

Ατελής πληροφόρηση- Παίγνιο: Ο Τρομοκράτης Εραστής

Με τον όρο **τέλεια πληροφόρηση** (*perfect information*) χαρακτηρίζουμε την πληροφόρηση που διαθέτουν οι εμπλεκόμενοι παίκτες σ' ένα στρατηγικό παίγνιο όταν σε κάθε κόμβο απόφασης όπου καλούνται να επιλέξουν μια εναλλακτική, ο παίκτης που έχει σειρά να κινηθεί γνωρίζει όλη τη **ιστορία του παιγνίου**, δηλ. όλες τις προηγούμενες και όλες τις τρέχουσες επιλογές, αλλά επίσης γνωρίζει και τις αποδόσεις που αυτές αποφέρουν σε όλους τους εμπλεκόμενους.

Είδαμε παίγνια **ατελούς πληροφόρησης** (*imperfect information*) όπου υπήρχαν μη μονομελή σύνολα πληροφόρησης για κάποιους από τους εμπλεκόμενους παίκτες. Είδαμε δηλ. παίγνια όπου ένας παίκτης βρισκόταν σ' ένα σύνολο πληροφόρησης που αποτελείτο από δύο (ή περισσότερους) κόμβους απόφασης οι οποίοι συνδέονταν με μια διακεκομμένη γραμμή. Αυτό συνέβαινε όταν ο παίκτης γνώριζε μεταξύ ποιων εναλλακτικών κινήσεων έπρεπε να επιλέξει αλλά δεν γνώριζε σε ποιον ακριβώς κόμβο του συνόλου πληροφόρησης βρίσκεται, καθόσον δεν ήξερε ποια ήταν η απόφαση του παίκτη που προηγείτο χρονικά.



Παίγνιο Πλήρους και Ατελούς Πληροφόρησης Παίγνιο Πλήρους και Τέλειας Πληροφόρησης
Διάγραμμα 1

Στο παίγνιο ατελούς πληροφόρησης του παραδείγματός μας, ο παίκτης G, όταν έρθει η σειρά του να επιλέξει μεταξύ των εναλλακτικών X και Y που διαθέτει δεν γνωρίζει σε ποιον από τους δύο κόμβους (β ή γ) απόφασης -που αποτελούν το σύνολο πληροφόρησης που διαθέτει- βρίσκεται.

Αντίθετα, στο παίγνιο τέλει πληροφόρησης ο παίκτης G, όταν έρθει η σειρά του να επιλέξει μεταξύ των εναλλακτικών X και Y γνωρίζει με ακρίβεια σε ποιο κόμβο απόφασης βρίσκεται. Στο παίγνιο τέλει πληροφόρησης κάθε κόμβος αποτελεί και ένα μονομελές σύνολο πληροφόρησης.

Ο χαρακτηρισμός των παιγνίων σε **πλήρους πληροφόρησης** (*complete information*) και **μη-πλήρους πληροφόρησης** (*incomplete information*) αφορά στη γνώση που έχουν οι παίκτες αναφορικά με τις αποδόσεις στους τερματικούς κόμβους. Έτσι, και τα δύο ανωτέρω παραδείγματα παιγνίων (ατελούς και τέλει πληροφόρησης) είναι πλήρους πληροφόρησης καθώς είναι γνωστές οι αποδόσεις των αλληλεξαρτώμενων στρατηγικών. Και τα δύο παραδείγματα θα μπορούσαν να είναι **μη-πλήρους** πληροφόρησης αν σε εκτεταμένη μορφή η παρουσίασή του είναι:



Παίγνιο Μη-πλήρους και Ατελούς Πληροφόρησης Παίγνιο Μη-πλήρους και Τέλειας Πληροφόρησης

Διάγραμμα 2

Στα παίγνια σε στρατηγική μορφή ο χαρακτηρισμός **πλήρους και μη-πλήρους πληροφόρησης** είναι αρκετός, καθώς οι παίκτες αποφασίζοντας «ταυτόχρονα» δεν μπορεί να γνωρίζουν τι επέλεξαν οι άλλοι παίκτες.

		G		
		X	Y	Z
F	J	5, 6	3, 7	0, 4
	K	8, 3	3, 1	5, 2
	L	7, 5	4, 4	5, 6
	M	3, 4	7, 5	3, 3

Παίγνιο Πλήρους Πληροφόρησης

		G		
		X	Y	Z
F	J	λ, 6	μ, 7	0, 4
	K	8, μ	μ, 1	λ, 2
	L	7, λ	4, 4	λ, 6
	M	μ, 4	7, λ	μ, μ

Παίγνιο Μη-πλήρους Πληροφόρησης

Πίνακας 1

Τα πλέον ενδιαφέροντα προβλήματα που σχετίζονται με την πληροφόρηση είναι εκείνα στα οποία κάποιος από τους εμπλεκόμενους παίκτες γνωρίζει κάτι που οι άλλοι παίκτες δεν γνωρίζουν. Αυτή η κατάσταση πληροφόρησης των παικτών καλείται **ασύμμετρη πληροφόρηση** (*asymmetric information*) και η γνωστή σε κάποιους παίκτες πληροφορία καλείται **ιδιωτική πληροφόρηση** (*private information*).

Παίγνιο ασύμμετρης πληροφόρησης είναι και το σε εκτεταμένη μορφή παίγνιο «Μη-πλήρους και ατελούς πληροφόρησης» στο ανωτέρω παράδειγμα, καθώς ενώ ο παίκτης F γνωρίζει την επιλογή που ήδη έχει κάνει στον κόμβο που τον αφορά, ο παίκτης G αγνοεί αυτή την πληροφορία. Αυτή η **ασύμμετρη πληροφόρηση** έχει να κάνει με την επιλογή που έκανε (με την απόφαση πήρε) κάποιος παίκτης. Υπάρχουν όμως, περισσότερο ενδιαφέρουσες καταστάσεις στις οποίες οι παίκτες διαθέτουν κάποια **ιδιωτική πληροφόρηση** που σχετίζεται με άλλα στοιχεία που και αυτά (όπως οι κινήσεις) σχετίζονται άμεσα με την έκβαση του παιγνίου.

Για παράδειγμα, έστω ένας επενδυτής (αγοραστής) ο οποίος ενδιαφέρεται να αγοράσει ένα οικόπεδο από τον ιδιοκτήτη του (πωλητής). Σε αυτή τη διαδικασία διαπραγμάτευσης της τιμής του οικοπέδου, οι προσφορές και οι αντιπροσφορές είναι διαδοχικές. Επιπλέον, ο αγοραστής γνωρίζει κάτι που ο πωλητής αγνοεί: Ο αγοραστής έχει ήδη σχηματίσει μια εκτίμηση για την εμπορική αξία του οικοπέδου, και αυτή η εκτίμηση αποτελεί και την υψηλότερη τιμή που είναι πρόθυμος να καταβάλει προκειμένου να αγοράσει το οικόπεδο.

Ο πωλητής, μπορεί να έχει μια **πεποίθηση** σχετικά με το ύψος του ποσού που είναι διατεθειμένος να καταβάλει ο αγοραστής, αλλά δεν είναι σίγουρος για το ποιο ακριβώς είναι αυτό το ύψος.

Η γνώση της εμπορικής αξίας του οικοπέδου είναι μια **ιδιωτική πληροφόρηση** που έχει ο αγοραστής, και η πρόθεσή του να μην αγοράσει το οικόπεδο εφόσον οι προσφορές υπερβαίνουν αυτή την αξία είναι επίσης μια **ιδιωτική πληροφόρηση** που δεν είναι σε θέση να γνωρίζει ο πωλητής.

Η ενσωμάτωση των **ιδιωτικών πληροφοριών** (όπως η αξία που αποδίδει ένα άτομο σε ένα αγαθό) στα μοντέλα της θεωρίας παιγνίων γίνεται με τη συμπερίληψη τυχαιών γεγονότων στις προδιαγραφές (στη δόμηση του μοντέλου) του παιγνίου. Η **τυχειότητα** αφορά σε γεγονότα ή καταστάσεις που είναι εκτός του ελέγχου των εμπλεκόμενων στο παίγνιο παικτών.

Η υφιστάμενη εμπορική αξία του οικοπέδου, που αποτελεί προσδιοριστικό παράγοντα του άνω ορίου της αξίας που προτίθεται να καταβάλει ο αγοραστής, δεν βρίσκεται υπό τον έλεγχο των εμπλεκόμενων¹. Ακόμα και ο χαρακτήρας του επενδυτή ή του πωλητή αντίστοιχα, μοντελοποιείται σε όρους της θεωρίας παιγνίων ως ένα τυχαίο γεγονός που γνωρίζει ο καθένας για τον εαυτό του αλλά αγνοεί ο άλλος. Έτσι, ένας νευρικός διαπραγματευτής μπορεί να σταματήσει απότομα τη διαπραγματευτική διαδικασία γιατί δεν είναι σε θέση να αντιληφθεί τη συναινετική διάθεση που επιδεικνύει το έτερο μέρος της διαπραγμάτευσης.

Οι παιγνιοθεωρητικοί αποκαλούν αυτές τις καταστάσεις (π.χ. υφιστάμενη εμπορική αξία) ή τις συμπεριφορές που άγονται από το χαρακτήρα των παικτών² ως «**κινήσεις της φύσης**» (moves of nature) ενσωματώνοντάς τις έτσι στα μοντέλα της θεωρίας παιγνίων, τα οποία, με τον τρόπο αυτό, γίνονται περισσότερο ρεαλιστικά.

Με αυτό το σκεπτικό, η **φύση** αποτελεί μια άυλη «οντότητα», έναν παίκτη που συμμετέχει σ' ένα παίγνιο. Βέβαια, η φύση δεν είναι στρατηγικός παίκτης, καθώς οι κινήσεις της καθορίζονται από μια πιθανοτική κατανομή και όχι από κάποια κίνητρα. Επιπλέον, δεν λαμβάνει αποδόσεις.

Στο παράδειγμα της διαπραγμάτευσης της τιμής του οικοπέδου, μπορούμε να αντιμετωπίσουμε την πεποίθηση του πωλητή για την αξία που προσδίδει ο αγοραστής στο οικόπεδο, ως επιλεγόμενη από τη φύση κατά την εκκίνηση του διαπραγματευτικού παιγνίου. Ο αγοραστής, θεωρούμε ότι παρατηρεί αυτή την αξία (λαμβάνει αυτή την πληροφορία), ενώ ο πωλητής γνωρίζει μόνο την κατανομή των πιθανοτήτων στις επιλογές της φύσης.

Έτσι, το παράδειγμά μας είναι ένα παίγνιο **ατελούς πληροφόρησης** όπου οι «κινήσεις της φύσης» δημιουργούν **ασύμμετρη πληροφόρηση** (incomplete information) μεταξύ των παικτών.

Οι παιγνιοθεωρητικοί συχνά χρησιμοποιούν τον όρο «**τύπος**» (type) για να χαρακτηρίσουν τις «κινήσεις της φύσης» που ένας παίκτης μπορεί να παρατηρήσει **ιδιωτικά** ενώ κάποιος άλλος αδυνατεί. Έτσι, ο **τύπος** του χαρακτήρα ενός παίκτη σχετίζεται με την **ιδιωτική πληροφόρηση** που ο ίδιος κατέχει σχετικά με τα προσωπικά του χαρακτηριστικά και τις ιδιαίτερες προτιμήσεις του. Υπό αυτή την έννοια ο «τύπος» του χαρακτήρα σχετίζεται με τις «κινήσεις της φύσης».

Συνοπτικά, κάθε **τυχαίο γεγονός** (random event), κάθε γεγονός ή κατάσταση ή ψυχοσυναισθηματική παρόρμηση που δεν δύναται να ελεγχθεί ευθέως από τους εμπλεκόμενους σ' ένα παίγνιο παίκτης, και που για αναλυτικούς σκοπούς θέλουμε να συμπεριλάβουμε σ' ένα μοντέλο λήψης στρατηγικών αποφάσεων, ενσωματώνεται στο

¹ Βέβαια, αν η διαπραγμάτευση τελεσφορήσει τότε η τιμή που καθορίστηκε για την αγοροπωλησία του συγκεκριμένου οικοπέδου επηρεάζει τις μελλοντικές εμπορικές αξίες των γειτονικών (παρακείμενων) οικοπέδων. Αλλά αυτό αφορά σε μεταγενέστερο χρόνο του παιγνίου της συγκεκριμένης διαπραγμάτευσης.

² Ο **Κορνήλιος Καστοριάδης** θα αντέτεινε ότι ο χαρακτήρας ενός ατόμου δεν αποτελεί μια τυχαία πιθανοτική κατανομή, αλλά μια μεροληπτική κατανομή πιθανοτήτων με βάσει τους χαρακτήρες που διαπλάθει η «πόλις». Αναφέρει χαρακτηριστικά: «...(στην αρχαία ελληνική γραμματεία) είναι επίσης έκδηλη η ιδέα που έχουν οι Έλληνες για τη σχέση ανάμεσα στην κοινότητα και το άτομο, σύμφωνα με την οποία δεν υπάρχει άτομο δεδομένο ως φυσικό αντικείμενο, διότι η κοινότητα είναι αυτή που το διαμορφώνει έτσι όπως θα γίνει... Έτσι, στην αρχή του 5^{ου} αιώνα, ο Σιμωνίδης λέει αυτή την πολύ όμορφη φράση: **πόλις άνδρα διδάσκει**, η πόλη είναι αυτή που κάνει τον άνθρωπο». **Κορνήλιος Καστοριάδης**, «Η Ελληνική Ιδιαιτερότητα- Η Πόλις και οι νόμοι», Τομ. Β, εκδ. Κριτική, (2008), σελ.327-328.

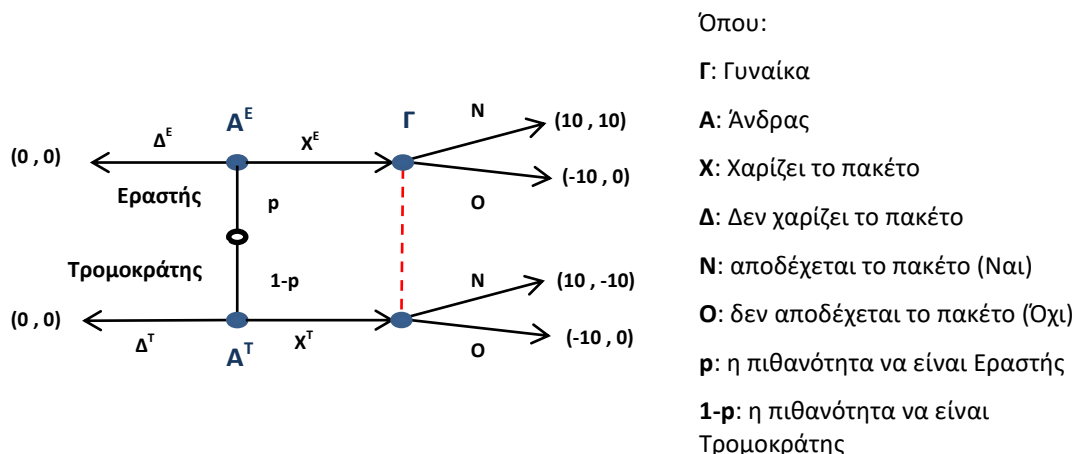
μοντέλο ως μια «κίνηση της φύσης», δηλ. ως μια σταθερή πιθανοτική κατανομή. Οι κόμβοι απόφασης που αποδίδουν αυτή την κατανομή καλούνται **κόμβοι ευκαιρίας** (chance nodes). Κάθε παίγνιο που περιλαμβάνει **κόμβους ευκαιρίας** είναι υποχρεωτικά παίγνιο **ατελούς πληροφόρησης**³.

Ο Τρομοκράτης Εραστής

Ως παράδειγμα παιγνίου **ατελούς πληροφόρησης** στο οποίο ενσωματώνεται ο χαρακτήρας ενός εκ των εμπλεκόμενων ως τυχαία μεταβλητή (ως «κίνηση της φύσης»), είναι το παίγνιο του «**Τρομοκράτη Εραστή**» που αναλύεται κατωτέρω:

Σ' ένα πολυσύχναστο διεθνές αεροδρόμιο μιας ευρωπαϊκής πρωτεύουσας, ένας καλοντυμένος νεαρός, «ψηλός, όμορφος, βουτυράτος»⁴, πλησιάζει μια ευπαρουσίαστη γυναίκα και πιάνοντας της την κουβέντα μαθαίνει ότι θα ταξιδέψει κι αυτή με την ίδια πτήση προς τον ίδιο προορισμό. Μετά από αρκετά λεπτά συνομιλίας, και πριν περάσουν από τον τυπικό έλεγχο των χειραποσκευών του αεροδρομίου, ο άνδρας εκμυστηρεύεται στη νέα του γνωριμία ότι επιθυμεί να της χαρίσει ένα πολύτιμο κόσμημα που προόριζε να κάνει δώρο στην αρραβωνιαστικιά του, αλλά εκείνη δεν το δέχθηκε καθόσον είχε αποφασίσει να τον χωρίσει. Το κόσμημα, κατάλληλα συσκευασμένο (τυλιγμένο σε συσκευασία δώρου) με το λογότυπο γνωστού κοσμηματοπωλείου της πόλης όπου βρίσκονταν, ήθελε να της το χαρίσει γιατί τον γέμιζε θλίψη και επιπλέον επέλεξε την ίδια για να το χαρίσει γιατί, όπως της είπε, τα εξωτερικά της χαρακτηριστικά ομοιάζαν με εκείνα της πρώην συντρόφου του.

Το παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή παρουσιάζεται κατωτέρω:



Διάγραμμα 3 -Παίγνιο «ο Τρομοκράτης Εραστής»

Σύμφωνα με το μοντέλο μας, ο νεαρός Άνδρας αρχικά θα πρέπει να αποφασίσει αν θα δωρίσει το πακέτο στην Γυναίκα. Αν επιλέξει να μην της δώσει (Δ) το πακέτο, τότε το παίγνιο ολοκληρώνεται και η δύο εμπλεκόμενοι λαμβάνουν μηδενική απόδοση. Αν ο άνδρας αποφασίσει να χαρίσει (Χ) το πακέτο, τότε η γυναίκα θα πρέπει να αποφασίσει αν θα το δεχθεί (Ν) ή όχι (Ο).

³ Θεμελιωτής της ανάλυσης των παιγνίων ατελούς πληροφόρησης είναι ο **John Harsanyi**, Games with Incomplete Information Played by Bayesian Players, Management Science, 14 (1967–1968): 159–182, 320–334, 486–502. Για μια κατατοπιστική σύνοψη των ιδεών του Harsanyi, όρα **Myerson Roger**, Harsanyi's Games with Incomplete Information, Management Science, Vol. 50, No12 (2004) σελ. 1818-1824.

⁴ Όπως περιγράφει ο **Αθηνόδωρος Προύσαλης** τον Αλέκο Αλεξανδράκη, στην Κατερίνα Γιουλάκη. Από την ελληνική κωμωδία: «Μια Ιταλίδα από την Κυψέλη», Φίνος Φίλμ, 1968.

Το σημαντικό στοιχείο στο εν λόγω μοντέλο είναι ότι η γυναίκα δεν γνωρίζει τον **τύπο** (δηλ. **τον χαρακτήρα**) του ανθρώπου που της προσφέρει το πακέτο. Δεν γνωρίζει, δηλαδή, αν είναι ένας αυθόρμητος νεαρός που την φλερτάρει με επιθετικό τρόπο («Εραστής») ή ένας ύπουλος τύπος («Τρομοκράτης») που θέλει να την χρησιμοποιήσει για να περάσει ένα πακέτο, που η ίδια δεν γνωρίζει με βεβαιότητα τι περιέχει⁵, από τον έλεγχο χειραποσκευών.

Οι αποδόσεις στους τερματικούς κόμβους αποτυπώνουν τις εξής προτιμήσεις:

Ο άνδρας, αν είναι «εραστής», χαρίζει ένα κόσμημα που για τον ίδιο είναι «μνημείο» αρνητικών συναισθημάτων, αλλά για την γυναίκα που θα το πάρει ένα πολύτιμο αντικείμενο που ενδεχομένως να το συνδυάζει σε όλη της τη ζωή με την ανάμνηση ενός ανιδιοτελούς αγνώστου. Αυτή η σκέψη αρκεί για να δώσει απόδοση 10 μονάδων και στους δύο.

Αν ο άνδρας είναι «τρομοκράτης» και η γυναίκα δεχθεί το πακέτο, τότε ο πρώτος ξεφορτώνεται ένα αντικείμενο που για κάποιο λόγο δεν θέλει να έχει πάνω του κατά τον έλεγχο των χειραποσκευών. Αυτό του δίνει μια απόδοση 10 μονάδων. Η γυναίκα σ' αυτή την περίπτωση θα περάσει τον έλεγχο χειραποσκευών κρατώντας ένα πακέτο που θεωρεί ότι περιέχει ένα κόσμημα, αλλά ενδεχομένως να περιέχει κάτι που είναι αρκετό για να την κρατήσει για αρκετή ώρα στα κρατητήρια του τοπικού αστυνομικού Τμήματος. Αυτό της δίνει μια απόδοση -10.

Ότι **τύπος** κι αν είναι ο άνδρας, εφόσον η γυναίκα δεν παίρνει το πακέτο η απόδοση που ο ίδιος λαμβάνει είναι -10. Αν είναι «εραστής», θεωρείται προσβλητικό για τον ίδιο το ότι δεν λαμβάνει το δώρο που η γυναίκα που τόσο μοιάζει με την πρώην σύντροφό του και επιπλέον διατηρεί στην κατοχή του κάτι πολύτιμο αλλά αρνητικά φορτισμένο συναισθηματικά. Αν είναι «τρομοκράτης» κινδυνεύει να βρεθεί αυτός στο κρατητήριο. Η απόδοση της γυναίκας, ανεξαρτήτως του **τύπου** του άνδρα, εφόσον απορρίψει το δώρο του, λαμβάνει απόδοση μηδέν.

Γενικά, οι αποδόσεις της γυναίκας που αποτυπώνονται στο παίγνιο έχουν την εξής λογική: Προτιμά να δεχθεί ένα πολύτιμο δώρο από το να το απορρίψει, και προτιμά να απορρίψει ένα ανεπιθύμητο αντικείμενο από το να το δεχθεί.

Το ανωτέρω παίγνιο, όπως αναφέρθηκε, είναι ατελούς πληροφόρησης καθώς ο νεαρός **Άνδρας** έχει μια **ιδιωτική πληροφόρηση** (private information) σχετικά με τον χαρακτήρα και τις προθέσεις του. Είναι ενδιαφέρον, και πρέπει να τονιστεί, ότι ο **τύπος** του παίκτη **A** καθορίζει την αξία που προσλαμβάνει ο παίκτης **Γ** από την αποδοχή του δώρου. Αυτό σημαίνει ότι ο χαρακτήρας και οι επιδιώξεις του **A** επηρεάζουν αναπόδραστα την τελική απόδοση που θα λάβει ο **Γ**. Έτσι, παρότι η ιδιωτική πληροφόρηση ενός παίκτη σχετίζεται με τις αποδόσεις που ο ίδιος λαμβάνει, κάποιες φορές αυτή η πληροφόρηση καθορίζει και τις αποδόσεις των άλλων εμπλεκόμενων παικτών.

Στα παίγνια **ατελούς πληροφόρησης** ο παίκτης που κατέχει την ιδιωτική πληροφόρηση καλείται να εξετάσει κάθε ενδεχόμενο υπό το πρίσμα της αντίληψης του άλλου παίκτη. Έτσι, εξετάζει ακόμα και εκείνο το ενδεχόμενο που είναι αντίθετο της ιδιωτικής πληροφόρησης που έχει. Στο παράδειγμά μας, παρότι ο ίδιος ο άνδρας γνωρίζει τον χαρακτήρα και τις επιδιώξεις του, θα πρέπει κατά την ανάπτυξη της στρατηγικής του σκέψης να λάβει υπόψη του ότι η γυναίκα δεν γνωρίζει τον χαρακτήρα του (δεν έχει γνώση της ιδιωτικής πληροφόρησης που ο ίδιος έχει). Έτσι, η βέλτιστη απόφαση του παίκτη **A** εξαρτάται από το πώς ο παίκτης **Γ** θα αντιδράσει σ' ένα πακέτο δώρου, η οποία (βέλτιστη απόφαση) εξαρτάται κατά ένα μέρος και από το εάν ο παίκτης **Γ** μπορεί να θεωρεί ότι: «οι τρομοκράτες караδοκούν χαρίζοντας πακέτα».

⁵ Θεωρούμε ότι της έχει ζητήσει να μην ξετυλίξει το πακέτο όσο είναι μαζί, γιατί δεν θέλει να αντικρίσει το κόσμημα που τον πλημμυρίζει με μελαγχολικά συναισθήματα.

Η ανωτέρω εκτεταμένης μορφής παρουσίαση⁶ του παιγνίου του παραδείγματός μας μπορεί να μετατραπεί σε πίνακα στρατηγικής μορφής. Η βασική ιδέα είναι ότι επειδή οι «κινήσεις της φύσης» είναι προκαθορισμένες με βάση μια κατανομή πιθανοτήτων, μπορούμε να εστιάσουμε στις στρατηγικές των παικτών και να υπολογίσουμε τις αποδόσεις σταθμίζοντάς τες με τα τυχαία γεγονότα που λαμβάνουν χώρα στο παίγνιο. Έτσι, στο παράδειγμά μας ο παίκτης Α έχει τέσσερις εναλλακτικές στρατηγικές και ο παίκτης Γ έχει δύο.

Ο στρατηγικός χώρος, λοιπόν, του παίκτη Α είναι: $S_A = \{(X^E X^T), (X^E \Delta^T), (\Delta^E X^T), (\Delta^E \Delta^T)\}$ και ο στρατηγικός χώρος του παίκτη Γ είναι: $S_B = \{N, O\}$. Ο στρατηγικός χώρος του παιγνίου είναι: $S = S_A \times S_B$

Για τον προσδιορισμό των αποδόσεων ακολουθούμε τα «μονοπάτια» του «δέντρου» της εκτεταμένης μορφής που σχετίζονται με τα εκάστοτε στρατηγικά προφίλ. Σε αντίθεση όμως με την μοντελοποίηση παιγνίων όπου δεν λαμβάνονται υπόψη τυχαία γεγονότα («κίνηση της φύσης») στα οποία κάθε στρατηγικό προφίλ είναι και ένα «μονοπάτι», όταν λαμβάνονται υπόψη τυχαία γεγονότα υπάρχουν περισσότερα από ένα «μονοπάτια». Οι αποδόσεις που αποφέρουν αυτά τα «μονοπάτια» σταθμίζονται με την πιθανοτική κατανομή των «κινήσεων της φύσης» και δίνουν ένα διάνυσμα απόδοσης για κάθε κελί του στρατηγικού πίνακα.

Για παράδειγμα, για την εύρεση της απόδοσης από το στρατηγικό προφίλ $(X^E X^T, N)$, το οποίο περιγράφει την περίπτωση που ο παίκτης Α δίνει το πακέτο και ο παίκτης Γ το αποδέχεται, με πιθανότητα p το διάνυσμα απόδοσης θα είναι $(10, 10)$ και με πιθανότητα $1 - p$ το διάνυσμα απόδοσης θα είναι $(10, -10)$. Άρα, η απόδοση του παίκτη Α είναι: $10 \cdot p + (1 - p) \cdot 10 = 10$, ενώ η απόδοση του παίκτη Γ είναι: $10 \cdot p + (1 - p) \cdot (-10) = 20p - 10$.

Συνεπώς, το διάνυσμα απόδοσης από το εν λόγω στρατηγικό προφίλ είναι: **(10, 20p-10)**.

Από το στρατηγικό προφίλ $(X^E X^T, O)$, με πιθανότητα p το διάνυσμα απόδοσης θα είναι $(-10, 0)$ και με πιθανότητα $1 - p$ θα είναι $(-10, 0)$. Άρα, η απόδοση του παίκτη Α είναι: $-10 \cdot p + (1 - p) \cdot (-10) = -10$ και του παίκτη Γ είναι: $0 \cdot p + (1 - p) \cdot 0 = 0$.

Συνεπώς, το διάνυσμα απόδοσης από το εν λόγω στρατηγικό προφίλ είναι: **(-10, 0)** κ.ο.κ.

Ο πίνακας στρατηγικής μορφής του παιγνίου είναι:

		Γ	
		N	O
A	$X^E X^T$	10, 20p-10	-10, 0
	$X^E \Delta^T$	10p, 10p	-10, 0
	$\Delta^E X^T$	10-10p, 10p-10	10p-10, 4
	$\Delta^E \Delta^T$	0, 0	0, 0

Όπου, $p \in [0, 1]$

Πίνακας 2- Μήτρα αποδόσεων του παιγνίου «Τρομοκράτης Εραστής»

Ένα αντίστροφο παράδειγμα⁷ παιγνίου μη-πλήρους πληροφόρησης σε στρατηγική μορφή όπου υπάρχει **κόμβος ευκαιρίας** και συνεπώς πιθανοτική κατανομή είναι το κατωτέρω:

⁶ Η παρουσίαση των παιγνίων ατελούς πληροφόρησης σε εκτεταμένη μορφή, στην αγγλόφωνη βιβλιογραφία αναφέρεται ως Bayesian Normal Form.

⁷ Με την έννοια ότι υπάρχει ο αρχικός πίνακας αποδόσεων και κατασκευάζουμε το «δένδρο».

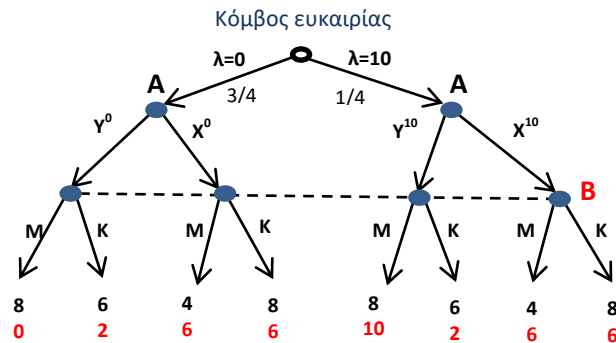
		B	
		K	M
A	X	8, 6	4, 6
	Y	6, 2	8, λ

Όπου:

$$\lambda = \begin{cases} 10, \text{ με πιθανότητα } \frac{1}{4} \\ 0, \text{ με πιθανότητα } \frac{3}{4} \end{cases}$$

Η απόδοση λ του παίκτη B είναι **ιδιωτική πληροφόρηση**. Ο παίκτης A γνωρίζει μόνο ότι $\lambda=10$ με πιθανότητα $\frac{1}{4}$, και $\lambda=0$ με πιθανότητα $\frac{3}{4}$.

Σε εκτεταμένη μορφή η παρουσίαση του εν λόγω παιχνιδιού είναι:



Διάγραμμα 4

Σημειώνεται ότι ο αρχικός πίνακας αποδόσεων δεν είναι ο πραγματικός πίνακας αποδόσεων του παιχνιδιού καθώς ο παίκτης B παρατηρεί την τιμή του λ (που καθορίζεται από κάποιον παράγοντα που ο ίδιος δεν ελέγχει) και αφού δει την τιμή τότε αποφασίζει αν θα επιλέξει μεταξύ των εναλλακτικών K και M που διαθέτει.

Ο παίκτης A δεν γνωρίζει την τιμή αλλά ούτε την επιλογή του B. Γνωρίζει μόνο την πιθανοτική κατανομή, από την οποία μπορεί να προσδιορίσει τις αποδόσεις των εναλλακτικών στρατηγικών που διαθέτει. Ο τελικός πίνακας αποδόσεων είναι:

		B	
		K	M
A	$X^{10}X^0$	$^+8, 6^+$	$4, 6^+$
	$X^{10}Y^0$	$\frac{13}{2}, 3^+$	$^+9, \frac{5}{2}$
	$Y^{10}X^0$	$\frac{15}{2}, 5$	$5, 7^+$
	$Y^{10}Y^0$	$6, 2$	$8, \frac{5^+}{2}$

Πίνακας 3 -Τελικός Πίνακας στρατηγικής μορφής

Για το προσδιορισμό των αποδόσεων, π.χ. του προφίλ $(Y^{10}X^0, K)$ εφαρμόζουμε την εξής προσέγγιση: Με πιθανότητα $\frac{1}{4}$ θα ακολουθηθεί το «μονοπάτι» (Y^{10}, K) που έχει απόδοση $(6,2)$ και με πιθανότητα $\frac{3}{4}$ το «μονοπάτι» (X^0, K) που έχει απόδοση $(8,6)$. Άρα, η απόδοση του παίκτη A είναι $\frac{1}{4} \cdot 6 + \frac{3}{4} \cdot 8 = \frac{30}{4} = \frac{15}{2}$, και του παίκτη B είναι $\frac{1}{4} \cdot 2 + \frac{3}{4} \cdot 6 = \frac{20}{4} = 5$. Συνεπώς το προφίλ $(Y^{10}X^0, K)$ παρέχει απόδοση $(\frac{15}{2}, 5)$.

Από τον πίνακα αποδόσεων διαπιστώνεται ότι το παίγνιο έχει μια μοναδική ισορροπία Nash σε αμιγείς στρατηγικές που είναι το προφίλ $(X^1 X^0, K)$ με διάνυσμα απόδοσης $(8,6)$. Αυτό σημαίνει ότι ο παίκτης A ανεξαρτήτως της τιμής που τελικά θα λάβει ο τυχαίος παράγοντας λ, αυτός έχει ως βέλτιστη απόκριση στη στρατηγική του B την επιλογή X. Όμως και ο B είτε το λ είναι μηδέν είτε δέκα θα επιλέξει τη στρατηγική K που αποτελεί την βέλτιστη απόκριση στη στρατηγική του παίκτη A.

Ένα λεπτό σημείο που πρέπει να διαυγαστεί είναι το εξής: Γνωρίζοντας ο B την τιμή του λ και έστω ότι αυτή είναι 10, από τον αρχικό πίνακα αποδόσεων (πίνακας 2x2) ήδη γνωρίζει ότι έχει ασθενώς κυρίαρχη στρατηγική, τη στρατηγική M, και οφείλει να την επιλέξει. Αν το κάνει αυτό, και με δεδομένο ότι ο παίκτης A «βλέπει» τον τελικό πίνακα (πίνακας 4x2), η έκβαση του παιγνίου θα είναι το προφίλ $(X^1 X^0, K)$ που δεν είναι ισορροπία Nash. Σημειώνεται ότι αν ο παίκτης B ανέπτυσε τη στρατηγική του σκέψη βάσει του αρχικού πίνακα, θα ήταν σαν να έπαιζε το παίγνιο σε άλλη κονίστρα από αυτή από την οποία διεξάγεται το πραγματικό παίγνιο. Αυτός είναι και ο λόγος, για τον οποίο σε κάθε περίπτωση ο παίκτης που κατέχει την **ιδιωτική πληροφόρηση** οφείλει να λαμβάνει υπόψη του την οπτική του παιγνίου όπως παρουσιάζεται στον άλλον παίκτη (δηλ. να «μπαίνει στα παπούτσια» του άλλου) που δεν είναι γνώστης αυτής της **ιδιωτικής πληροφόρησης**.