρά υποσκέλιζε αυτή την παγίδα, τότε ο Ρ. Ντενκτάς θα διαφοροποιούσε την στρατηγική του, κάνοντας κατοπτρική χρήση των επιχειρημάτων, που θα χρησιμοποιούσε η ελληνική και κυπριακή κυβέρνηση, στη προσπάθειά τους να μεταστρέψουν τον ενδοκρατικό αντιπολιτευτικό λόγο. Έτσι τα επιχειρήματα της ελληνικής και κυπριακής κυβέρνησης, που θα υπογράμμιζαν τα οφέλη για τα κράτη τους, θα γίνονταν αιτιάσεις από τους Τούρκους για την ανάσχεση της αρχικής τους στρατηγικής.

Η τουρκική ηγεσία με δεδομένη την αποδοχή του σχεδίου (ως βάση διαπραγμάτευσης) από τους ελληνοκύπριους αλλά και την απροθυμία της για επίλυση του κυπριακού, θα προσφύγει στην στρατηγική του Μη Συμβιβασμού. (Ακολουθώντας τη στρατηγική των ελληνοκυπρίων -Συμβιβασμός- θα οδηγούσε την ισορροπία του παιγνίου στο απευκταίο για αυτήν -επίλυση-).

Η προσπάθεια της τουρκικής ηγεσίας να εκλεπτύνει την απροθυμία της, ώστε να μην είναι καταφανής, τορπιλίστηκε από μια σειρά γεγονότων. Το σημαντικότερο από αυτά ήταν η αποστολή, από τον κ. Κόφι Ανάν, ενός αναθεωρημένου σχεδίου δύο ημέρες πριν τη Σύνοδο Κορυφής της Κοπεγχάγης, με το οποίο ζητούσε άμεση απάντηση και παρουσία των ηγετών των δύο κοινοτήτων στη Σύνοδο. Ο Ντενκτάς αναγκάζεται να απαντήσει, τουλάχιστον άτυπα, απορρίπτοντας το αναθεωρημένο σχέδιο (10/12/2002) με την επισήμανση: «είναι το ίδιο με το παλιό» και επικαλούμενος λόγους υγείας εισάγεται σε νοσοκομείο της Άγκυρας. Οι κινήσεις του Ντενκτάς είναι φανερό ότι προσβλέπουν στο να μην είναι παρόν στην Σύνοδο Κορυφής στην Κοπεγχάγη και έτσι να απορρίψει (και τυπικά) το σχέδιο, αν όχι με εύσημο τρόπο τουλάχιστον επικαλούμενος λόγους ανωτέρας βίας.

Η ισορροπία του πίνακα 1, (ο οποίος τελικά θα μπορούσε να πει κανείς ότι έχει μετατραπεί σε ένα Δέντρο αποφάσεων, μιας και το παίγνιο από ταυτόχρονων κινήσεων, η Ελληνοκυπριακή πλευρά[3] το μετέτρεψε σε διαδοχικών “παίζοντας” πρώτη και “ποντάροντας” στην τακτική first-mover advantage[4]) είναι στο κάτω αριστερό κουτάκι. Με την ισορροπία αυτή η ελληνοκυπριακή πλευρά επιτυγχάνει την δεύτερη καλύτερη, για αυτήν, εκδοχή ενώ η τουρκική την τρίτη καλύτερη.

Για την σύνθεση μιας σφαιρικήτερης και περισσότερο ρεαλιστικής απεικόνισης του περιβάλλοντος της διπλωματικής αρένας, εντός τις οποίας εξελισσόταν το παίγνιο, θα πρέπει να υπενθυμίσουμε μια κεφαλαιώδους σημασίας πολιτική επιτυχία της ελληνικής κυβέρνησης. Η Αθήνα την περίοδο εκείνη (πριν την Σύνοδο Κορυφής) κατάφερε να αποσπάσει τη συναίνεση των εταίρων της στην Ε.Ε. αλλά και της Commission (του προέδρου Ρ. Πρόντι) για την αποσύνδεση του θέματος ένταξης της Κυπριακής Δημοκρατίας με αυτό της επίλυσης του κυπριακού. Η αποσύνδεση, καταπόντισε την ακολουθούμενη εκβιαστική στρατηγική της Άγκυρας, η οποία διατυμπάνιζε ότι η στάση της στο Κυπριακό θα εξαρτηθεί άμεσα από την απόσπαση ή μη, ημερομηνίας έναρξης ενταξιακών διαπραγματεύσεων. Η επιτυχία αυτή αποδέσμευσε πολλούς βαθμούς διπλωματικής ευελιξίας τόσο για την Αθήνα όσο και για την Λευκωσία.

Επιγενόμενο αυτών ήταν η Κυπριακή Δημοκρατία, στην Κοπεγχάγη, να διασφαλίσει – κλειδώσει- την ένταξη της στην Ε.Ε., χωρίς όρους και προϋποθέσεις, παρά το ότι ο Ρ. Ντενκτάς απέρριψε το αναθεωρημένο σχέδιο Ανάν.

Β' αναθεωρημένο σχέδιο.

Αφού λοιπόν ο στόχος της επίλυσης δεν υλοποιήθηκε, ας δούμε πως χρησιμοποίησε αυτή την κατάσταση ισορροπίας, η ελληνοκυπριακή πλευρά στη συνέχεια:

Έχοντας αποδείξει εμπράκτως τη βούλησή της για συμβιβασμό, ασκεί πίεση στον Ο.Η.Ε. για να προχωρήσει σε κατάθεση, νέας, αναπροσαρμοσμένης πρότασης.

Στο σημείο αυτό η ελληνοκυπριακή πλευρά εμφανίζεται να επιδιώκει επίλυση ακόμα και με μεγάλο κόστος. Έτσι λοιπόν, από τη μία, το 'σινιάλο' της ελληνοκυπριακής πλευράς και από την άλλη η απαίτηση των Τούρκων για ευνοϊκότερη πρόταση, θα οδηγήσουν των Ο.Η.Ε. στην β' αναπροσαρμογή του αρχικού σχεδίου, με οριακά βελτιωμένη, υπέρ των Τούρκων πρόταση[5] με χρονικό ορίζοντα αποδοχής ή απόρριψης τις 10/3/2003 (Χάγη).

Στην αναδυόμενη φάση (Χάγη) του σχεδίου και με δεδομένη τη δυνατότητα να ζητήσουν οριακές ρυθμίσεις μετά την αποδοχή της β' αναπροσαρμοσμένης πρότασης, ας δούμε το αξιακό σύστημα που θα προσδιορίσει τη στάση των δύο πλευρών (Πίνακας 2).

Πίνακας 2

ΑΝΑΛΥΟΜΕΝΗ ΦΑΣΗ (Χάγη 10/3/2003)						
ΕΛΛΑΣ - ΚΥΠΡΟΣ						
		ΑΔ	ΑΠ	ΟΕΡ		
ΤΟΥΡΚΙΑ	ΑΔ	3	7	5	4	6
	ΑΠ	1	9	8	9	1
	ΟΕΡ	2	8	6	7	3
ΑΔ		= Αδιάλλακτη στάση				
ΑΠ		= ΑΠοδοχή του αναθεωρημένου σχεδίου				
ΟΕΡ		= Οριακά Ευνοϊκότερη Ρύθμιση				

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Η απόδοση 1 είναι καλύτερη από την 2 που είναι καλύτερη από την 3 ...

Στον Πίνακα 2 φαίνονται τα οφέλη των δύο πλευρών, σε σχέση με τις επιδιώξεις τους και τις επιδιώξεις του "αντιπάλου", ανάλογα με τη στρατηγική που θα ακολουθήσουν.

Διαπιστώνουμε ότι ο στόχος της ελληνοκυπριακής πλευράς (επίλυση του Κυπριακού) επιτυγχάνεται στα τέσσερα σκιασμένα τετράγωνα.

Η ιεράρχηση των ωφελειών που θα έχει, η **ελληνοκυπριακή πλευρά**, σε κάθε μια από τις περιπτώσεις αυτές είναι:

1--> Αποδοχή της πρότασης και από τις δύο πλευρές, με αίτημα των Ελληνοκυπρίων για οριακές βελτιώσεις.

2--> Αποδοχή της πρότασης του Ο.Η.Ε., ως έχει, και από τις δύο πλευρές.

3--> Αποδοχή της πρότασης και από τις δύο πλευρές με αίτημα για οριακές βελτιώσεις και για τις δύο πλευρές (π.χ. χρηματοδότηση από τον Ο.Η.Ε. για θέματα διευθετήσεων και απαλλοτριώσεων).

4--> Αποδοχή της πρότασης και από τις δύο πλευρές, με αίτημα των Τούρκων για οριακές βελτιώσεις.

Στην περίπτωση που ο μείζον στόχος της επίλυσης δεν επιτευχθεί, τα οφέλη ή οι ζημίες για την ελληνοκυπριακή πλευρά ταξινομούνται ως εξής:

5--> Αποκαλύπτεται εξόφθαλμα (στον Ο.Η.Ε.) η τουρκική αδιαλλαξία. Το βάρος της αποτυχίας των διαπραγματεύσεων μεταφέρεται εξ' ολοκλήρου στους Τούρκους.

6--> Έντονη οσμή τουρκικής αδιαλλαξίας, όμως μέρος της ευθύνης για την αποτυχία των διαπραγματεύσεων βαραίνει και την ελληνοκυπριακή πλευρά εξ' αιτίας της απαίτησης της για ευνοϊκότερες ρυθμίσεις.

7--> Αδιάλλακτη στάση και από τις δύο πλευρές. Η ελληνοκυπριακή πλευρά εκθέτει έμμεσα τον Ο.Η.Ε. για κακή αναθεωρημένη πρόταση.

8--> Αδιάλλακτη στάση των Ελληνοκυπρίων, αιχμές προς τον Ο.Η.Ε. για μεροληπτική - υπέρ των Τούρκων – πρόταση και ταυτόχρονα εμφανίζονται οι Τούρκοι ως διαλλακτικοί και πρόθυμοι για συμφωνία.

9--> Αδιάλλακτη στάση των Ελληνοκυπρίων, σαφής μομφή προς τον Ο.Η.Ε. για μεροληπτική - υπέρ των Τούρκων – πρόταση και ταυτόχρονα εμφανίζονται οι Τούρκοι να αποδέχονται την πρόταση του Ο.Η.Ε.

Αντίστοιχα για την **τουρκική πλευρά**, που ο στόχος της είναι η **μη** επίλυση του Κυπριακού, η ιεράρχηση των ωφελειών ή ζημιών έχει ως εξής:

1--> Πείθει (με τη στρατηγική της) ότι αποδέχεται το σχέδιο και ταυτόχρονα δεν επιλύεται το κυπριακό εξαιτίας της ελληνοκυπριακής αδιαλλαξίας. Το βάρος του αποτελέσματος το φέρουν, εξ' ολοκλήρου, Αθήνα και Λευκωσία.

2--> Πείθει ότι είχε πρόθεση να αποδεχτεί την πρόταση με κάποιες οριακές βελτιώσεις. Το κυπριακό δεν επιλύεται λόγω της ελληνοκυπριακής αδιαλλαξίας. Το βάρος του αποτελέσματος το φέρουν Αθήνα και Λευκωσία.

3--> Δεν επιλύεται το κυπριακό, αλλά αφήνει αιχμές προς τον Ο.Η.Ε. για κακή πρόταση. Μέρος της ευθύνης για τη μη επίλυση καρπώνεται και αυτή.

4--> Το κυπριακό δεν επιλύεται και ταυτόχρονα δικαιολογεί την αδιάλλακτη στάση της λόγω των υπερβολικών απαιτήσεων Αθήνας και Λευκωσίας.

5--> Το κυπριακό δεν επιλύεται. Το κόστος όμως της μη επίλυσης είναι μεγάλο γιατί διαπιστώνεται η αδιαλλαξία τους και ταυτόχρονα μέμφονται τον Ο.Η.Ε. για μεροληπτική πρόταση υπέρ της Λευκωσίας.

6--> Επίλυση του κυπριακού με οριακά βελτιωμένη πρόταση υπέρ της τουρκοκυπριακής πλευράς. Ο στόχος της τουρκικής ηγεσίας δεν επιτεύχθηκε.

7--> Επίλυση του κυπριακού με οριακά βελτιωμένη πρόταση και για τις δύο πλευρές. Ο στόχος της τουρκικής ηγεσίας δεν επιτεύχθηκε.

8--> Αποδοχή της πρότασης ως έχει, και επίλυση του κυπριακού.

9--> Αποδοχή της οριακά βελτιωμένης, υπέρ της Λευκωσίας, πρότασης και επίλυση του κυπριακού.

Με βάση τις απολαβές της κάθε πλευράς, διαπιστώνουμε (Πίνακας 2) ότι η ελληνοκυπριακή πλευρά έχει κυριαρχούμενη στρατηγική (την στρατηγική της ΑΔιαλλαξίας) την οποία και θα απορρίψει.

Ο Πίνακας 2, μετασχηματίζεται ως εξής:

Πίνακας 3

		ΕΛΛΑΣ – ΚΥΠΡΟΣ	
		ΑΠ	ΟΕΡ
ΤΟΥΡΚΙΑ	ΑΔ	5	6
	ΑΠ	2	1
	ΟΕΡ	4	3

Στον Πίνακα 3, διαπιστώνεται ότι η Τουρκία έχει κυρίαρχη στρατηγική (την στρατηγική της ΑΔιαλλαξίας) την οποία και θα υιοθετήσει.

Έτσι η ελληνοκυπριακή πλευρά θα πρέπει να υιοθετήσει τη στρατηγική της ΑΠοδοχής που της αποφέρει καλύτερο αποτέλεσμα, ακόμα και σε σχέση με τη στρατηγική της Οριακά

Ευνοϊκότερης Ρύθμισης (ΟΕΡ), με δεδομένη βέβαια την υιοθέτηση από τους Τούρκους της κυρίαρχης για αυτούς στρατηγικής (ΑΔ).

Η ισορροπία του παιγνίου είναι στο (ΑΔ,ΑΠ) με διάνυσμα απόδοσης (5,5). Στο σημείο αυτό δεν επέρχεται επίλυση του κυπριακού προβλήματος και έτσι η τουρκική πλευρά πετυχαίνει το στόχο της. Βέβαια η ισορροπία αυτή είναι η καλύτερη που θα μπορούσε να επιτύχει η ελληνοκυπριακή διπλωματία, στην περίπτωση που δεν θα επιτύγχανε το μείζον στόχο της. Ο λόγος είναι ότι ο Ο.Η.Ε. θα διαπίστωνε, πέραν πάσης αμφιβολίας, την αδιαλλαξία της τουρκικής διπλωματίας και την απροθυμία της στο να δοθεί λύση στο κυπριακό.

Εκτίμηση αποτελέσματος

Στο βαθμό που η ελληνοκυπριακή διπλωματία μπορούσε από την πρώτη φάση επίλυσης (σχέδιο Take it or Leave it) να διαβλέψει τόσο το αναδυόμενο παίγνιο (Χάγη 10/3/2003) όσο και την έκβασή του, τότε η επιλογή της Αθήνας να εκφράσει απερίφραστα την αισιοδοξία της για την επίλυση του κυπριακού, ήταν σύμφωνη με τον second best στόχο. Έτσι λοιπόν, η υπεραισιοδοξία για την έκβαση σε συνδυασμό με την πάγια στρατηγική αποδοχής των σχεδίων, μεγιστοποίησε τις προσδοκίες του Οργανισμού (ο οποίος και εντατικοποίησε τις προσπάθειές του διακυβεύοντας το κύρος του) και έτσι η αρνητική έκβαση, υπερέπαιξε την αδιάλλακτη στάση των Τούρκων και απογοήτευσε τον Ο.Η.Ε. Η συνάρτηση οφέλους για τους Τούρκους, παρά την επίτευξη του στόχου τους, ελαχιστοποιήθηκε. Η έκθεση του κ. Κόφι Ανάν προς το Συμβούλιο Ασφαλείας του Ο.Η.Ε. επέρριπτε ευθύνες, αποκλειστικά και μόνο, στο Ντενκτάς και την αδιάλλακτη στάση του[6].

Το μέσο-μακροχρόνιο όφελος για την Ελληνοκυπριακή πλευρά είναι, η με βεβαιότητα αναμενόμενη μελλοντική εξάντληση κάθε μηχανισμού πίεσης από τον Ο.Η.Ε. και την Ε.Ε. προς την Τουρκία, προκειμένου να διασφαλιστεί η λύση σε επερχόμενη πρόταση του Οργανισμού. Η πρόβλεψη αυτή αναδύεται από τις γενικές αρχές των διεθνών σχέσεων, όπως χαρακτηριστικά αναλύονται από τον Θ. Κουλουμπή, σύμφωνα με τις οποίες "...οι χώρες και οι κυβερνήσεις που τηρούν με συνέπεια μια εγωιστική και καιροσκοπική αντιμετώπιση των πραγμάτων έχουν την τάση να αποκτούν σταδιακά **κακή φήμη**, η οποία μπορεί, σε μετέπειτα καταστάσεις, να τις καταδιώξει..." [7]

Στρατηγικές παρατηρήσεις

Κατά γενική ομολογία το αναθεωρημένο σχέδιο Ανάν (Χάγη) είχε ευνοϊκές υπέρ της τουρκοκυπριακής πλευράς ρυθμίσεις, που σε περίπτωση που αυτό γινόταν αποδεκτό από τον Ντενκτάς το αντικειμενικό όφελος μεταξύ των δύο κοινοτήτων θα έκλινε προς την τουρκοκυπριακή κοινότητα. Το παίγνιο έτσι όπως αναπτύχθηκε από την ελληνοκυπριακή διπλωματία ωθούσε το Ντενκτάς στην «παγίδα» της αποδοχής και συνεπακόλουθα της επίλυσης του προβλήματος. Όμως, η ετεροβαρής (υπέρ του ψευδοκράτους) επίλυση δεν παύει να είναι επίλυση. Έτσι η «παγίδα» της επίλυσης παρά τον δελεαστικό επιθετικό προσδιορισμό –ετεροβαρής- δε θα μπορούσε παρά να γίνει ορατή από τον Ντενκτάς, ο οποίος μόλις την ανακάλυπτε θα έσπευδε να την αποφύγει και έτσι, μοιραία, θα υπέκυπτε στην διάδοχη της πρώτης «παγίδας», αυτή της απροκάλυπτης αδιαλλαξίας, όπως τελικά και έγινε.

Παρόλο που η αδιαλλαξία μπορεί, μερικές φορές, να εξουθενώσει τον αντίπαλο και να τον αναγκάσει να κάνει υποχωρήσεις (όπως έγινε στο αρχικό και στο α' αναθεωρημένο σχέδιο), μπορεί εξίσου εύκολα να αφήσει κάποιες μικρές απώλειες να μεγαλώσουν και να οδηγήσουν σε μεγάλες καταστροφές.

Συμπερασματικά, η ελληνοκυπριακή διπλωματία, ευφυέστατα οδήγησε το Ντενκτάς σε μια

προδιαγεγραμμένη ήττα που εντός ορατού χρονικού ορίζοντα θα τον απομονώσει και θα τον εξοβελίσει από την ηγεσία του ψευδοκράτους.

Βέβαια για να απομακρυνθεί ο Ντενκτάς, θα πρέπει το παίγνιο να συνεχιστεί. Η ελληνοκυπριακή πλευρά πρέπει να κεφαλαιοποιήσει τα οφέλη της κατάστασης ισορροπίας που προέκυψε από τη Χάγη. Για να γίνει αυτό, θα πρέπει να ενταθεί η πίεση για την αποδοχή του σχεδίου τόσο από τον Ο.Η.Ε. όσο και από την ελληνική και κυπριακή κυβέρνηση. Η ένταση των προσπαθειών θα κορυφωθεί όταν η πίεση από το εξωτερικό, συνεπικουρείται από ανάλογη (πίεση προς το Ντενκτάς) στο εσωτερικό, όταν δηλαδή τα αντιπολιτευτικά κόμματα του ψευδοκράτους, αποστασιοποιηθούν από την πολιτική του Ντενκτάς. Η επίσημη διαφοροποίησή τους, θα δράσει ως καταλύτης και θα νομιμοποιήσει την καθαίρεση της υφιστάμενης τουρκοκυπριακής ηγεσίας, από τον φυσικό της εντολέα, την Άγκυρα.

Με γνώμονα την αύξηση του αριθμού και του διανυσματικού μέτρου των συνιστωσών δυνάμεων πίεσης και στόχο τη μεγέθυνση της συνισταμένης (πίεση προς τον Ντενκτάς), λίγες ημέρες μετά την υπογραφή της Συνθήκης ένταξης της Κυπριακής Δημοκρατίας στην Ε.Ε., ο Πρωθυπουργός Κ. Σημίτης ως προεδρεύων του Ευρωπαϊκού Συμβουλίου επισκέφτηκε τα κατεχόμενα και συνομίλησε με τους αρχηγούς των κομμάτων της τουρκοκυπριακής αντιπολίτευσης, ανοίγοντας το δρόμο της περιθωριοποίησης και της απομόνωσης του Ντενκτάς, δείχνοντας ταυτόχρονα στην κυβέρνηση της Άγκυρας το λιγότερο δύσβατο μονοπάτι που θα την οδηγήσει στη λεωφόρο των ενταξιακών διαπραγματεύσεων προς τις Βρυξέλλες.

Ο χρονίζον πόθος των πολιτών της Κύπρου φαίνεται να ερωτοτροπεί με την εκπλήρωση. Μήπως όμως η ελληνική κυβέρνηση παραβίασε, εκ του ασφαλούς (ως Προεδρεύουσα της Ε.Ε), την αρχή του *laissez faire* και η επέμβαση στα εσωτερικά του ψευδοκράτους συγκαλύφθηκε και νομιμοποιήθηκε λόγω της άριστης αξιοποίησης της θεσμικής θέσης που κατείχε η χώρα μας εκείνο το εξάμηνο; Με άλλα λόγια μήπως η ελληνική κυβέρνηση θυσιάσε τον πάγιο σεβασμό της στην αρχή της αυτοδιάθεσης των κρατών, προκειμένου να επιλύσει το κυπριακό και να συμψηφίσει έτσι την αδικία της εισβολή του 1974; Πόσο ηθικά αποδεκτό είναι αυτό;

Η ρεαλιστική σχολή σκέψης θα συμφωνούσε με τη χρήση των μέσων (πολιτική ισχύς) για την επίτευξη του στόχου. Η ιδεαλιστική σχολή, πιθανών να μας κατηγορούσε για “ανήθικη” πολιτική συμπεριφορά. Ως Έλληνας, εθελουφλώντας των όποιων ιδεαλιστικών μου πεποιθήσεων, συντάσσομαι και επικροτώ τη χειραφέτηση των κομμάτων της τουρκοκυπριακής αντιπολίτευσης, θεωρώντας τες ως τις πολιτικές σφαγίτιδες φλέβες του Ρ. Ντενκτάς και το παράθυρο ευκαιρίας που απεγνωσμένα αναζητά η Άγκυρα, προκειμένου να κάνει μια νέα αρχή στην προσπάθειά της να θεσμοθετηθεί, έστω και ονομαστικά, ο εξευρωπαϊσμός της.

[1]. Έτσι χαρακτήρισε το Σχέδιο Ανάν ο Γ. Αρσένης σε ομιλία του στη Βουλή 13/11/2002

[2]. εφημερίδα «Καθημερινή» 14/11/2002 και 23/11/2002

[3]. "Ο ικανός ξυλουργός ξέρει πώς να κάνει το δέντρο τραπέζι. Ο έξυπνος γνώστης της στρατηγικής, έχει την ικανότητα να μετατρέπει έναν Πίνακα σε Δέντρο" A.Dixit & B.Nalebuff, "Thinking Strategically" (1991),σελ. 130,

[4]. Τα πλεονεκτήματα αυτής της τακτικής αναφέρονται, ως λόγοι για τους οποίους έσπευσαν οι Ελληνοκύπριοι να δεσμευτούν για τη στρατηγική που θα ακολουθήσουν (σελ. 2-3 παρόντος)

[5]. εφημερίδα «Καθημερινή» 25/2/2003

[6]. εφημερίδα «Τα Νέα» 12/3/2003 και συνέντευξη του προέδρου της Κυπριακής Δημοκρατίας, Τάσσο Παπαδόπουλου, στον «Οικονομικό Ταχυδρόμο» 12 Απριλίου 2003 "...η θετική και εποικοδομητική στάση που τήρησε η ελληνοκυπριακή πλευρά στις συνομιλίες δε

στάθηκαν ικανές να κάμψουν την αλαζονική και αδιάλλακτη πολιτική του Τουρκοκύπριου ηγέτη, και της τουρκικής πλευράς... Η όλη στάση του κ. Ντενκτάς, δεν πέρασε απαρατήρητη ούτε από τα Ηνωμένα Έθνη ούτε από την διεθνή κοινότητα. Αντίθετα τόσο η έκθεση του γ.γ. του Ο.Η.Ε. προς το Συμβούλιο Ασφαλείας, όσο και οι δημόσιες τοποθετήσεις των Η.Π.Α. και της Ε.Ε. και όλων των εμπλεκομένων, στιγματίζουν την πολιτική του και του επιρρίπτουν σαφείς ευθύνες...”

[7]. Θ. Κουλουμπής, “Διεθνείς Σχέσεις, Εξουσία και Δικαιοσύνη”, Εκδόσεις Παπαζήση (1995) σελ. 137

Βιβλιογραφία

- Dixit A. και Nalebuff B. (1999)**, Πώς να σκέπτεστε στρατηγικά, Εκδόσεις Καστανιώτης, Αθήνα
- Buchanan J. και Tullock G. (1999)**, Ο Λογισμός της Συναίνεσης -Τα Λογικά Θεμέλια της Συνταγματικής Δημοκρατίας, εκδ. Παπαζήση, Αθήνα
- J. von Neumann and O. Morgenstern (1944)**, Theory of Games and Economic Behavior, Princeton, NJ: Princeton University Press
- Olson Mancur (2003)**, Εξουσία και Ευημερία, εκδ. Παπαζήση, Αθήνα
- Watson Joel (2013)**, Strategy - An Introduction to Game Theory, Third Edition, WW Norton and Company, New York - London
- Γέμτος Πέτρος (2015)**, Θεσμοί ως Κεντρική Μεταβλητή των Κοινωνικών Επιστημών, εκδ. Παπαζήση, Αθήνα
- Κοτταρίδη Κ. - Σιουρούνης Γρ. (2002)**, Αφιέρωμα στον John Nash -Θεωρία Παιγνίων, εκδ. Ευρασία, Αθήνα
- Πελαγίδης Θ. – Μητσόπουλος Μιχάλης (2006)** Ανάλυση της Ελληνικής Οικονομίας-Οι προσοδοθηρία και οι Μεταρρυθμίσεις, εκδ. Παπαζήση, Αθήνα
- Πελαγίδης Θ. – Μητσόπουλος Μιχάλης (2010)** Η στιγμή της στροφή για την Ελληνική Οικονομία, εκδ. Παπαζήση, Αθήνα
- Σολδάτος Γεράσιμος (2005)**, Θεωρία Παιγνίων για Οικονομολόγους, εκδ. Πανεπιστημίου Μακεδονίας, β' έκδοση, Θεσσαλονίκη
- Τσεμπελής Γιώργος (2004)**, Εμφωλευμένα Παιγνία -Η Ορθολογική Επιλογή στη Συγκριτική Πολιτική, εκδ. Παπαζήση, Αθήνα
- Τσεμπελής Γιώργος (2008)**, Παίκτες Αρνησικυρίας -πως λειπτουργούν οι πολιτικοί θεσμοί, εκδ. Παπαζήση, Αθήνα
- Φιλίνης Κώστας (2008)**, Θεωρία των Παιγνίων και Πολιτική Στρατηγική, εκδ.Θεμέλιο, β' έκδοση, Αθήνα

Αρθρογραφία

- Akerlof George (1970)**, The Market for Lemons: Qualitative Uncertainty and the Market Mechanism, Quarterly Journal of Economics, 84: 488–500
<http://www.sfu.ca/~wainwrig/Econ400/akerlof.pdf>
- Bulow J., Geanakoplos J., και Klemperer P. (1985)**, Multimarket Oligopoly: Strategic Substitutes and Complements, *The Journal of Political Economy* 93 (1985): 488–511
<http://www.nuff.ox.ac.uk/MultimarketOligopoly,StrategicSubstituteandComplements.pdf>
- Chiappori A., Levitt S. and Groseclose T (2002)**, Testing Mixed-Strategy Equilibria When Players Are Heterogeneous: The Case of Penalty Kicks in Soccer, *The American Economic Review*, Vol. 92, No4 (2002):1138-1151
<https://www.aeaweb.org/articles.php?doi=10.1257/00028280260344678>
- Coase R. (1960)**, The Problem of Social Cost, *Journal of Law and Economics* 3 (1960): 1–44 [Stable URL: http://www.jstor.org/stable/724810](http://www.jstor.org/stable/724810)
- Dixit Avinash και Skeath Susan (2004)**, Games of Strategy, Norton & Company, N.Y.- London, 2nd Edit. [Stable URL: http://www.jstor.org/stable/724810](http://www.jstor.org/stable/724810)
- Grossman S. και Hart O. (1983)**, An Analysis of the Principal–Agent Problem, *Econometrica*, 51 (1983): 7–45 [Stable URL: http://www.jstor.org/stable/1912246](http://www.jstor.org/stable/1912246)
- Harsanyi John (1967)**, Games with Incomplete Information Played by Bayesian Players, *Management Science*, 14 (1967–1968):159-182

- <http://aida.wss.yale.edu/~dirkb/teach/pdf/harsanyi/gameswithincompleteinformation-1967.pdf>
- Hotelling Harold (1929)**, Stability in Competition, *The Economic Journal* 39 (1929): 41-51.
Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/2224214>
- Myerson Roger (2004)**, Harsanyi's Games with Incomplete Information, *Management Science*, Vol. 50, No12: 1818-1824
http://www.uib.cat/depart/deeweb/pdi/hdeelm0/arxiu_decisions_and_games/myerson-harsanyi-ms-2004.pdf
- Nash John (1950)**, The Bargaining Problem, *Econometrica*, v.18, (1950): 155-162
<http://www.eecs.harvard.edu/cs286r/courses/spring02/papers/nash50a.pdf>
- Nash John (1951)**, Non-Cooperative Games, *Annals of Mathematics* 51 (1951):286-295
<http://www.cs.upc.edu/~ia/nash51.pdf>
- P. Milgrom and J. Roberts (1990)**, Rationalizability, Learning, and Equilibrium in Games with Strategic Complementarities, *Econometrica* 58 (1990): 1255–1277
<http://www.uvm.edu/files/papers/others/1990/milgrom1990b.pdf>
- Pearce David (1984)**, Rationalizable Strategic Behavior and the Problem of Perfection, *Econometrica* 52 (1984): 1029–1050
Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/1911197>
- Rubinstein Ariel (1982)**, Perfect Equilibrium in a Bargaining Model, *Econometrica* 50 (1982): 97–110 <http://idv.sinica.edu.tw/kongpin/teaching/micro/rubinstein>
- Shaked A. και Sutton J. (1984)**, Involuntary Unemployment as a Perfect Equilibrium in a Bargaining Model, *Econometrica* 52 (1984): 1351–1364
Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/1913509>
- Walker M. και Wooders J (2001)**, Minimax Play at Wimbledon, *The American Economic Review* 91 No 5 (2001): 1521-1538
<http://www.u.arizona.edu/~mwalker/AER2001Wimbledon.pdf>
- Watson J. και Wignall Chris (2009)**, Hold-up and Durable Trading Opportunities, Department of Economics, UCSD, UC San Diego, October 2009
<https://escholarship.org/uc/item/8p8284wg>
- Watson Joel (2005)**, Contract and Game Theory: Basic Concepts for Settings with Finite Horizons, University of California, San Diego, Working Paper
<http://www.mdpi.com/2073-4336/4/3/457>
- Watson Joel (2007)**, Contract, Mechanism Design, and Technological Detail, *Econometrica*, 75 (2007): 55–81
<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1468-0262.2007.00732.x/abstract>
- Αλεξόπουλος Άρης (2008)**, Πανεπιστημιακές Σημειώσεις στη Θεωρία Παιγνίων για Πολιτικούς Επιστήμονες, Πανεπιστήμιο Κρήτης, Τμήμα Πολιτικών Επιστημών <http://www.arisalexopoulos.gr/>
- Βαρουφάκης Γιάννης (1997)**, Η Κριτική των Κοινωνικών Διακρίσεων και της Ηθικής, Περιοδικό ΑΞΙΟΛΟΓΙΚΑ, τεύχος 10, σελ. 109-152
<http://xantho.lis.upatras.gr/dexameni/index.php/aksiologika/article/view/72>
- Γκραβάς Κωνσταντίνος (2012)**, Παραδείγματα στη Θεωρία Παιγνίων, Διπλωματική Εργασία ΠΜΣ, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
<http://dspace.lib.ntua.gr/handle/123456789/6874>
- Πετράκης Εμμανουήλ (2011)**, Πανεπιστημιακές Σημειώσεις στη Θεωρία Παιγνίων, Πανεπιστήμιο Κρήτης, Τμήμα Οικονομικών Επιστημών.
https://mathbooksgf.files.wordpress.com/2011/08/gt_simiwseis.pdf


Ρεφανίδης Γιάννης Θεωρία Παιγνίων, Πανεπιστημιακές Σημειώσεις, Πανεπιστήμιο
Μακεδονίας
<http://ai.uom.gr/Courses/GameTheory/Slides/GameTheory.pdf>

Βοηθήματα για Μαθηματικές Συναρτήσεις και Θεωρία Πιθανοτήτων

Δαφέρμος Βασίλης, Κοινωνική Στατιστική, εκδ. Ζήτη, Θεσσαλονίκη 2005

Καβουσανός Εννανουήλ, Εφαρμογές Μαθηματικού Λογισμού σε επιχειρησιακά και
οικονομικά προβλήματα, εκδ. Γ. Μπένου, 2004

Μπούτσικας Μιχάλης, Σημειώσεις στατιστικής II, Τμήμα Οικονομικής Επιστήμης Πανεπιστήμιο
Πειραιώς

Όλα τα διαγράμματα σχεδιάστηκαν με τη χρήση του ελεύθερου λογισμικού  GeoGebra που είναι διαθέσιμο στο <https://www.geogebra.org/>